* 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 가형 30번.

($x \in R$), $f(x)$, $g(x)$ 미분가능.

(가) $g(x+1) - g(x) = -\pi(e+1)e^{x}\cdot\sin(\pi x)$

(나) $g(x+1) = \int_0^x \{f(t+1)\cdot e^t - f(t)\cdot e^t + g(t)\}dt$

$\therefore g(1)=0$, $g(\text{정수})=0$

$\int_0^1 f(x)dx = \frac{10}{9}e+4$.

$g'(x+1) - g'(x) = -\pi(e+1)\times\{e^x\sin(\pi x) + \pi\cdot e^x\cdot\cos(\pi x)\}$

$g'(x+1) = f(x+1)\cdot e^x - f(x)\cdot e^x + g(x)$

$\therefore f(x+1)e^x - f(x)e^x + g(x) - g'(x) = -\pi(e+1)\times\{e^x\sin(\pi x) + \pi e^x\cos(\pi x)\}$

따라서 $\{g'(x) - g(x)\}e^{-x} = f(x+1) - f(x) + \pi(e+1)\cdot\{\sin(\pi x) + \pi\cos(\pi x)\}$

$\rightarrow \{g'(x) - g(x)\} = e^x\times\{\quad\}$ 형태에서 유추해야 한다. $\Rightarrow$ ***

$\therefore g(x)\cdot e^{-x} = \int_0^x\{f(t+1) - f(t)\}dt + (e+1)\left[-\cos(\pi t)\right]_0^x + \pi(e+1)\left[\sin(\pi t)\right]_0^x$

$= \int_0^x f(t+1)dt - \int_0^x f(t)dt + \underbrace{(e+1)(-\cos(\pi x)+1)}_{x\text{가 홀수면 } 2(e+1),\ \text{짝수면 } 0} + \underbrace{\pi(e+1)(\sin(\pi x) - 0)}_{x\text{가 정수이면 } 0}$

$\therefore \underset{(x\text{가 정수면 } 0)}{g(x)e^{-x}} = \int_0^x f(t+1)dt - \int_0^x f(t)dt + \begin{cases} x\text{가 홀수}: & 2(e+1) \\ x\text{가 짝수}: & 0 \end{cases}$

$\int_0^x f(t+1)dt = \int_1^{x+1} f(t)dt$.

$\therefore x=9$. $\int_0^{10} - \int_0^9 = -2(e+1) + \int_0^1$

$x=8$. $\int_0^9 - \int_0^8 = \int_0^1$

$x=7$ $\int_0^8 - \int_0^7 = -2(e+1) + \int_0^1$

....

$x=1$ $\int_0^2 - \int_0^1 = -2(e+1) + \int_0^1$

변변 더하면 (축차대입)

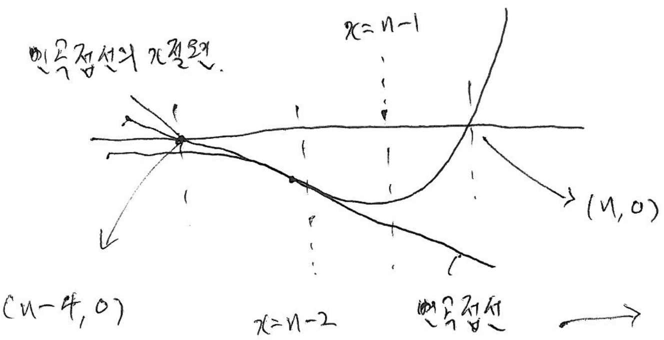
$\int_0^{10} - \int_0^1 = \int_1^{10} f(x)dx$

$= -10(e+1) + 9\times\int_0^1 f(x)dx$

$= -10e - 10 + 10e + 36 = 26$//

* 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 가형 21번.

$y=(x-n)e^{x}$ (n은 정수) $\rightarrow$ 1) $x\in R$, 2) $\lim_{x\to\infty} y=\infty(+)$, $\lim_{x\to-\infty} y=0(-)$, 3) $(n,0)$



$f(x)=(x-n)e^{x}$

$f'(x)=(x-n+1)e^{x}$

$f''(x)=(x-n+2)e^{x}$

변곡접선 $\longrightarrow$ $y=-e^{n-2}\cdot(x-(n-2))-2e^{n-2}$

$=-e^{n-2}\cdot x+(n-4)e^{n-2}$ $\Rightarrow$ x절편은 $(n-4,0)$.

