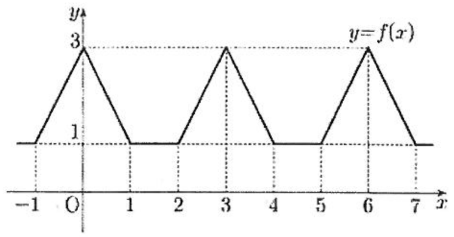
* 2021 학년도 평가원 6월 수학 가형 30번.



$[0, 3) \rightarrow f(x) = |x-1| + |x-2|$

$(-\infty, \infty) \rightarrow f(x+3) = f(x)$.

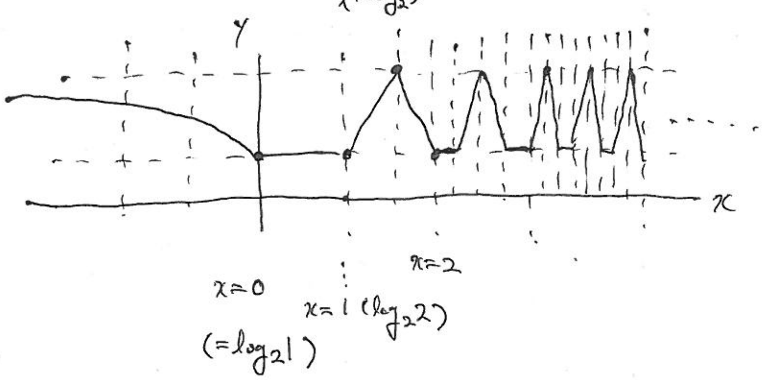
$g(x) = \lim_{h\to 0+} \left| \dfrac{f(2^{x+h}) - f(2^x)}{h} \right| \rightarrow (h\to 0+)$에 주의.

∴ $g(x)$는 $f(2^x)$의 접선 기울기의 우극한값의 크기로 생각할 수 있다.

$\rightarrow g(x) = f'(2^{x+}) \cdot 2^{x+} \cdot \ln 2 = f'(2^{x+}) \cdot 2^{x} \cdot \ln 2$

$f(2^x)$의 그래프는 오른쪽과 같다.

$f(2^{f(x)})$와 혼동하지 말 것.



→ $g(x)$가 $x=a$에서 불연속일 때,

$(-5, 5)$에 속하는 a값을 수열로 나타내면 a_n.

$x \rightarrow (-5, 5)$ 이면 $2^x \rightarrow (\frac{1}{32}, 32)$ 이고, 이 구간 $(\frac{1}{32}, 32)$을 문제에서 주어진

그래프에서 확인하면 된다.

∴ $a_1 = 1,\ a_2 = 2,\ a_3 = 4,\ a_4 = 5,\ a_5 = 7.$ .....

$x = \log_2 8$, $2^x = 3$, 문제의 그래프에서 첨점인 곳인 $g(x)$의 내용에 따라

접선 기울기의 우극한값은 연속이다. (주의).

따라서 $(\frac{1}{32}, 32)$ 구간에서의 a값은 총 21개가 나온다. — $\left\{ \begin{array}{l} [0,3] \rightarrow 2\text{개}, \rightarrow 10\text{번 반복}. \\ 31\text{도 포함}, 32\text{는 구간 외}. \end{array} \right.$

$g(a_1) = g(1) = f'(1+) \times 1 \times \ln 2 = 0$.

$g(a_2) = g(2) = f'(2+) \times 2 \times \ln 2 = 2 \cdot 2 \cdot \ln 2$

$g(a_3) = g(4) = f'(4+) \times 4 \times \ln 2 = 0$.

$g(a_4) = g(5) = f'(5+) \times 5 \times \ln 2 = 2 \times 5 \times \ln 2$.

. . . . .

$g(a_{2k-1}) = 0$ (k는 1부터 11까지), $g(a_{2k}) = 2 \times a_{2k} \times \ln 2$ (k는 1부터 10까지).

$$\therefore n + \sum_{k=1}^{n} \frac{g(a_k)}{\ln 2} = 21 + (2\cdot 2\cdot \ln 2 + 2\cdot 5\cdot \ln 2 + 2\cdot 8\cdot \ln 2 + \cdots + 2\cdot 29\cdot \ln 2) \times \frac{1}{\ln 2}$$

$$= 21 + 2 \times (\underbrace{2+5+8+\cdots+29}_{10개}) = 21 + 2 \times \frac{10 \times (2+29)}{2} = 21 + 310 = 331$$

→ $f(2^x)$의 그래프는 합성의 의미보다는 치환의 의미 (변수 입도의 변경)가 더 강하다.

$f(x)$와 $f(2^x)$를 다른 함수로 판단하지 말고 (식 계산은 어쩔 수 없지만)

2^x 전체가 (2^x의 값이) $f(x)$에서 변수값으로 작용한다는 점을

이해해야 한다. (문제에서 그래프를 직접 보여준 의미로 생각함).