

II

다항함수의 미분법

1. 미분계수와 도함수
2. 도함수의 활용

1 미분계수

유형 1 평균변화율과 미분계수

135 ●●○○○

2018(나) 6월/평가원 13

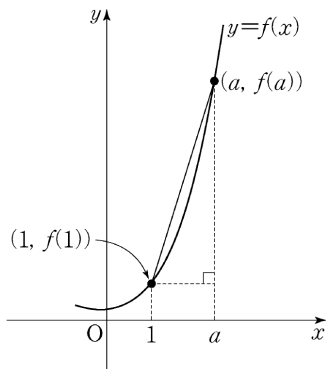
좌표평면 위의 두 점 $(1, \log_2 5)$, $(2, \log_2 10)$ 을 지나는 직선의 기울기는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

136 ●●○○○

2012(가) 6월/평가원 16

양의 실수 전체의 집합에서 증가하는 함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 미분가능하다. 1보다 큰 모든 실수 a 에 대하여 점 $(1, f(1))$ 과 점 $(a, f(a))$ 사이의 거리가 $a^2 - 1$ 일 때, $f'(1)$ 의 값은? [4점]



- ① 1 ② $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$
④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

137 ●●●●●

2018(나) 6월/평가원 30

사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

(가) 5 이하의 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n f(k) = f(n)f(n+1)$ 이다.

(나) $n=3, 4$ 일 때, $f(x)$ 에서 x 의 값이 n 에서 $n+2$ 까지 변할 때의 평균변화율은 양수가 아니다.

$128 \times f\left(\frac{5}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

유형 2 미분계수를 이용한 극한값 계산[1]
138 ●●○○○

2007(가) 6월/평가원 18 |

함수 $f(x)$ 가 $f(x+2) - f(2) = x^3 + 6x^2 + 14x$ 를 만족시킬 때,
 $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

유형 3 미분계수를 이용한 극한값 계산[2]
139 ●●○○○

2011(나) 6월/평가원 11 |

다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x^2 - 1} = 3$ 일 때, $\frac{f'(1)}{f(1)}$ 의 값은? [3점]

① 3

 ② $\frac{7}{2}$

③ 4

 ④ $\frac{9}{2}$

⑤ 5

140 ●●○○○

2009(가) 수능 18 |

다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x+1) - 8}{x^2 - 4} = 5$ 일 때,
 $f(3) + f'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

141 ●●●○

2009(가) 6월/평가원 6

함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이고, $f'(2) = -3$,

$f'(4) = 6$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x^2) - f(4)}{f(x) - f(-2)}$ 의 값은? [3점]

- ① -8 ② -4 ③ 4 ④ 8 ⑤ 12

142 ●●●○

2006(가) 6월/평가원 9

세 다항함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ 에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

- ㄱ. $f(0) = 0$ 이면 $f'(0) = 0$ 이다.
 ㄴ. 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) = g(-x)$ 이면 $g(0) = 0$ 이다.
 ㄷ. 모든 실수 x 에 대하여 $|h(2x) - h(x)| \leq x^2$ 이면 $h'(0) = 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

143 ●●●●

2006(가) 6월/평가원 10

두 다항함수 $f_1(x)$, $f_2(x)$ 가 다음 세 조건을 만족시킬 때, 상수 k 의 값은? [4점]

(가) $f_1(0) = 0$, $f_2(0) = 0$

(나) $f_i'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f_i(x) + 2kx}{f_i(x) + kx}$ ($i = 1, 2$)

(다) $y = f_1(x)$ 와 $y = f_2(x)$ 의 원점에서의 접선이 서로 직교한다.

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

2 미분가능성과 연속성

유형 1 미분가능성과 연속성

144 ●●●○

2007(가) 수능(舊) 7

함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & (x < 0) \\ x^2 - 1 & (0 \leq x < 1) \\ \frac{2}{3}(x^3 - 1) & (x \geq 1) \end{cases}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

- ㄱ. $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 미분가능하다.
 ㄴ. $|f(x)|$ 는 $x=0$ 에서 미분가능하다.
 ㄷ. $x^k f(x)$ 가 $x=0$ 에서 미분가능하도록 하는 최소의 자연수 k 는 2이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

145 ●●●●

2020학년(나) 수능 20

함수

$$f(x) = \begin{cases} -x & (x \leq 0) \\ x-1 & (0 < x \leq 2) \\ 2x-3 & (x > 2) \end{cases}$$

와 상수가 아닌 다항식 $p(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

- ㄱ. 함수 $p(x)f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이면 $p(0)=0$ 이다.
 ㄴ. 함수 $p(x)f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 $p(2)=0$ 이다.
 ㄷ. 함수 $p(x)\{f(x)\}^2$ 이 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 $p(x)$ 는 $x^2(x-2)^2$ 으로 나누어떨어진다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 2 미분가능한 함수의 미정계수 결정

146 ●○○○ 2017(나) 6월/평가원 16

함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & (x \leq -2) \\ 2x & (x > -2) \end{cases}$ 가 실수 전체의 집합에서 미분 가능할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

147 ●○○○ 2016(나) 9월/평가원 25

함수 $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & (x < 1) \\ x^4 + a & (x \geq 1) \end{cases}$ 이 $x=1$ 에서 미분가능할 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

148 ●○○○ 2013(나) 수능 18

함수 $f(x) = \begin{cases} x^3 + ax & (x < 1) \\ bx^2 + x + 1 & (x \geq 1) \end{cases}$ 이 $x=1$ 에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

149 ●○○○ 2004(가) 9월/평가원 6

함수 $f(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 + bx & (x \geq 1) \\ 2x^2 + 1 & (x < 1) \end{cases}$ 가 모든 실수 x 에서 미분가능하도록 상수 a, b 를 정할 때, ab 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

150 ●○○○ 2008(가) 6월/평가원 19

자연수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ax^{n+b} + 2x - 1}{x^n + 1} \quad (x > 0)$ 이 $x=1$ 에서 미분가능할 때, $a+10b$ 의 값을 구하시오. [3점]

유형 3 미분계수의 정의를 이용한 미분가능성 판단**151** ●●●●●

2007(가) 6월/평가원 9

함수 $f(x)$ 에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

< 보기 >

- ㄱ. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ 이다.
 ㄴ. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = 0$ 이면 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1-h)}{2h} = 0$ 이다.
 ㄷ. $f(x) = |x-1|$ 일 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1-h)}{2h} = 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 4 대칭함수와 주기함수의 미분가능**152** ●●○○○

2005(가) 9월/평가원 7

이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 직선 $x = 3$ 에 대하여 대칭일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

< 보기 >

- ㄱ. $y = f(x)$ 에서 x 의 값이 -1 에서 7 까지 변할 때의 평균변화율은 0 이다.
 ㄴ. 두 실수 a, b 에 대하여 $a+b=6$ 이면 $f'(a)+f'(b)=0$ 이다.
 ㄷ. $\sum_{k=1}^{15} f'(k-3) = 0$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

153 ●●●○○

2010(가) 수능 17

최고차항의 계수가 1 인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $-1 \leq x < 1$ 일 때, $g(x) = f(x)$ 이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+2) = g(x)$ 이다.

옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보기 >

- ㄱ. $f(-1) = f(1)$ 이고 $f'(-1) = f'(1)$ 이면, $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
 ㄴ. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면, $f'(0)f'(1) < 0$ 이다.
 ㄷ. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $f'(1) > 0$ 이면, 구간 $(-\infty, -1)$ 에 $f'(c) = 0$ 인 c 가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

3 도함수

유형 1 미분법의 공식

154 ●○○○○ 2017(나) 9월/평가원 23

함수 $f(x) = 3x^2 - 2x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

155 ●○○○○ 2018학년(나) 수능 23

함수 $f(x) = 2x^3 + x + 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

156 ●○○○○ 2018(나) 9월/평가원 23

함수 $f(x) = x^3 + 5x^2 + 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

157 ●○○○○ 2018(나) 6월/평가원 23

함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4$ 에 대하여 $f'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

158 ●○○○○ 2016(A) 수능 5

함수 $f(x) = x^3 + 7x + 3$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

159 ●○○○○ 2015(A) 6월/평가원 23

함수 $f(x) = x^3 + 10x$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]

160 ●○○○○ 2017(나) 수능 23

함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

161 ●○○○○ 2016(나) 6월/평가원 23

함수 $f(x) = x^3 - 2x - 2$ 에 대하여 $f'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

162 ●●○○○

2011(나) 6월/평가원 24

이차함수 $f(x) = x^2 + 3x$ 에 대하여 $f(2) + f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

163 ●○○○○

2012(나) 6월/평가원 22

함수 $f(x) = x^2 + 7x$ 에 대하여 $f'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

164 ●○○○○

2013(A) 6월/평가원 23

함수 $f(x) = 5x^2 + 3x - 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

165 ●○○○○

2014(A) 6월/평가원 23

함수 $f(x) = x^2 + x + 3$ 에 대하여 $f'(10)$ 의 값을 구하시오. [3점]

166 ●○○○○

2019학년(나) 수능 23

함수 $f(x) = x^4 - 3x^2 + 8$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

167 ●○○○○

2015(A) 9월/평가원 23

함수 $f(x) = x^2 - 2x - 12$ 에 대하여 $f'(5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

168 ●○○○○

2017(나) 6월/평가원 23

함수 $f(x) = 5x^5 + 3x^3 + x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

169 ●○○○○

2013(A) 9월/평가원 23

함수 $f(x) = 7x^3 - ax + 3$ 에 대하여 $f'(1) = 2$ 를 만족시키는 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

170 ●●●○

2005(가) 6월/평가원 9

다항함수 $y = f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 로부터 얻을 수 있는 급수

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{f'(n)}$ 에 대하여, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

(단, 모든 자연수 n 에 대하여 $f'(n) \neq 0$ 이다.) [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 10$ 이면 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{f'(n)} = \frac{1}{6}$ 이다.

