

우선적으로 $f(x) = \int_0^a |x - h(t)| dt$ 꼴의 함수를 어떻게 다루는지를 생각하여야 할 것이다.

이 경우, $h(t)$ 가 증가함수 또는 감소함수가 아닐 수도 있으므로, 각 증감 구간에 따라 구간별로 정의된 역함수를 도입할 수 있다.f

다시 말하자면, 구간별로 함수를 쪼개어 일반적인 연속함수라고 하더라도 구간별로 정의된 함수로서 정리한 후에 적분을 하는 것이다. 역함수를 가지는 함수 $k(t)$ 에 대해, 구간 내에서 다음과 같은 생각을 할 수 있다.

$$f(x) = \int_0^a |x - k(t)| dt \text{ 이면, } f(x) = \int_0^{k^{-1}(x)} x - k(t) dt + \int_{k^{-1}(x)}^a x - k(t) dt$$

또한 미분해 보면 $f'(x) = 2k^{-1}(x)$ 임을 확인할 수 있다.

즉, 주어진 함수의 경우, 각 구간을 잘 쪼개어 확인해 보면서 도함수를 확인하고, 그 도함수를 다시 미분한다면 이계도함수 불연속 조건의 열쇠는 극점 또는 미분 불가능한 점이라는 사실을 알 수 있다. 이러한 생각을 가지고 (나)를 보면, 둘 다 이계도함수가 불연속인 지점이라는 생각에는 도달하나, 막상 그러한 생각을 가지고 계산을 하려 하면, 머지않아 어떠한 계산도 할 수 없다는 사실을 알 수 있다.

그 까닭은, 위에서 말했듯이 역함수가 $(0, a)$ 범위 안에 들어와야 하기 때문이다. 결론적으로 말해서, 우리의 문제 같은 경우, 이계도함수가 불연속일 수 있는 지점은 다행히도 극점이 경계 내에서 존재하기 때문에(극점이 경계 내에 존재한다는 것이 확실하지 않으면 문제가 놀라울 정도로 다양하게 변한다) 각 불연속점과 극점을 일치시키거나 경계를 조정하여 각 값들을 맞추어 주어야 한다는 것을 알 수 있다.

즉, 결론적으로 $h(t)$ 의 극솟값과 $h(0)$ 은 항상 일치해야 하며, $h(t)$ 가 극솟값을 가지는 t 를 α 라 하고, 극댓값을 갖는 t 를 β 라 하면 $h(a) = h(\beta)$ 일 수밖에 없다는 사실을 알 수 있다.

열린 구간이므로 $a = \alpha$ 인 경우 열린 구간 안에 극솟값을 갖게 하는 t 가 포함되지 않기 때문이다.

정리해 보면, $h(t) = g(e^t)$ 이므로, $g(1) = g(e^\alpha)$, $g(e^\alpha) = g(e^\beta) = 20$, $g(0) = 0$ 이다.

따라서 $g(x) = (x-1)(x-k)^2 + k^2$ 과 같이 둘 수 있으며, 주어진 값에 따라 계산하면 $k = 4$ 이다.

또한, 따라서 $a = \ln 5$ 가 된다.

계산을 수행하면 답은 $20 \ln 5 - \frac{88}{3}$ 이다.