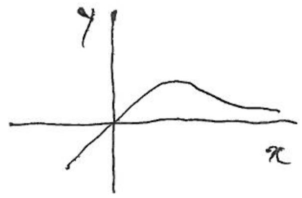
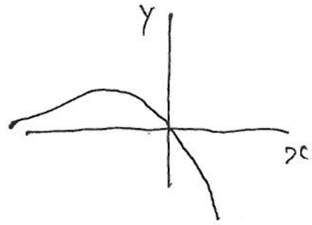
* $f(x)$와 $f(-x)$

어떤 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $f(-x)$는 y축 회전으로 나타나는 함수를 의미한다.

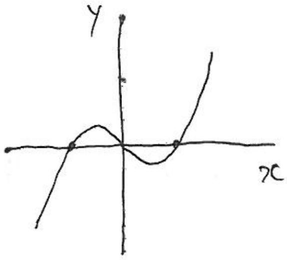
($f(x)$와 $f(-x)$는 그 자체로 대칭의 의미를 지니지 않는다)

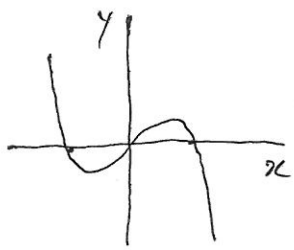
ex) $f(x) = xe^{-x}$ $\qquad$ $f(-x) = -xe^{x}$





ex) $f(x) = x^3 - x$ $\qquad$ $f(-x) = -x^3 + x$



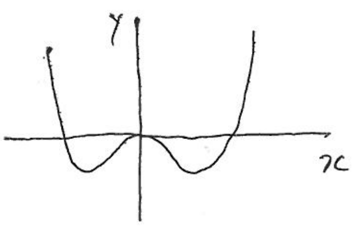


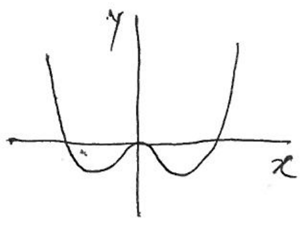
→ 이 경우, $f(x)$ 또는 $f(-x)$를 x축 대칭이동시키면 남은 그래프와 일치한다.

$f(x) = -f(-x)$, $f(-x) = -f(x)$.

이 식이 성립하면 $f(x)$를 원점대칭 함수라고 부른다. ($f(x)$와 $f(-x)$의 관계가 원점대칭이라는 것이 아니고, $f(x)$ 또는 $f(-x)$의 그래프가 원점대칭이라는 의미다)

ex) $f(x) = x^4 - 4x^2$ $\qquad$ $f(-x) = x^4 - 4x^2$





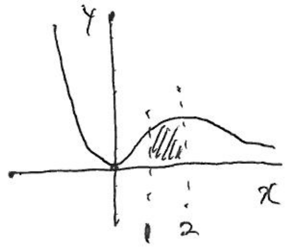
→ 이 경우 $f(x)$와 $f(-x)$가 일치한다. $f(x) = f(-x)$.

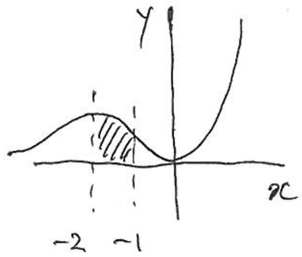
이 식이 성립하면 $f(x)$ 또는 $f(-x)$를 $x=0$ (y축) 대칭이라고 부른다.

* 적분에서의 활용.

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_{-b}^{-a} f(-x)\,dx$$ (일종의 항등식으로 볼 수 있다).

ex) $\int_1^2 x^2 e^{-x}\,dx$ $\quad$ $\int_{-2}^{-1} x^2 e^{x}\,dx$





* 대칭등의 함수식에서의 이해.

$f(x) - f(-x) = 0 \rightarrow x=0$ 대칭.

$f(2+x) - f(4-x) = 0 \rightarrow x=3$ 대칭.

$f(a+x) - f(b-x) = 0$인 경우 등등으로 일반화시켜도 상관없지만 가능하면 직접 x값을 대입해서 대칭의 의미를 파악할 것.

$f(x) - f(2-x) = 1 \rightarrow$ 대칭이 아니다.

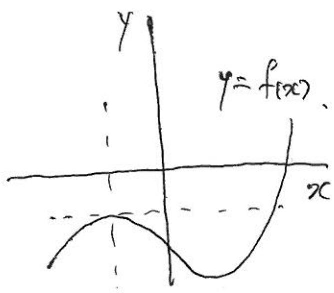
$f(a+x) - f(b-x)$ 같은 꼴로 이해하려고 하면 위와 같은 변형에 대한 적응력이 길러지지 않는다.

$f(x) + f(-x) = 0 \rightarrow (0,0)$ 대칭.

$f(3+x) + f(5-x) = 2 \rightarrow (4,1)$ 대칭

역시 마찬가지로 x값 대입을 통해 대칭의 의미를 이해할 수 있어야 적응력이 길러진다.

Exercises.



$y=f(x)$에 대하여 $f(3-2x)$의 그래프를 도출하시오.