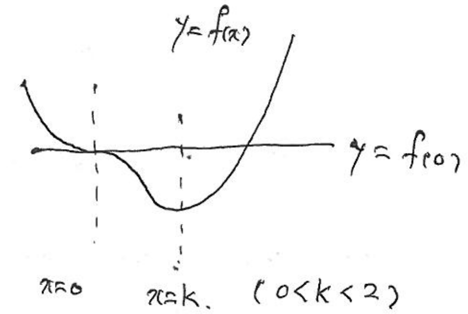
* 2018학년도 대수능 수학 나형 20번.

$f(x) = x^4 + \cdots$,

(가) $f'(0) = 0$, $f(2) = 16$

(나) $k > 0$, $(-\infty, 0)$, $(0, k)$ 에서 $f'(x) < 0$



조건을 충족시키는 사차함수의 개형은 오른쪽 그림과 같은 개형이다. $x=k$일 때 극솟값을 가져야 하므로 $f'(k) = 0$.

$\therefore f'(x) = 4x^2(x-k) = 4x^3 - 4kx^2$.

$f'(2) = 16 \times (2-k) = 16$. $\therefore k = 1$. $f'(x) = 4x^3 - 4x^2$.

$f(x) = x^4 - \frac{4}{3}x^3 + f(0)$ ($f(0)$이 적분상수가 된다)

ㄱ. $f'(0) = 0$, $0 < t < k$ 인 t에 대하여 $f'(t) < 0$, $f'(2) > 0$.

따라서 열린구간 $(t, 2)$에서 $f'(x)$는 한 개의 실근을 갖는다.

$(t, 2) \in (0, 2)$.

개형을 통해 바로 이해해야 한다.

ㄱ → True

ㄴ. 함수 $f(x)$는 극댓값은 없고, 하나의 극솟값 ($x=k$일 때)을 갖는다. ㄴ → False

ㄷ. $f(0)=0$이면 $f(x) = x^4 - \frac{4}{3}x^3$. $f(x) \geq f(k) =$ 극솟값 $= f(1)$

$f(1) = -\frac{1}{3}$ 이므로 ㄷ은 True.

ㄷ → True

* 2018학년도 대수능 수학 나형 18번.

$f(x) = x^3 + \cdots$, $f(1) = 0$, $\lim_{x \to 2} \dfrac{f(x)}{(x-2)\{f'(x)\}^2} = \dfrac{1}{4}$. $\therefore f(2) = 0$.

따라서 $f(x) = (x-1)(x-2)(x-k)$ 라 하면

$$f'(x) = (x-2)(x-k) + (x-1)(x-k) + (x-1)(x-2).$$

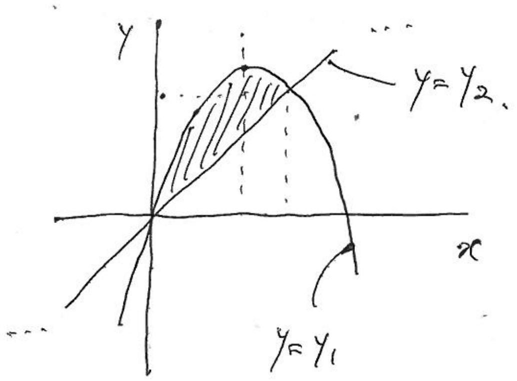
$$\lim_{x \to 2} \frac{f(x)}{(x-2)\{f'(x)\}^2} = \lim_{x \to 2} \frac{(x-1)(x-k)}{\{f'(x)\}^2} = \frac{2-k}{(2-k)^2} = \frac{1}{4}. \quad \therefore 2-k = 4,\ k = -2.$$

$\therefore f(x) = (x-1)(x-2)(x+2)$. $\quad f(3) = 2 \times 1 \times 5 = 10$ //

* 2018학년도 대수능 수학 나형 26번.

$$y_1 = -2x^2 + 3x = -2\left(x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16}\right) + \frac{9}{8} = -2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{9}{8}$$

$y_2 = x$.



y_1과 y_2로 둘러싸인 부분은 오른쪽 그림에서 빗금친 부분이고, 교점은 $x = 0$일 때와 $x = 1$일 때이므로 그 넓이는

$$\int_0^1 \{y_1 - y_2\}\,dx = \int_0^1 \{-2x^2 + 2x\}\,dx = \left[-\frac{2}{3}x^3 + x^2\right]_0^1 = \frac{1}{3} \;//$$

넓이값은 음수가 나오지 않는다. 따라서 교점에 대한 구간에 대해서 적분값에 대해 절댓값을 취해도 되고, 개형을 통해 절댓값 취하지 않고 하는 계산도 연습.