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ 이면 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{f'(n)}$ 은 수렴한다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{f'(n)}$ 이 수렴하면 $x \rightarrow \infty$ 일 때 $f'(x)$ 는 발산한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 2

미분계수를 이용한 극한값 계산[3]

171 ●○○○

2012(나) 수능 3

함수 $f(x) = x^2 + 5$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

172 ●○○○

2007(가) 9월/평가원 18

함수 $f(x) = x^3 + 5x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값을 구하시

오. [3점]

173 ●○○○

2014(A) 6월/평가원 9

함수 $f(x) = x^2 + 4x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{2h}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

174 ●○○○○

2006(가) 수능(홀) 18

함수 $f(x) = x^4 + 4x^2 + 1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h}$ 의 값을 구하시오. [3점]

175 ●○○○○

2015(A) 6월/평가원 11

함수 $f(x) = x^2 + 8x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

176 ●○○○○

2012(나) 9월/평가원 26

함수 $f(x) = x^3 + 4x - 2$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{h}$ 의 값을 구하시오. [4점]

177 ●○○○○

2013(A) 6월/평가원 6

함수 $f(x) = x^3 - x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{2h}$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

178 ●○○○○

2010(가) 6월/평가원 18

함수 $f(x) = 2x^4 - 3x + 1$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ f\left(1 + \frac{3}{n}\right) - f\left(1 - \frac{2}{n}\right) \right\}$ 의 값을 구하시오. [3점]

179 ●○○○○

2013(나) 수능 24

함수 $f(x) = x^3 + 9x + 2$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

유형 3 곱의 미분

180 ●○○○○ 2010(가) 수능 18 |
 함수 $f(x) = (x^2 + 1)(x^2 + x - 2)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오.
 [3점]

181 ●○○○○ 2004(가) 9월/평가원 4 |
 함수 $f(x) = x(4x^2 + 5)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]
 ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

182 ●○○○○ 2009(가) 6월/평가원 18 |
 함수 $f(x) = (2x^3 + 1)(x - 1)^2$ 에 대하여 $f'(-1)$ 의 값을 구하시오.
 [3점]

183 ●○○○○ 2011(나) 9월/평가원 26 |
 함수 $f(x) = (x^3 + 5)(x^2 - 1)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

184 ●○○○○ 2005(가) 6월/평가원 18 |
 함수 $f(x) = (2x^2 - 1)(x^2 + x - 2)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오.
 [3점]

185 ●○○○○ 2004(가) 6월/평가원 19 |
 다항함수 $f(x) = (x^3 + 3x + 1)(x^2 - 2x + 3)$ 의 $x = 1$ 에서의 미분계수를 구하시오. [3점]

유형 4 극한값을 이용한 곱의 미분법

186 ●●○○○

2012(나) 6월/평가원 27 |

다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-5}{x-1} = 9$ 를 만족시킨다.

$g(x) = xf(x)$ 라 할 때, $g'(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

187 ●●○○○

2018학년(나) 수능 18 |

최고차항의 계수가 1이고 $f(1) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{(x-2)\{f'(x)\}^2} = \frac{1}{4}$$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

188 ●○○○○

2007(가) 9월/평가원 22 |

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g'(0)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $f(0) = 1, f'(0) = -6, g(0) = 4$

(나) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)g(x) - 4}{x} = 0$

유형 6 미분계수를 이용한 미정계수 결정

189 ●○○○○

2014(A) 수능 5 |

함수 $f(x) = 2x^2 + ax$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 6$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

유형 8 관계식이 주어질 때 도함수 구하기

190 ●●●○

2006(가) 6월/평가원 23

다항함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x, y 에 대하여

$$f(x+y) = f(x) + f(y) + 2xy - 1$$

을 만족시킨다.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f'(x)}{x^2 - 1} = 14$$

일 때, $f'(0)$ 의 값을 구하시오. [4점]

191 ●●●○

2005(가) 6월/평가원 20

실수에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$ 는 다음 두 조건을 만족한다.

(가) 임의의 실수 x, y 에 대하여

$$f(x-y) = f(x) - f(y) + xy(x-y)$$

(나) $f'(0) = 8$

함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 극댓값을 갖고 $x=b$ 에서 극솟값을 가질 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

유형 9 $f(x)$ 와 $f'(x)$ 의 관계식이 주어진 경우

192 ●●○○

2018(나) 6월/평가원 17

함수 $f(x) = ax^2 + b$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$4f(x) = \{f'(x)\}^2 + x^2 + 4$$

를 만족시킨다. $f(2)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

193 ●●○○

2005(가) 9월/평가원 6

등차수열 $\{x_n\}$ 과 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. 수열 $\{f'(x_n)\}$ 은 등차수열이다.

ㄴ. 수열 $\{f(x_{n+1}) - f(x_n)\}$ 은 등차수열이다.

ㄷ. $f(0) = 3, f(2) = 5, f(4) = 9$ 이면 $f(6) = 15$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

1 접선의 방정식

유형 1 접선의 기울기와 미분계수

194 ●●○○○ 2013(A) 6월/평가원 26

다항함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(2, 1)$ 에서의 접선의 기울기가 2이다. $g(x) = x^3 f(x)$ 일 때, $g'(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

195 ●●●●● 2012예비(B) 5월/평가원 18

$x > 0$ 에서 함수 $f(x)$ 가 미분가능하고 $2x \leq f(x) \leq 3x$ 이다.

$f(1) = 2$ 이고 $f(2) = 6$ 일 때, $f'(1) + f'(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

유형 2 접점이 주어질 때, 접선의 방정식

196 ●●○○○ 2012(나) 수능 26

곡선 $y = -x^3 + 4x$ 위의 점 $(1, 3)$ 에서의 접선의 방정식이 $y = ax + b$ 이다. $10a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

197 ●○○○○ 2014(A) 6월/평가원 27

곡선 $y = -x^3 + 2x$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선이 점 $(-10, a)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하시오. [4점]

198 ●●○○○ 2011(나) 6월/평가원 27

곡선 $y = x^3 - x^2 + a$ 위의 점 $(1, a)$ 에서의 접선이 점 $(0, 12)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [4점]

199 ●○○○

2009(가) 9월/평가원 18

곡선 $y = x^3 + 2$ 위의 점 $P(a, -6)$ 에서의 접선의 방정식을 $y = mx + n$ 이라 할 때, 세 수 a, m, n 의 합을 구하시오. [3점]

200 ●○○○

2013(나) 수능 15

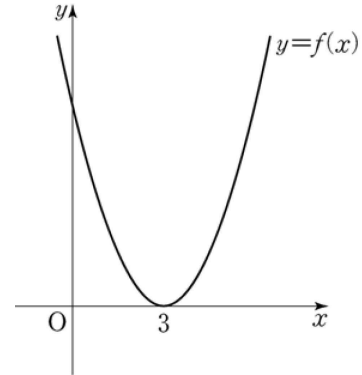
삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + 9x + 3$ 의 그래프 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선의 방정식이 $y = 2x + b$ 이다. $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

201 ●○○○

2015(A) 6월/평가원 13

함수 $f(x)$ 가 $f(x) = (x-3)^2$ 이라 하자. 함수 $g(x)$ 의 도함수가 $f(x)$ 이고, 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(2, g(2))$ 에서의 접선의 y 절편이 -5 일 때, 이 접선의 x 절편은? [3점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

202 ●○○○

2006(가) 9월/평가원 20

곡선 $y = x^3$ 위의 점 $P(t, t^3)$ 에서의 접선과 원점 사이의 거리를 $f(t)$ 라 하자. $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{f(t)}{t} = \alpha$ 일 때, 30α 의 값을 구하시오. [3점]

