

4 2021학년도 평가원 6월 수학 가형 25번.

곡선 $x^3 - y^3 = e^{xy}$ 위의 점 $(a, 0)$ 에서의 접선의 기울기 b .

① 곡선의 방정식은 $(a, 0)$ 만족. $\therefore a^3 - 0^3 = e^{a \cdot 0} \rightarrow a^3 = 1, \therefore a = 1.$

(좌로평면에 나타내므로 a 는 실수)

② 양변 미분.

좌변: $(x^3 - y^3)' = 3x^2 dx - 3y^2 dy.$

우변: $(e^{xy})' = y \cdot e^{xy} dx + x \cdot e^{xy} \cdot dy. \quad (\text{ex: } e^{3x} \text{ 미분하면 } 3e^{3x}).$

$\therefore (3x^2 - ye^{xy}) dx = (xe^{xy} + 3y^2) dy.$

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 - ye^{xy}}{xe^{xy} + 3y^2}. \quad \left. \frac{dy}{dx} \right|_{\substack{x=a=1 \\ y=0}} = \frac{3-0}{1+0} = 3, \quad \therefore b=3, \quad a+b=4 //$

→ ②에서

양변에 로그를 씌우면 $\ln(x^3 - y^3) = xy$ 이고 여기서 양변을 미분하면

$$\frac{3x^2}{x^3 - y^3} dx - \frac{3y^2}{x^3 - y^3} dy = y dx + x dy.$$

$$\left(\frac{3y^2}{x^3 - y^3} + x \right) dy = \left(\frac{3x^2}{x^3 - y^3} - y \right) dx, \quad \therefore \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{3x^2}{x^3 - y^3} - y}{\frac{3y^2}{x^3 - y^3} + x}$$

$$\therefore \left. \frac{dy}{dx} \right|_{\substack{x=a=1 \\ y=0}} = \frac{\frac{3}{1-0} - 0}{\frac{0}{1-0} + 1} = \frac{3-0}{0+1} = 3.$$