

\* 2017년 10월 시행 교육청 못의고사 R3 수학 4항 28번.

자연수  $a, b, c$ . 모든 순서쌍  $(a, b, c)$  의 개수?

(가)  $abc = 180 = 2 \times 90 = 2^2 \times 45 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ .

(나)  $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ .

$$\left. \begin{array}{l} a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\beta_1} \cdot 5^{\gamma_1} \\ b = 2^{\alpha_2} \cdot 3^{\beta_2} \cdot 5^{\gamma_2} \\ c = 2^{\alpha_3} \cdot 3^{\beta_3} \cdot 5^{\gamma_3} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 2 \\ \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 2 \\ \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 = 1 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} a \\ b \\ c \end{array}} \right\} \begin{array}{l} a, b, c \text{는 자연수 이므로 } \alpha_i, \beta_i, \gamma_i \text{ 은} \\ \text{음이 아닌 정수.} \end{array}$$

$\therefore$  (가) 에서의 경우의 수는  $3H_2 \times 3H_2 \times 3H_1 = 108$ .

(나) 에서  $a=b, b=c, c=a$  인 경우와  $a=b=c$  인 경우를 구해서 (가) 에서 각각 빼고 더하면 된다.

(i)  $a=b$  인 경우  $\alpha_1 = \alpha_2$  (0 or 1),  $\beta_1 = \beta_2$  (0 or 1),  $\gamma_1 = \gamma_2$  (0)  $\rightarrow$  4가지.

(ii)  $b=c$  인 경우  $\rightarrow$  4가지. (iii)  $c=a$  인 경우 4가지. (iv)  $a=b=c$  인 경우 없음.

$\therefore 108 - 4 \times 3 = 96 //$

\* 2017년 10월 시행 교무청 모의고사 고3 수학 가형 26번.

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \quad f: X \rightarrow X.$$

(가) 함수  $f(x)$ 는 일대일 대응.

(나)  $1 \leq n \leq 2$  일 때  $f(2n) < f(n) < f(3n)$

$$\begin{aligned} \rightarrow n=1, \quad f(2) < f(1) < f(3) \\ n=2, \quad f(4) < f(2) < f(6). \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \rightarrow n=1, \quad f(2) < f(1) < f(3) \\ n=2, \quad f(4) < f(2) < f(6). \end{aligned}} \right\} \therefore f(4) < f(2) \text{ 고정.}$$

$$\begin{aligned} f(4) < f(2) < f(6) < f(1) < f(3) \\ < f(1) < f(6) < f(3) \\ < f(1) < f(3) < f(6). \end{aligned}$$

(i)  $f(4)=1, f(2)=2, \rightarrow 4C_{3 \times 3} = 12.$   
 $\rightarrow 3, 4, 5, 6$  중 3개를 골라 2중차순으로  
 왼쪽의 3가지 배열을 갖춰준다.

(ii)  $f(4)=1, f(2)=3, \rightarrow 3C_{3 \times 3} = 3$

(iii)  $f(4)=2, f(2)=3, \rightarrow 3C_{3 \times 3} = 3$

$\therefore$  구하는 함수  $f(x)$ 의 개수는  $12 + 3 + 3 = 18$  // ( $f(x)$ 는 자동으로 결정된다. 일대일 대응)