유형 3 접선과 수직인 직선의 방정식**203** ●●○○○

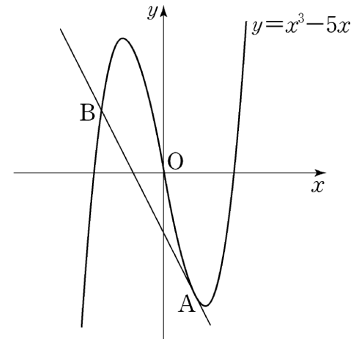
2017(나) 수능 26

곡선 $y = x^3 - ax + b$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선과 수직인 직선의 기울기가 $-\frac{1}{2}$ 이다. 두 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하시오. [4점]

유형 4 곡선과 접선의 교점**204** ●●○○○

2012(나) 6월/평가원 17

곡선 $y = x^3 - 5x$ 위의 점 $A(1, -4)$ 에서의 접선이 점 A 가 아닌 점 B 에서 곡선과 만난다. 선분 AB 의 길이는? [4점]



① $\sqrt{30}$

② $\sqrt{35}$

③ $2\sqrt{10}$

④ $3\sqrt{5}$

⑤ $5\sqrt{2}$

205 ●●○○○

2013(A) 9월/평가원 27

곡선 $y = x^3 + 2x + 7$ 위의 점 $P(-1, 4)$ 에서의 접선이 점 P 가 아닌 점 (a, b) 에서 곡선과 만난다. $a + b$ 의 값을 구하시오. [4점]

유형 5 기울기가 주어진 접선의 방정식

206 ●●○○○

2007(가) 수능(홍) 18

사차함수 $f(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 + 4$ 의 그래프 위의 점 (a, b) 에서의 접선의 기울기가 4일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

207 ●●○○○

2013(A) 6월/평가원 17

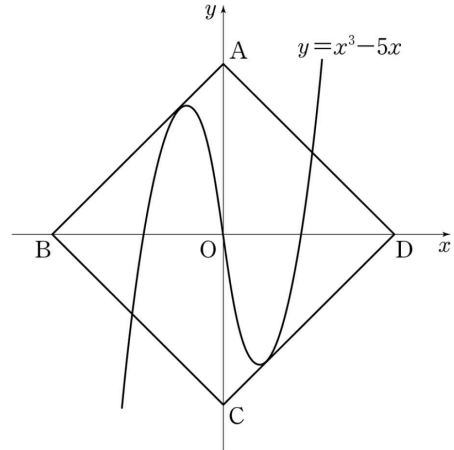
곡선 $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$ 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선이 서로 평행하다. 점 A의 x 좌표가 3일 때, 점 B에서의 접선의 y 절편의 값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

208 ●●○○○

2012예비(A) 5월/평가원 30

그림과 같이 정사각형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C는 y 축 위에 있고, 두 꼭짓점 B, D는 x 축 위에 있다. 변 AB와 변 CD가 각각 삼차함수 $y = x^3 - 5x$ 의 그래프에 접할 때, 정사각형 ABCD의 둘레의 길이를 구하시오. [4점]



209 ●●○○○

2017(나) 6월/평가원 20

함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - kx^2 + 1$ ($k > 0$ 인 상수)의 그래프 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선 l, m 의 기울기가 모두 $3k^2$ 이다. 곡선 $y = f(x)$ 에 접하고 x 축에 평행한 두 직선과 접선 l, m 으로 둘러싸인 도형의 넓이가 24일 때, k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

210 ●●●○

2014(A) 9월/평가원 21

최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

- (가) $f(0) = -3$
 (나) 모든 양의 실수 x 에 대하여
 $6x - 6 \leq f(x) \leq 2x^3 - 2$ 이다.

- ① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

유형 6

기울기가 주어진 접선의 활용

211 ●●○○

2014(A) 9월/평가원 27

곡선 $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{11}{3}$ ($x > 0$) 위를 움직이는 점 P와 직선

$x - y - 10 = 0$ 사이의 거리를 최소가 되게 하는 곡선 위의 점 P의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. [4점]

212 ●●○○

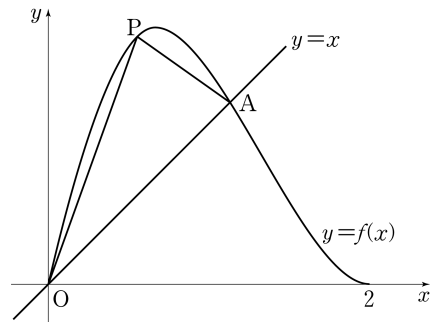
2012(나) 9월/평가원 19

닫힌구간 $[0, 2]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = ax(x-2)^2 \quad \left(a > \frac{1}{2}\right)$$

에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = x$ 의 교점 중 원점 O가 아닌 점을 A라 하자. 점 P가 원점으로부터 점 A까지 곡선 $y = f(x)$ 위를 움직일 때, 삼각형 OAP의 넓이가 최대가 되는 점 P의 x 좌표가 $\frac{1}{2}$ 이다.

상수 a 의 값은? [4점]



- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{17}{12}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{19}{12}$

유형 7 곡선 밖의 점이 주어진 경우의 접선

213 ●●○○○

2011(나) 9월/평가원 15

점 $(0, -4)$ 에서 곡선 $y = x^3 - 2$ 에 그은 접선이 x 축과 만나는 점의 좌표를 $(a, 0)$ 이라 할 때, a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

214 ●●●○○

2007(가) 6월/평가원 20

양수 a 에 대하여 점 $(a, 0)$ 에서 곡선 $y = 3x^3$ 에 그은 접선과 점 $(0, a)$ 에서 곡선 $y = 3x^3$ 에 그은 접선이 서로 평행할 때, $90a$ 의 값을 구하시오. [3점]

유형 8 곡선 밖의 한 점에서 그은 접선의 개수

UP

215 ●●●●●

2019학년(나) 수능 30

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 -1 인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선과 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(2, 0)$ 에서의 접선은 모두 x 축이다.
 (나) 점 $(2, 0)$ 에서 곡선 $y = f(x)$ 에 그은 접선의 개수는 2이다.
 (다) 방정식 $f(x) = g(x)$ 는 오직 하나의 실근을 가진다.

$x > 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$g(x) \leq kx - 2 \leq f(x)$$

를 만족시키는 실수 k 의 최댓값과 최솟값을 각각 α, β 라 할 때,

$\alpha - \beta = a + b\sqrt{2}$ 이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]

유형 9

공통인 접선

216 ●●○○○

2009(가) 6월/평가원 4

곡선 $y = x^2$ 위의 점 $(-2, 4)$ 에서의 접선이 곡선 $y = x^3 + ax - 20$ 에 접할 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -9 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -1

217 ●●●●●

2017(나) 6월/평가원 30

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(\alpha) = g(\alpha)$ 이고 $f'(\alpha) = g'(\alpha) = -16$ 인 실수 α 가 존재한다.
 (나) $f'(\beta) = g'(\beta) = 16$ 인 실수 β 가 존재한다.

$g(\beta+1) - f(\beta+1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

유형 10 접선의 방정식의 활용

218 ●●○○○

2008(가) 6월/평가원 7

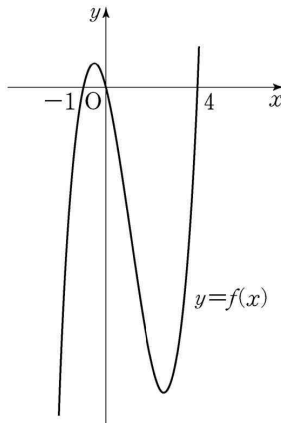
삼차함수 $f(x) = x(x-1)(ax+1)$ 의 그래프 위의 점 $P(1, 0)$ 을 접점으로 하는 접선을 l 이라 하자. 직선 l 에 수직이고 점 P 를 지나는 직선이 곡선 $y=f(x)$ 와 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 a 의 값의 범위는? [3점]

- ① $-1 < a < -\frac{1}{3}$ 또는 $0 < a < 1$
 ② $-\frac{1}{3} < a < 0$ 또는 $0 < a < 1$
 ③ $-1 < a < 0$ 또는 $0 < a < \frac{1}{3}$
 ④ $-1 < a < 0$ 또는 $\frac{1}{3} < a < 1$
 ⑤ $-2 < a < -\frac{1}{3}$ 또는 $\frac{1}{3} < a < 2$

219 ●●○○○

2015(A) 수능 14

함수 $f(x) = x(x+1)(x-4)$ 에 대하여 직선 $y = 5x + k$ 와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 양수 k 의 값은? [4점]



- ① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

220 ●●○○○

2012(나) 9월/평가원 21

좌표평면에서 두 함수

$$f(x) = 6x^3 - x, \quad g(x) = |x - a|$$

의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은? [4점]

- ① $-\frac{11}{18}$ ② $-\frac{5}{9}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{4}{9}$ ⑤ $-\frac{7}{18}$

221 ●●○○○

2016(A) 수능 28

두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} & \quad g(x) = x^3 f(x) - 7 \\ \text{(나)} & \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - g(x)}{x - 2} = 2 \end{aligned}$$

곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(2, g(2))$ 에서의 접선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

222 ●●●○

2010(가) 6월/평가원 15

삼차함수 $f(x) = x(x-a)(x-\beta)$ ($0 < a < \beta$)와 두 실수 a, b 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(a) + (b-a)f'(x)$$

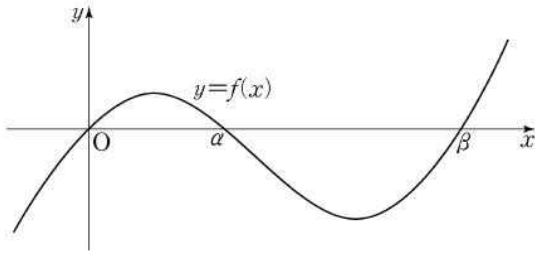
라고 하자. $a < 0, a < b < \beta$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보기 〉

ㄱ. x 에 대한 방정식 $g(x) = f(a)$ 는 실근을 갖는다.

ㄴ. $g(b) > f(a)$

ㄷ. $g(a) > f(b)$



① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

223 ●●●●

2019(나) 9월/평가원 30

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 네 개의 수 $f(-1), f(0), f(1), f(2)$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루고, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$ 에서의 접선과 점 $(2, f(2))$ 에서의 접선이 점 $(k, 0)$ 에서 만난다. $f(2k) = 20$ 일 때, $f(4k)$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [4점]

2 함수의 극대와 극소

유형 1 다항함수의 증가와 감소

224 ●●●○ 2011(나) 6월/평가원 15

삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + 2ax$ 가 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 증가하도록 하는 실수 a 의 최댓값을 M 이라 하고, 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

225 ●●●○ 2011(나) 9월/평가원 18

함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + 3ax$ 의 역함수가 존재하도록 하는 상수 a 의 최댓값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

226 ●●●○ 2015(A) 6월/평가원 27

함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 9x + 30$ 이 열린구간 $(-a, a)$ 에서 감소할 때, 양수 a 의 최댓값을 구하시오. [4점]

227 ●○○○ 2004(가) 6월/평가원 17

다음은 구간 $(0, 1)$ 에서 두 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 4$ 와 $g(x) = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 오직 한 점에서 만남을 증명한 것이다.

$h(x) = f(x) - g(x)$ 라 하면 $h(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 1$ 은 모든 실수 x 에 대하여 연속이다.

$h(0) \cdot h(1) \square$ 0 이므로, 사잇값의 정리에 의해 방정식 $h(x) = 0$ 은 0과 1 사이에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

모든 실수 x 에 대하여 $h'(x) \square$ 0 이므로

$h(x)$ 는 $\square$ 이다.

따라서 $h(x) = 0$ 은 0과 1 사이에서 오직 하나의 실근을 갖게 된다. 즉, 구간 $(0, 1)$ 에서 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 그래프는 오직 한 점에서 만난다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	<	>	증가함수
②	<	>	감소함수
③	<	<	감소함수
④	>	<	감소함수
⑤	>	>	증가함수

228 ●○○○ 2010(가) 9월/평가원 21

함수 $f(x) = x^3 - (a+2)x^2 + ax$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 y 절편을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 열린구간 $(0, 5)$ 에서 증가할 때, a 의 최솟값을 구하시오. [3점]

유형 2 다항함수의 극대와 극소

229 ●○○○○ 2012예비(A) 5월/평가원 25 |

 함수 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + 5$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]

230 ●○○○○ 2006(가) 9월/평가원 19 |

 함수 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 2$ 의 극댓값 M , 극솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값을 구하시오. [3점]

231 ●○○○○ 2008(가) 수능(홍) 18 |

 함수 $f(x) = x^3 - 12x$ 가 $x = a$ 에서 극댓값 b 를 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. [3점]

232 ●○○○○ 2019학년(나) 수능 9 |

 함수 $f(x) = x^3 - 3x + a$ 의 극댓값이 7일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

233 ●○○○○ 2018(나) 6월/평가원 6 |

 함수 $f(x) = x^3 - ax + 60$ $x = 1$ 에서 극소일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

234 ●○○○○ 2008(가) 6월/평가원 20 |

 함수 $f(x) = 1$ 는 $x = a$ 에서 극솟값 b 를 가진다. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 $(2, f(2))$ 에서 접하는 직선을 l 이라 할 때, 점 (a, b) 에서 직선 l 까지의 거리가 d 이다. $90d^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

235 ●●●○

2005(가) 6월/평가원 20

실수에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$ 는 다음 두 조건을 만족한다.

(가) 임의의 실수 x, y 에 대하여

$$f(x-y) = f(x) - f(y) + xy(x-y)$$

(나) $f'(0) = 8$

함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 극댓값을 갖고 $x=b$ 에서 극솟값을 가질 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

237 ●●●○

2017(나) 9월/평가원 29

두 삼차함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x)g(x) = (x-1)^2(x-2)^2(x-3)^2$$

을 만족시킨다. $g(x)$ 의 최고차항의 계수가 30이고, $g(x)$ 가 $x=2$ 에서 극댓값을 가질 때, $f'(0) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

236 ●●●○

2019(나) 9월/평가원 17

함수 $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 3(a^2 - 1)x$ 의 극댓값이 40이고 $f(-2) > 0$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

유형 3 $f(x) = f(a)$ 의 실근의 활용**238** ●●●○

2016(나) 9월/평가원 20

삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $x = -2$ 에서 극댓값을 갖는다.
 (나) $f'(-3) = f'(3)$

〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

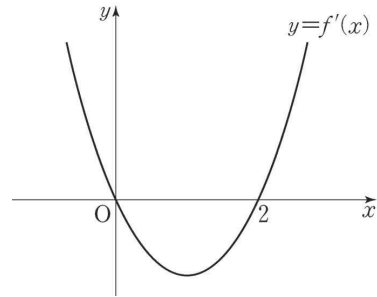
〈 보기 〉

- ㄱ. 도함수 $f'(x)$ 는 $x = 0$ 에서 최솟값을 갖는다.
 ㄴ. 방정식 $f(x) = f(2)$ 는 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ㄷ. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$ 에서의 접선은 점 $(2, f(2))$ 를 지난다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

239 ●●●○

2016(나) 6월/평가원 21

삼차함수 $f(x)$ 의 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보기 〉

- ㄱ. $f(0) < 0$ 이면 $|f(0)| < |f(2)|$ 이다.
 ㄴ. $f(0)f(2) \geq 0$ 이면 함수 $|f(x)|$ 가 $x = a$ 에서 극소인 a 의 값의 개수는 2이다.
 ㄷ. $f(0) + f(2) = 0$ 이면 방정식 $|f(x)| = f(0)$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 4 극대·극소를 이용한 미정계수 결정

240 ●○○○○ 2011(가) 수능 18 |
 함수 $f(x) = (x-1)^2(x-4) + a$ 의 극솟값이 10일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

241 ●○○○○ 2014(A) 6월/평가원 16 |
 함수 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + a$ 의 극댓값이 10일 때, 상수 a 의 값은? [4점]
 ① -12 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

242 ●●○○○ 2014(A) 수능 25 |
 함수 $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + ax - 4$ 가 $x=1$ 에서 극댓값 M 을 가질 때, $a+M$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

243 ●○○○○ 2006(가) 6월/평가원 18 |
 두 상수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + 9x + b$ 가 $x=1$ 에서 극댓값 0을 가질 때, ab 의 값을 구하시오. [3점]

244 ●○○○○ 2014(A) 9월/평가원 17 |
 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$ 의 모든 극값의 곱이 -4일 때, 상수 a 의 값은? [4점]
 ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

245 ●●○○○ 2020학년(나) 수능 12 |
 함수 $f(x) = -x^4 + 8a^2x^2 - 10$ | $x=b$ 와 $x=2-2b$ 에서 극대일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 $a > 0, b > 1$ 인 상수이다.) [3점]
 ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

246 ●●●○○

2013(A) 6월 평가원 21

함수 $f(x) = \begin{cases} a(3x-x^3) & (x < 0) \\ x^3-ax & (x \geq 0) \end{cases}$ 의 극댓값이 5일 때, $f(2)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

247 ●●○○○

2015(A) 수능 29

두 다항함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$g(x) = (x^3 + 2)f(x)$$

를 만족시킨다. $g(x)$ 가 $x = 1$ 에서 극솟값 24를 가질 때, $f(1) - f'(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

248 ●●●●○

2019(나) 9월/평가원 21

함수 $f(x) = x^3 + x^2 + ax + b$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를
 $g(x) = f(x) + (x-1)f'(x)$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. 함수 $h(x)$ 가 $h(x) = (x-1)f(x)$ 이면 $h'(x) = g(x)$ 이다.