$\therefore$ $a<n-4$ $\rightarrow$ $f(n)=2$

$a=n-4$ $\rightarrow$ $f(n)=1$

$n-4<a<n$ $\rightarrow$ $f(n)=0$

$a=n$ $\rightarrow$ $f(n)=1$

$a>n$ $\rightarrow$ $f(n)=2$.

ㄱ. $a=0$일 때 $n=4$이면 $(a=n-4)$

$f(n)=1$ $\longrightarrow$ True.

ㄴ. $f(n)=1$인 정수 a는

$n-4$, n 2개가 존재한다. $\longrightarrow$ False.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{5} f(n)=f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)=5$.

$\rightarrow$ 연속되는 다섯 개의 정수 n에 대한 $f(n)$값들의 합이 5

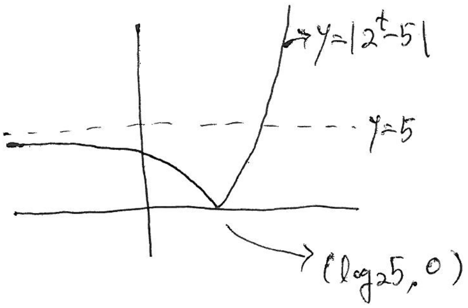
$\rightarrow$ 내용상 $2+2+1+0+0$ 또는 $0+0+1+2+2$의 형태가 가능하다.

$a=n-4$. $(n=3)$. $\qquad$ $a=n$. $(n=3)$.

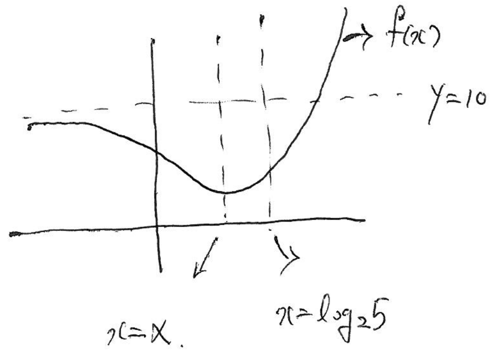
$\therefore$ $a=-1$ or 3 $\longrightarrow$ True.

* 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 가형 20번.

$f(x)=\int_x^{x+2}|2^t-5|\,dt$ 의 최솟값 m → 밑끝이 고정된 상태가 아니고 적분구간의 폭이 고정된 상태



$\Rightarrow \int_x^{x+2} \Rightarrow$



∴ $x=\alpha$일 때 최솟값 m을 갖고,

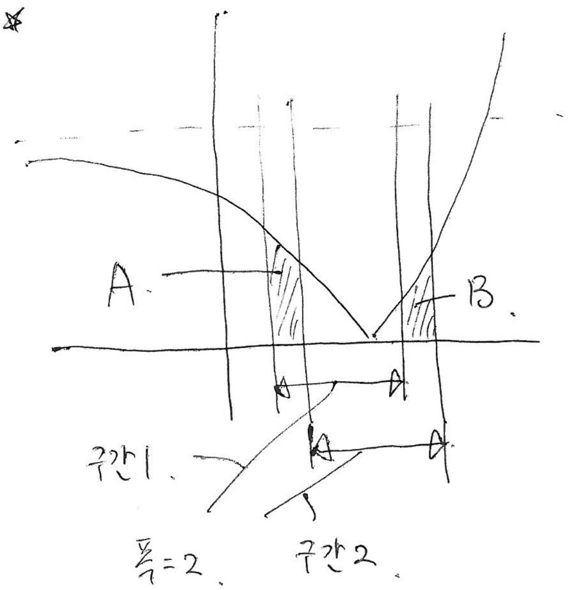
$-2^\alpha+5=2^{\alpha+2}-5$ 이므로 $\alpha=1$. ∴ $m=\int_1^{\log_2 5}(-2^t+5)\,dt+\int_{\log_2 5}^{3}(2^t-5)\,dt$

$$m=\left[-\frac{2^t}{\ln 2}+5t\right]_1^{\log_2 5}+\left[\frac{2^t}{\ln 2}-5t\right]_{\log_2 5}^{3}$$

$$=\cancel{\frac{-5}{\ln 2}}+5\log_2 5+\cancel{\frac{2}{\ln 2}}-5+\cancel{\frac{8}{\ln 2}}-15-\cancel{\frac{5}{\ln 2}}+5\log_2 5=10\log_2 5-20$$

$$\therefore\ 2^{10(\log_2 5-2)}=2^{10\cdot\log_2\frac{5}{4}}=\left(\frac{5}{4}\right)^{10}\ //$$

*



구간1에서 구간2로 갈 때,

A부분이 빠져나가고, B부분이 새로 추가되는

넓이로 적분값이 나온다.

