

* 2021 학년도 평가전 6월 수학 사형 29번.

집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, 함수 $f: A \rightarrow A$. $\therefore$ 전체 = All = 분모 = 256

(가) $f(1) \times f(2) \geq 9 \rightarrow \therefore$ 가능한 $(f(1), f(2))$ 는 $(3, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 4)$

(나) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3.

(i) 치역이 $\{1, 2, 3\}$ 인 경우.

$f(1) = f(2) = 3$ 확정. $\therefore \{3, 4\}$ 를 $\{1, 2\}$ 에 전사함수로 대응시키면 된다.

$\therefore f(3) = f(4)$ 인 경우를 제외시켜야 하므로 $2^2 - 2 = 2$.

(ii) 치역이 $\{1, 2, 4\}$ 인 경우. $\rightarrow$ (i)와 동일 맥락. $\therefore 2$.

(iii) 치역이 $\{1, 3, 4\}$ 인 경우.

(iii)-1. $f(1) = f(2) = 3 \rightarrow 2$.

(iii)-2. $f(1) = f(2) = 4 \rightarrow 2$.

(iii)-3. $f(1) = 3, f(2) = 4 \rightarrow f(3) = 1$ 일 때 3가지, $f(4) = 1$ 일 때 3가지
교집합인 $f(3) = 1, f(4) = 1$ 인 경우 1가지. $\therefore 5$ 가지.

(iii)-4. $f(1) = 4, f(2) = 3 \rightarrow 5$ 가지.

따라서 (iii)의 경우 총 14가지.

(iv) 치역이 $\{2, 3, 4\}$ 인 경우 $\rightarrow$ (iii)과 동일 맥락. $\therefore 14$.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2+2+14+14}{256} = \frac{32}{256} = \frac{1}{8} = p$. $\therefore 120p = 15 //$

* 2021 학년도 평가전 6월 수학 가형 19번.

집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $f: A \rightarrow B$. $\therefore$ 전체 = All = 분모 = $3^4 = 81$.

조건: $f(1) \geq 2$ or 함수 f 의 치역은 B 이다.

여사건으로 접근하면 조건을 A 라 하면 $1 - P(A^c)$ 이므로

A^c : $f(1) < 2$ and 함수 f 의 치역은 B 가 아니다.

$\rightarrow f(1) = 1$ 고정, 함수 f 의 치역은 $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{1\}$ 가능.

(i) 치역이 $\{1\}$ 인 경우 $\rightarrow f$ 의 개수는 1.

(ii) 치역이 $\{1, 2\}$ 인 경우 $\rightarrow f(1) = 1$, $A' = \{2, 3, 4\}$, $B' = \{1, 2\}$ 라 할 때

A' 의 모든 원소가 1로 대응되는 경우만 불가. $\therefore 2^3 - 1 = 7$.

(iii) 치역이 $\{1, 3\}$ 인 경우 $\rightarrow$ (ii)와 동일 객관. $\therefore 7$.

따라서 구하는 확률은 $1 - \frac{1+7+7}{81} = \frac{66}{81} = \frac{22}{27} //$