ㄴ. 함수 $f(x)$ 가 $x = -1$ 에서 극값 0을 가지면 $\int_0^1 g(x) dx = -1$ 이다.

ㄷ. $f(0) = 0$ 이면 방정식 $g(x) = 0$ 은 열린구간 $(0, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

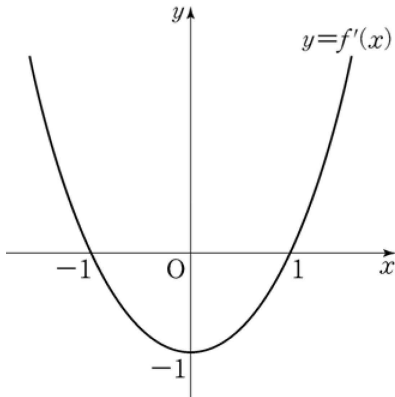
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

3 함수의 그래프

유형 1 도함수의 그래프와 극값

249 ●○○○ 2015(A) 9월/평가원 13

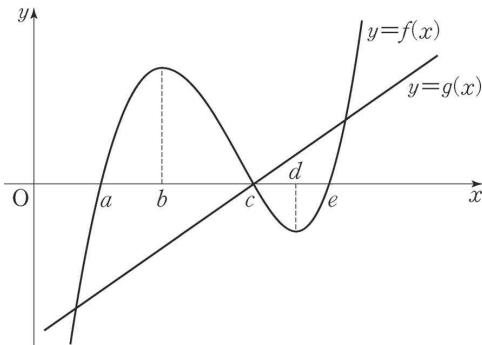
함수 $y=f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $f'(x)=x^2-10$ 이고 함수 $g(x)=f(x)-kx$ 가 $x=-3$ 에서 극값을 가질 때, 상수 k 의 값은? [3점]



- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

250 ●●●○ 2016(나) 6월/평가원 18

삼차함수 $y=f(x)$ 와 일차함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같고, $f'(b)=f'(d)=0$ 이다.



함수 $y=f(x)g(x)$ 는 $x=p$ 와 $x=q$ 에서 극소이다. 다음 중 옳은 것은? (단, $p < q$) [4점]

- ① $a < p < b$ 이고 $c < q < d$
 ② $a < p < b$ 이고 $d < q < e$
 ③ $b < p < c$ 이고 $c < q < d$
 ④ $b < p < c$ 이고 $d < q < e$
 ⑤ $c < p < d$ 이고 $d < q < e$

유형 2 도함수 그래프의 활용

251 ●●○○ 2008(가) 수능(홀) 6

최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$f'(x)=0$ 이 서로 다른 세 실근 α, β, γ ($\alpha < \beta < \gamma$)를 갖고,
 $f(\alpha)f(\beta)f(\gamma) < 0$ 이다.

〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

〈보기〉

- ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 $x=\beta$ 에서 극댓값을 갖는다.
 ㄴ. 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ㄷ. $f(\alpha) > 0$ 이면 방정식 $f(x)=0$ 은 β 보다 작은 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

252 ●●●○ 2006(가) 수능(홀) 9

함수 $y=f(x)$ 가 모든 실수에서 연속이고, $|x| \neq 1$ 인 모든 x 의 값에 대하여 미분계수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = \begin{cases} x^2 & (|x| < 1) \\ -1 & (|x| > 1) \end{cases}$$

일 때, 〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

〈보기〉

- ㄱ. 함수 $y=f(x)$ 는 $x=-1$ 에서 극값을 갖는다.
 ㄴ. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)=f(-x)$ 이다.
 ㄷ. $f(0)=0$ 이면 $f(1) > 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

253 ●●●○

2010(가) 6월 평가원 12

서로 다른 두 실수 a, β 가 사차방정식 $f(x)=0$ 의 근일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

- ㄱ. $f'(a)=0$ 이면 다항식 $f(x)$ 는 $(x-a)^2$ 으로 나누어떨어진다.
 ㄴ. $f'(a)f'(\beta)=0$ 이면 방정식 $f(x)=0$ 은 허근을 갖지 않는다.
 ㄷ. $f'(a)f'(\beta)>0$ 이면 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 네 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

254 ●●○●

2010(가) 6월/평가원 16

다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x \geq 0) \\ g(x) & (x < 0) \end{cases}$$

라고 하자. $h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

- ㄱ. $f(0)=g(0)$
 ㄴ. $f'(0)=g'(0)$ 이면 $h(x)$ 는 $x=0$ 에서 미분가능하다.
 ㄷ. $f'(0)g'(0)<0$ 이면 $h(x)$ 는 $x=0$ 에서 극값을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

255 ●●●○

2004(가) 6월/평가원 15

세 실수 a, b, c 에 대하여 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x)=(x-a)(x-b)(x-c)$$

일 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

- ㄱ. $a=b=c$ 이면, 방정식 $f(x)=0$ 은 실근을 갖는다.
 ㄴ. $a=b \neq c$ 이고 $f(a)<0$ 이면, 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ㄷ. $a<b<c$ 이고 $f(b)<0$ 이면, 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

256 ●●●○

2009(가) 6월/평가원 14

$x=0$ 에서 극댓값을 갖는 모든 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

- ㄱ. 함수 $|f(x)|$ 은 $x=0$ 에서 극댓값을 갖는다.
 ㄴ. 함수 $f(|x|)$ 은 $x=0$ 에서 극댓값을 갖는다.
 ㄷ. 함수 $f(x)-x^2|x|$ 은 $x=0$ 에서 극댓값을 갖는다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

257 ●●●●○

2013(A) 9월/평가원 21

사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = (x+1)(x^2 + ax + b)$$

이다. 함수 $y = f(x)$ 가 구간 $(-\infty, 0)$ 에서 감소하고 구간 $(2, \infty)$ 에서 증가하도록 하는 실수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여, $a^2 + b^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M+m$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{43}{8}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{45}{8}$ ⑤ $\frac{23}{4}$

258 ●●●●●

2009(가) 9월/평가원 24

다음 조건을 만족시키는 모든 사차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 항상 지나는 점들의 y 좌표의 합을 구하시오. [4점]

- (가) $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 1이다.
 (나) 곡선 $y = f(x)$ 가 점 $(2, f(2))$ 에서 직선 $y = 2$ 에 접한다.
 (다) $f'(0) = 0$

259 ●●○○○

2018학년(나) 수능 20

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.(가) $f'(0)=0$, $f'(2)=16$ (나) 어떤 양수 k 에 대하여 두 열린구간 $(-\infty, 0)$, $(0, k)$ 에서 $f'(x) < 0$ 이다.

〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 것을 고른 것은? [4점]

〈 보기 〉

ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$ 은 열린구간 $(0, 2)$ 에서 한 개의 실근을 갖는다.ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 극댓값을 갖는다.ㄷ. $f(0)=0$ 이면, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq -\frac{1}{3}$ 이다.

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

260 ●●●●●

2018(나) 9월/평가원 30

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식

$$(f \circ f)(x) = x$$

의 모든 실근이 $0, 1, a, 2, b$ 이다.

$$f'(1) < 0, f'(2) < 0, f'(0) - f'(1) = 6$$

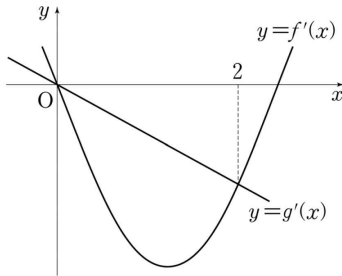
일 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. (단, $1 < a < 2 < b$) [4점]

유형 3 두 다항함수의 도함수 활용

261 ●●●○

2011(나) 6월/평가원 19

삼차함수 $f(x)$ 의 도함수의 그래프와 이차함수 $g(x)$ 의 도함수의 그래프가 그림과 같다. 함수 $h(x)$ 를 $h(x) = f(x) - g(x)$ 라 하자.
 $f(0) = g(0)$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



< 보기 >

- ㄱ. $0 < x < 2$ 에서 $h(x)$ 는 감소한다.
 ㄴ. $h(x)$ 는 $x = 2$ 에서 극솟값을 갖는다.
 ㄷ. 방정식 $h(x) = 0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

262 ●●●●

2004(가) 6월/평가원 10

이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 한 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식을 $y = g(x)$ 라 하자. $h(x) = f(x) - g(x)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

< 보기 >

- ㄱ. $h(x_1) = h(x_2)$ 를 만족시키는 서로 다른 두 실수 x_1, x_2 가 존재한다.
 ㄴ. $h(x)$ 는 $x = a$ 에서 극소이다.
 ㄷ. 부등식 $|h(x)| < \frac{1}{100}$ 의 해는 항상 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 4 대칭성을 갖는 함수의 극대·극소

263 ●●●○

2008(가) 6월/평가원 23

모든 계수가 정수인 삼차함수 $y = f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 이다.
 (나) $f(1) = 5$
 (다) $1 < f'(1) < 7$

함수 $y = f(x)$ 의 극댓값은 m 이다. m^2 의 값을 구하시오. [3점]

264 ●●●○

2007(가) 6월/평가원 21

사차함수 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 60$ 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이다.
 (나) 함수 $f(x)$ 는 극솟값 -10 을 갖는다.