∴ $A>B$ (나가는 양 > 추가되는 양) → 적분 함수는 감소.

$A=B$ (극소).

$A<B$ → 적분함수는 증가.

위에서 오른쪽 적분함수의 개형이 왜 저렇게 되는가?를 생각.

+ $\int_x^{x+2}$ 가 아니고 $\int_0^{x}$ 면 또 어떻게 달라질 것인가?

* 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 나형 30번.

$a>0,\ f(x)=x^2+\cdots,\ g(x)=x^3+\cdots,$

(가) $f(0)=g(0)$

(나) $\lim_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=0,\ \lim_{x\to a}\dfrac{g(x)}{x-a}=0$

(다) $\int_0^a\{g(x)-f(x)\}dx=36$

$f(0)=0,\ f(x)=x\times f_1(x),\ f_1(0)=0$

$\therefore f(x)=x\times x=x^2$ (확정)

$g(x)=(x-a)g_1(x),\ g_1(a)=0$

$\therefore g(x)=(x-a)(x-a)x\ (\because f(0)=g(0)=0)$

$=x^3-2ax^2+a^2x$

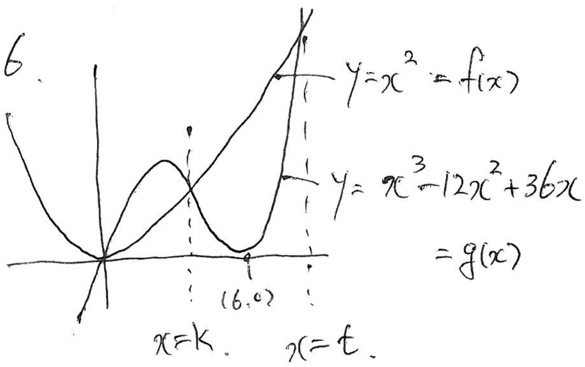
$\therefore \int_0^a\{g(x)-f(x)\}dx$

$=\int_0^a\{x^3-(2a+1)x^2+a^2x\}dx=\left[\dfrac{x^4}{4}-\dfrac{(2a+1)x^3}{3}+\dfrac{a^2x^2}{2}\right]_0^a$

$=\dfrac{a^4}{4}-\dfrac{2a^4}{3}-\dfrac{a^3}{3}+\dfrac{a^4}{2}=\dfrac{3-8+6}{12}a^4-\dfrac{a^3}{3}=\dfrac{a^4}{12}-\dfrac{a^3}{3}=36.$

$\therefore a^4-4a^3-36\times12=0 \rightarrow a^3(a-4)=36\times12=36\times6\times2=6^3\times(6-2)$

$\therefore a=6.$



x^3-13x^2+36x

$=x(x^2-13x+36)=0,$

$\{0,k,t\}.$

$\therefore k=4,\ t=9.\ (k<t).$ 따라서 $\int_0^6|f(x)-g(x)|dx$ 는

$\int_0^4\{x^3-13x^2+36x\}dx+\int_4^6\{-x^3+13x^2-36x\}dx$

$=\left[\dfrac{x^4}{4}-\dfrac{13x^3}{3}+18x^2\right]_0^4\Big]_6^4=2\times\left(\dfrac{4^4}{4}-\dfrac{13\times4^3}{3}+18\times4^2\right)-\left(\dfrac{6^4}{4}-\dfrac{13\cdot6^3}{3}+18\cdot6^2\right)$

$=2\times4^2\times\left(\dfrac{12-52+54}{3}\right)-6^2\times(9-26+18)=\dfrac{2\times16\times14}{3}-36$

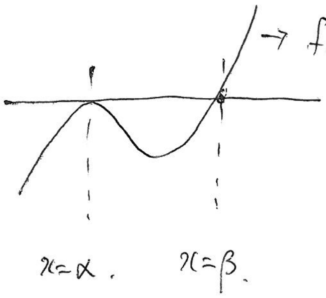
$\therefore 3\int_0^a|f(x)-g(x)|dx=2\times16\times14-36\times3=448-108=340$ //

* 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 나형 21번.

$f(x) = x^3 + \cdots$

(가) 방정식 $f(x) = 0$, $\{\alpha, \beta\}$, $(\alpha < \beta)$

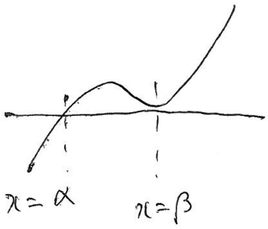
(나) 함수 $f(x)$의 극솟값은 -4.



$\rightarrow f(x) = (x-\alpha)^2(x-\beta)$

방정식 $f(x)=0$의 해는 α, α, β 이다.

$\rightarrow$ α, β, β 라면



⇒ 극솟값이 0이 된다. 따라서

$$f(x) = (x-\alpha)^2(x-\beta)$$

$$f'(x) = 2(x-\alpha)(x-\beta) + (x-\alpha)^2 = (x-\alpha)(2x-2\beta+x-\alpha)$$

$$= 3(x-\alpha)\left(x - \frac{\alpha+2\beta}{3}\right).$$

$$\therefore f\left(\frac{\alpha+2\beta}{3}\right) = -4 = \left(\frac{2\beta-2\alpha}{3}\right)^2\left(\frac{\alpha-\beta}{3}\right) = \frac{-4(\beta-\alpha)^3}{27}$$

$$\therefore \beta - \alpha = 3.$$

ㄱ. $f'(\alpha) = 0$ $\rightarrow$ True.

ㄴ. $\beta = \alpha + 3$ $\rightarrow$ True.

ㄷ. $f(0) = 16$이면 $f(0) = \alpha^2 \times (-\beta) = \alpha^2 \times (-\alpha-3) = -\alpha^3 - 3\alpha^2 = 16$

$\therefore$ $\alpha^3 + 3\alpha^2 + 16 = 0$ 에서 $\alpha = -4$일 때 성립하므로 $\alpha = -4$, $\beta = -1$.

$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 17$. $\rightarrow$ False.

* 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 나형 29번.

a_1이 짝수.

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (a_n\text{이 홀수}) \\ \dfrac{a_n}{2} & (a_n\text{이 짝수}) \end{cases}$$, (n은 자연수), $a_5 = 5$.

$$a_5 = 5 = a_{4+1} = \begin{cases} a_4 + 3 & \therefore a_4 = 2 \ (\text{X}) \\ \dfrac{a_4}{2} & \therefore a_4 = 10. \ (\text{O}) \end{cases}$$

$$a_4 = 10 = a_{3+1} = \begin{cases} a_3 + 3 & \therefore a_3 = 7 \ (\text{O}) \\ \dfrac{a_3}{2} & \therefore a_3 = 20 \ (\text{O}) \end{cases}$$

$$a_3 = 7 = a_{2+1} = \begin{cases} a_2 + 3 & \therefore a_2 = 4 (\text{X}) \\ \dfrac{a_2}{2}. & \therefore a_2 = 14 (\text{O}). \end{cases}$$

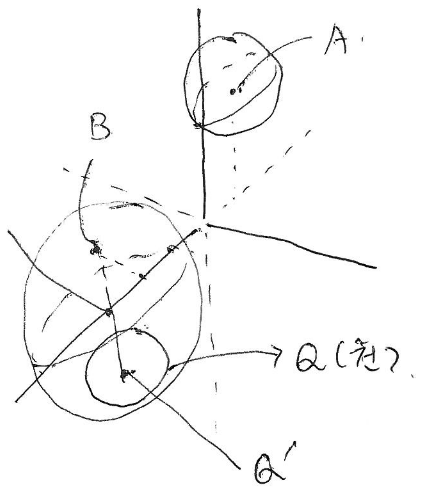
$$a_3 = 20 = a_{2+1} = \begin{cases} a_2 + 3. & \therefore a_2 = 17 \ (\text{O}) \\ \dfrac{a_2}{2} & \therefore a_2 = 40 \ (\text{O}) \end{cases}$$

$$\left.\begin{aligned} a_2 = 14 = a_{1+1} = \frac{a_1}{2}, & \quad \therefore a_1 = 28 \\ a_2 = 17 = a_{1+1} = \frac{a_1}{2}, & \quad \therefore a_1 = 34 \\ a_2 = 40 = a_{1+1} = \frac{a_1}{2}, & \quad \therefore a_1 = 80 \end{aligned}\right\} \quad 28+34+80 = 62+80 = 142 //$$

→ 첫째항은 짝수이므로 $a_1 + 3$ 은 논외가 된다.