265 ●●●○

2012(나) 수능 21

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시킨다. 방정식 $|f(x)| = 2$ 의 서로 다른 실근의 개수가 4일 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

유형 5

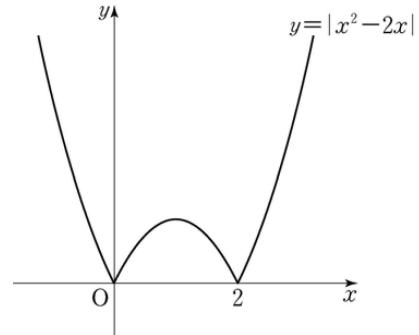
실근의 개수로 정의된 함수의 연속과 미분가능

UP

266 ●●●○

2015(A) 6월/평가원 29

실수 t 에 대하여 직선 $y = t$ 가 곡선 $y = |x^2 - 2x|$ 와 만나는 점의 개수를 $f(t)$ 라 하자. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(t)$ 에 대하여 함수 $f(t)g(t)$ 가 모든 실수 t 에서 연속일 때, $f(3) + g(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]



267 ●●●○

2017(나) 9월/평가원 20

삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = -x + t$ 의 교점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

- ㄱ. $f(x) = x^3$ 이면 함수 $g(t)$ 는 상수함수이다.
 ㄴ. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여, $g(1) = 2$ 이면 $g(t) = 3$ 인 t 가 존재한다.
 ㄷ. 함수 $g(t)$ 가 상수함수이면, 삼차함수 $f(x)$ 의 극값은 존재하지 않는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유형 6 절댓값을 포함한 함수의 미분가능

UP

268 ●●●●●

2009(가) 6월/평가원 24

사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\frac{f'(5)}{f'(3)}$ 의 값을 구하시오.

[4점]

- (가) 함수 $f(x)$ 는 $x = 2$ 에서 극값을 갖는다.
 (나) 함수 $|f(x) - f(1)|$ 은 오직 $x = a$ ($a > 2$)에서만 미분가능하지 않다.

유형 7 $g(x) = |f(x) - t|$ 에서 미분가능

UP

270 ●●●●●

2011(가) 수능 24

최고차항의 계수가 10이고, $f(0) = 3$, $f'(3) < 0$ 인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 집합 S 를

$$S = \{a \mid \text{함수 } |f(x) - t| \text{가 } x = a \text{에서 미분가능하지 않다.}\}$$

라 하고, 집합 S 의 원소의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 $t = 3$ 과 $t = 19$ 에서만 불연속일 때, $f(-2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

269 ●●●●○

2016(A) 수능 21

다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $\frac{f'(0)}{f(0)}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. Mm 의 값은? [4점]

- (가) 함수 $|f(x)|$ 는 $x = -1$ 에서만 미분가능하지 않다.
 (나) 방정식 $f(x) = 0$ 은 닫힌구간 $[3, 5]$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{2}{15}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

유형 8

거리를 이용한 함수의 미분가능

UP

271 ●●●○

2013(B) 6월/평가원 16

실수 t 에 대하여 곡선 $y = x^3$ 위의 점 (t, t^3) 과 직선 $y = x + 6$ 사이의 거리를 $g(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

- ㄱ. 함수 $g(t)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
 ㄴ. 함수 $g(t)$ 는 0이 아닌 극솟값을 갖는다.
 ㄷ. 함수 $g(t)$ 는 $t = 2$ 에서 미분가능하다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

272 ●●●○

2015(A) 9월/평가원 21

실수 t 에 대하여 직선 $x = t$ 가 두 함수

$$y = x^4 - 4x^3 + 10x - 30, y = 2x + 2$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 점 A와 점 B 사이의 거리를 $f(t)$ 라 하자.

$$\lim_{h \rightarrow 0+} \frac{f(t+h)-f(t)}{h} \times \lim_{h \rightarrow 0-} \frac{f(t+h)-f(t)}{h} \leq 0$$

을 만족시키는 모든 실수 t 의 값의 합은? [4점]

- ① -7 ② -3 ③ 1 ④ 5 ⑤ 9

273 ●●●○

2014(A) 수능 21

좌표평면에서 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 P라 할 때, 원점에서 점 P까지의 거리를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $f(x)$ 와 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1) = 2$

(나) 함수 $g(t)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 21 ② 24 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

유형 9

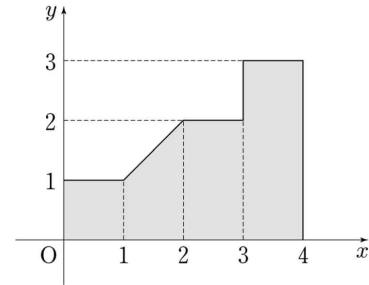
구간별로 주어진 함수의 미분가능

UP

274 ●●●○

2012예비(A) 5월/평가원 21

좌표평면 위에 그림과 같이 어두운 부분을 내부로 하는 도형이 있다. 이 도형과 네 점 $(0, 0)$, $(t, 0)$, (t, t) , $(0, t)$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형이 겹치는 부분의 넓이를 $f(t)$ 라 하자.



열린구간 $(0, 4)$ 에서 함수 $f(t)$ 가 미분가능하지 않은 모든 t 의 값의 합은? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

275 ●●●○

2010(가) 9월/평가원 16

함수 $f(x) = -3x^4 + 4(a-1)x^3 + 6ax^2$ ($a > 0$)과 실수 t 에 대하여,
 $x \leq t$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 실수 전체의 집
 합에서 미분가능하도록 하는 a 의 최댓값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

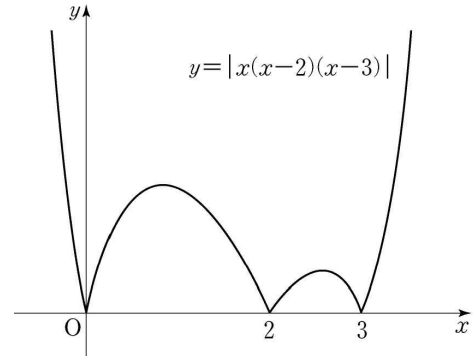
276 ●●●●●

2016(나) 9월/평가원 21

다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 음수인 모든 사차함수
 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)$ 의 최댓값은? [4점]

(가) 방정식 $f(x) = 0$ 의 실근은 0, 2, 3뿐이다.

(나) 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 와 $|x(x-2)(x-3)|$ 중 크지 않은 값을
 $g(x)$ 라 할 때, 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.



- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

277 ●●●●●

2016(나) 6월/평가원 29

함수 $f(x)$ 는 $f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 1) \\ -2x+4 & (x \geq 1) \end{cases}$ 이고, 좌표평면 위에 두 점

$A(-1, -1)$, $B(1, 2)$ 가 있다. 실수 x 에 대하여 점 $(x, f(x))$ 에서 점 A 까지의 거리의 제곱과 점 B 까지의 거리의 제곱 중 크지 않은 값을 $g(x)$ 라 하자. 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하지 않은 모든 a 의 값의 합이 p 일 때, $80p$ 의 값을 구하시오. [4점]

278 ●●●●●

2014(B) 6월/평가원 30

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $1 \leq f'(x) \leq 3$ 이다.
- (나) 모든 정수 n 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 점 $(4n, 8n)$, 점 $(4n+1, 8n+2)$, 점 $(4n+2, 8n+5)$, 점 $(4n+3, 8n+7)$ 을 모두 지난다.
- (다) 모든 정수 k 에 대하여 닫힌구간 $[2k, 2k+1]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 그래프는 각각 이차함수의 그래프의 일부이다.

$\int_3^6 f(x)dx = a$ 라 할 때, $6a$ 의 값을 구하시오. [4점]

유형 10 다항함수의 최대·최소

279 ●●○○○ 2017(나) 6월/평가원 10

닫힌구간 $[-1, 3]$ 에서 함수 $f(x) = x^3 - 3x + 5$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

280 ●○○○○ 2008(가) 9월/평가원 18

구간 $[-2, 0]$ 에서 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 8$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

281 ●●○○○ 2012(나) 6월/평가원 13

닫힌구간 $[1, 4]$ 에서 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M + m = 20$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

282 ●●●○○ 2004(가) 6월/평가원 6

미분가능한 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 그래프는 $x = a$ 와 $x = b$ 에서 만나고, $a < c < b$ 인 $x = c$ 에서 두 함수값의 차가 최대가 된다. 다음 중 항상 옳은 것은? [3점]

- ① $f'(c) = -g'(c)$ ② $f'(c) = g'(c)$
 ③ $f'(a) = g'(b)$ ④ $f'(b) = g'(b)$
 ⑤ $f'(a) = g'(a)$

283 ●●●○○ 2016(나) 6월/평가원 28

양수 a 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 - a^2x + 2$ 가 닫힌구간 $[-a, a]$ 에서 최댓값 M , 최솟값 $\frac{14}{27}$ 를 갖는다. $a + M$ 의 값을 구하시오. [4점]

284 ●●●○

2019(나) 6월/평가원 18

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & (x < 0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g(x)$ 의 최솟값이 $\frac{1}{2}$ 보다 작을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보기 〉

$$\neg g(0) + g'(0) = \frac{1}{2}$$

$$\neg g(1) < \frac{3}{2}$$

$$\supset \text{함수 } g(x) \text{의 최솟값이 } 0 \text{일 때, } g(2) = \frac{5}{2} \text{이다.}$$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

285 ●●●○

2015(A) 수능 21

다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(2)$ 의 최솟값은? [4점]

(가) $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 1이다.

(나) $f(0) = f'(0)$

(다) $x \geq -1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq f'(x)$ 이다.

- ① 28 ② 33 ③ 38 ④ 43 ⑤ 48

유형 11 최대·최소의 활용**286** ●●●○

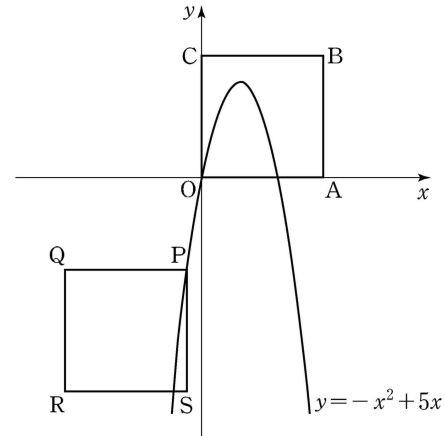
2009(가) 6월/평가원 20

좌표평면 위에 점 $A(0, 2)$ 가 있다. $0 < t < 2$ 일 때, 원점 O 와 직선 $y = 2$ 위의 점 $P(t, 2)$ 를 잇는 선분 OP 의 수직이등분선과 y 축의 교점을 B 라 하자. 삼각형 ABP 의 넓이를 $f(t)$ 라 할 때, $f(t)$ 의 최댓값은 $\frac{b}{a}\sqrt{3}$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

287 ●●●○

2007(가) 6월/평가원 22

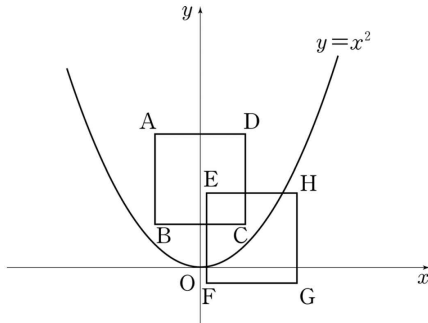
그림과 같이 좌표평면 위에 네 점 $O(0, 0)$, $A(8, 0)$, $B(8, 8)$, $C(0, 8)$ 을 꼭짓점으로 하는 정사각형 $OABC$ 와 한 변의 길이가 8이고 네 변이 좌표축과 평행한 정사각형 $PQRS$ 가 있다. 점 P 가 점 $(-1, -6)$ 에서 출발하여 포물선 $y = -x^2 + 5x$ 를 따라 움직이도록 정사각형 $PQRS$ 를 평행이동시킨다. 평행이동시킨 정사각형과 정사각형 $OABC$ 가 겹치는 부분의 넓이의 최댓값을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



288 ●●●●○

2011(나) 6월/평가원 21

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점의 좌표는 $(0, 1)$ 이고, 한 변의 길이가 1인 정사각형 EFGH의 두 대각선의 교점은 곡선 $y = x^2$ 위에 있다. 두 정사각형의 내부의 공통부분의 넓이의 최댓값은? (단, 정사각형의 모든 변은 x 축 또는 y 축에 평행하다.) [4점]



- ① $\frac{4}{27}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{5}{27}$ ④ $\frac{11}{54}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

289 ●●●●●

2017(나) 9월/평가원 30

두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ x & (x > 0) \end{cases}, g(x) = \begin{cases} x(2-x) & (|x-1| \leq 1) \\ 0 & (|x-1| > 1) \end{cases}$$

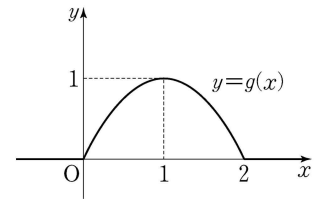
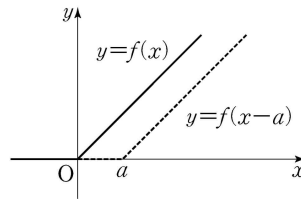
이다. 양의 실수 k, a, b ($a < b < 2$)에 대하여, 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = k\{f(x) - f(x-a) - f(x-b) + f(x-2)\}$$

라 정의하자. 모든 실수 x 에 대하여 $0 \leq h(x) \leq g(x)$ 일 때,

$\int_0^2 \{g(x) - h(x)\} dx$ 의 값이 최소가 되게 하는 k, a, b 에 대하여

$60(k+a+b)$ 의 값을 구하시오. [4점]



4 방정식과 부등식에의 활용

유형 1 방정식과 미분

290 ●●○○○

2018(나) 9월/평가원 15

방정식 $x^3 - 3x^2 - 9x - k = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 정수 k 의 최댓값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

291 ●●○○○

2019(나) 9월/평가원 27

곡선 $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 3$ 과 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수 k 의 값의 곱을 구하시오. [4점]

292 ●●○○○

2004(가) 6월/평가원 21

함수 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 10$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동시켰더니 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 되었다. 방정식 $g(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근만을 갖도록 하는 모든 a 의 값의 합을 구하시오. [3점]

293 ●●○○○

2005(가) 수능(홀) 13

$a > 1$ 일 때, 함수 $f(x) = 2x^3 - 3(a+1)x^2 + 6ax - 4a + 2$ 에 대하여 방정식 $f(x) = 0$ 의 한 실근을 b 라 하자.
다음은 두 수 a, b 의 크기를 비교하는 과정이다.

$f'(x) = \boxed{\text{(가)}}$ 이고 $a > 1$ 이므로
 $f(x)$ 는 $x = 1$ 에서 $\boxed{\text{(나)}}$ 을 가진다.
그런데 $f(1) < 0$ 이고 $f(b) = 0$ 이므로 $a \boxed{\text{(다)}}$ b 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	$6(x+a)(x+1)$	극솟값	$>$
②	$6(x+a)(x+1)$	극솟값	$<$
③	$6(x-a)(x-1)$	극솟값	$>$
④	$6(x-a)(x-1)$	극댓값	$<$
⑤	$6(x-a)(x-1)$	극댓값	$>$

294 ●●○○○

2005(가) 수능(홀) 24

x 에 대한 삼차방정식 $\frac{1}{3}x^3 - x = k$ 가 서로 다른 세 실근 α, β, γ 를 가진다. 실수 k 에 대하여 $|\alpha| + |\beta| + |\gamma|$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m^2 의 값을 구하시오. [4점]

295 ●○○○○

2006(가) 6월/평가원 4

두 함수 $f(x) = x^4 - 4x + a$, $g(x) = -x^2 + 2x - a$ 의 그래프가 오직 한 점에서 만날 때, a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

296 ●○○○○

2015(A) 6월/평가원 17

두 함수

$$f(x) = 3x^3 - x^2 - 3x, \quad g(x) = x^3 - 4x^2 + 9x + a$$

에 대하여 방정식 $f(x) = g(x)$ 가 서로 다른 두 개의 양의 실근과 한 개의 음의 실근을 갖도록 하는 모든 정수 a 의 개수는? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

297 ●●●●●

2017(나) 수능 30

실수 k 에 대하여 함수

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x + k$$

의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 방정식

$$4f'(x) + 12x - 18 = (f' \circ g)(x)$$

가 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 실근을 갖기 위한 k 의 최솟값을 m , 최댓값을 M 이라 할 때, $m^2 + M^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

298 ●●●●●

2018(나) 6월/평가원 21

상수 a, b 에 대하여 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(-1) > -1$
 (나) $f(1) - f(-1) > 8$

〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

- ㄱ. 방정식 $f'(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ㄴ. $-1 < x < 1$ 일 때, $f'(x) \geq 0$ 이다.
 ㄷ. 방정식 $f(x) - f'(k)x = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k 의 개수는 4이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

299 ●●●●●

2019(나) 6월/평가원 30

최고차항의 계수가 1이고 $f(2) = 3$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{ax-9}{x-1} & (x < 1) \\ f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 t 의 값의 집합은 $\{t \mid t = -1 \text{ 또는 } t \geq 3\}$ 이다.

$(g \circ g)(-1)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [4점]

300 ●●●●●

2020학년(나) 수능 30

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x) - x = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
 (나) 방정식 $f(x) + x = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

$f(0) = 0$, $f'(1) = 1$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

유형 2 부등식과 미분

301 ●●○○○

2005(가) 6월/평가원 24

두 함수 $f(x) = 5x^3 - 10x^2 + k$, $g(x) = 5x^2 + 2$ 가 있다.

$\{x \mid 0 < x < 3\}$ 에서 부등식 $f(x) \geq g(x)$ 가 성립하도록 하는 상수 k 의 최솟값을 구하시오. [4점]

302 ●●○○○

2019(나) 6월/평가원 27

두 함수

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - k, g(x) = 2x^2 + 3x - 10$$

에 대하여 부등식

$$f(x) \geq 3g(x)$$

가 닫힌구간 $[-1, 4]$ 에서 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하시오. [4점]

303 ●●●○

2018학년(나) 수능 29

두 실수 a 와 k 에 대하여 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq a) \\ (x-1)^2(2x+1) & (x > a) \end{cases},$$

$$g(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq k) \\ 12(x-k) & (x > k) \end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq g(x)$ 이다.

 k 의 최솟값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $a+p+q$ 의 값을 구하시오.(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

304 ●●●○

2015(A) 6월/평가원 21

자연수 n 에 대하여 최고차항의 계수가 1인 다음 조건을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$ 의 극댓값을 a_n 이라 하자.(가) $f(n) = 0$ (나) 모든 실수 x 에 대하여 $(x+n)f(x) \geq 0$ 이다. a_n 이 자연수가 되도록 하는 n 의 최솟값은? [4점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

5 속도 와 가속도

유형 1 수직선 위의 운동에서 속도와 가속도

305 ●○○○ 2014(A) 6월/평가원 14

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 x 가

$$x = -t^2 + 4t$$

이다. $t = a$ 에서 점 P의 속도가 0일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

306 ●●○○○ 2019(나) 6월/평가원 25

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t > 0$)에서의 위치 x 가

$$x = t^3 - 5t^2 + 6t$$

이다. $t = 3$ 에서 점 P의 가속도를 구하시오. [3점]

307 ●●○○○ 2019학년(나) 수능 27

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 위치 x 가

$$x = -\frac{1}{3}t^3 + 3t^2 + k \quad (k \text{는 상수})$$

이다. 점 P의 가속도가 0일 때, 점 P의 위치는 40이다. k 의 값을 구하시오. [4점]

308 ●○○○ 2008(가) 6월/평가원 18

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t 일 때의 위치는 각각

$$P(t) = \frac{1}{3}t^3 + 4t - \frac{2}{3}, \quad Q(t) = 2t^2 - 10 \text{이다. 두 점 P, Q의 속도가}$$

같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하시오. [3점]

309 ●●○○○ 2020학년(나) 수능 27

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 위치 x_1 , x_2 가

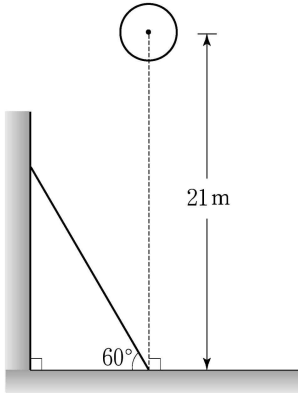
$$x_1 = t^3 - 2t^2 + 3t, \quad x_2 = t^2 + 12t$$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하시오. [4점]

310 ●●○○○

2007(가) 6월/평가원 12

그림과 같이 편평한 바닥에 60° 로 기울어진 경사면과 반지름의 길이가 0.5m 인 공이 있다. 이 공의 중심은 경사면과 바닥이 만나는 점에서 바닥에 수직으로 높이가 21m 인 위치에 있다.



이 공을 자유낙하시킬 때, t 초 후 공의 중심의 높이 $h(t)$ 는

$$h(t) = 21 - 5t^2 (\text{m})$$

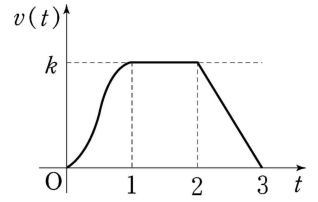
라고 한다. 공이 경사면과 처음으로 충돌하는 순간, 공의 속도는? (단, 경사면의 두께와 공기의 저항은 무시한다.) [4점]

- ① -20m/초 ② -17m/초 ③ -15m/초
 ④ -12m/초 ⑤ -10m/초

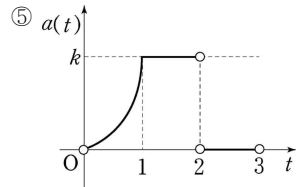
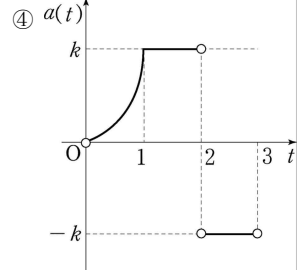
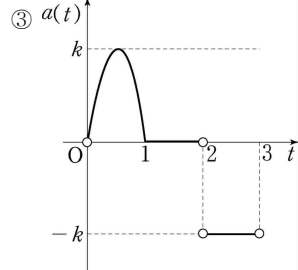
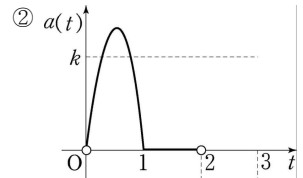
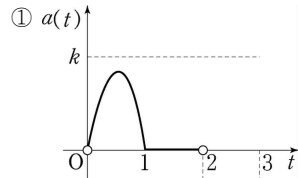
311 ●●○○○

2005(가) 6월/평가원 6

오른쪽 그림은 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 속도 $v(t)$ 를 나타내는 그래프이다. $v(t)$ 는 $t = 2$ 를 제외한 열린구간 $(0, 3)$ 에서 미분가능한 함수이고, $v(t)$ 의 그래프는 열린구간 $(0, 1)$ 에서 원점과 점 $(1, k)$



를 잇는 직선과 한 점에서 만난다. 점 P의 시각 t 에서의 가속도 $a(t)$ 를 나타내는 그래프의 개형으로 가장 알맞은 것은? [3점]



유형 2 속도 가속도와 운동 방향

312 ●●○○○ 2017(나) 6월/평가원 17

수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t ($t > 0$)에서의 위치 x 가

$$x = t^3 - 12t + k \quad (k \text{는 상수})$$

이다. 점 P의 운동 방향이 원점에서 바뀔 때, k 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

313 ●●○○○ 2018(나) 9월/평가원 14

수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t ($t \geq 0$)에서의 위치 x 가

$$x = t^3 - 5t^2 + at + 5$$

이다. 점 P가 움직이는 방향이 바뀌지 않도록 하는 자연수 a 의 최솟값은? [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

314 ●●○○○ 2018(나) 6월/평가원 16

수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t ($t \geq 0$)에서의 위치 x 가

$$x = t^3 + at^2 + bt \quad (a, b \text{는 상수})$$

이다. 시간 $t = 1$ 에서의 점 P가 운동 방향을 바꾸고, 시간 $t = 2$ 에서의 점 P의 가속도는 0이다. $a + b$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

315 ●●○○○ 2012(나) 6월/평가원 10

수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간 t 일 때의 위치는 각각

$$f(t) = 2t^2 - 2t, \quad g(t) = t^2 - 8t \text{이다. 두 점 P와 Q가 서로}$$

반대방향으로 움직이는 시간 t 의 범위는? [3점]

- ① $\frac{1}{2} < t < 4$ ② $1 < t < 5$ ③ $2 < t < 5$
 ④ $\frac{3}{2} < t < 6$ ⑤ $2 < t < 8$