* 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 가형 29번.

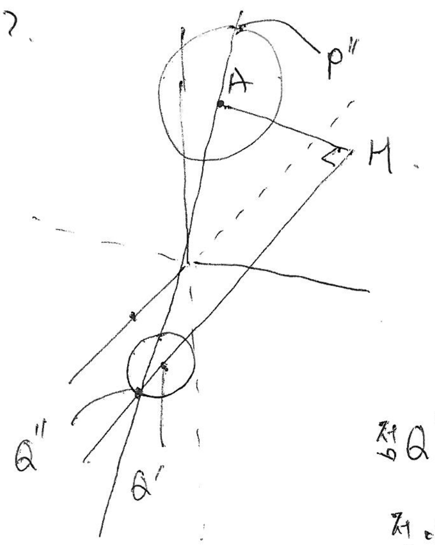
$A(-1, 0, 6)$, $B(2, -\sqrt{3}, 0)$, $C(3, 0, 0)$, $|\overrightarrow{AP}|=2$, $|\overrightarrow{CQ}|=2\sqrt{3}$, $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CQ}=6$.



Q가 포함된 평면과 직선 BC (=직선 CQ') 은 수직이다.

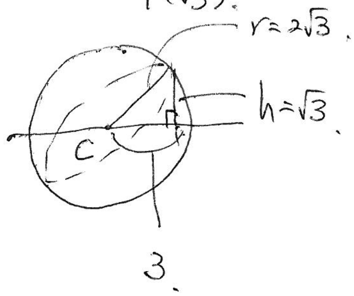
$|\overrightarrow{CQ'}|=3$ ($\because \overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CQ}=6$) 이므로 $\overrightarrow{CQ'}=\left(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}, 0\right)$

$\therefore$ 점 Q' = 점 $C+\overrightarrow{CQ}=\left(\frac{9}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}, 0\right)$.



(단, H는 점A의 평면 Q 위로의 정사영이다. $\therefore |\overrightarrow{PQ}|$의 최댓값은 점P = 점P'', 점Q = 점Q''일 때이고, 점Q''은 단순히 Q'에서 z값만 내린 점이 아니다)

↑($\sqrt{3}$).



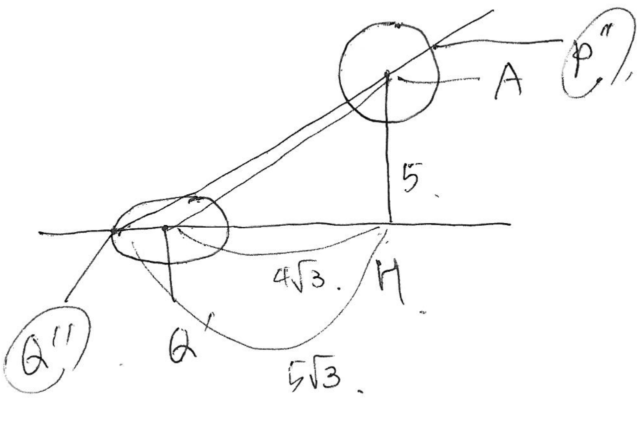
점Q가 (원Q가) 포함된 평면은 $\overrightarrow{BC}$를 법선벡터로 하는 평면이므로,

$\overrightarrow{BC}=(1, \sqrt{3}, 0)$. $\therefore$ $x+\sqrt{3}y+d=0$ 에서 점 Q'을

만족하므로 $\frac{9}{2}+\frac{9}{2}+d=0$ 에서 $d=-9$. $\therefore$ 평면 Q : $x+\sqrt{3}y-9=0$.

점A와 평면 Q 사이의 거리가 $\overline{AH}$ 이므로 $\frac{|-1-9|}{2}=5$.

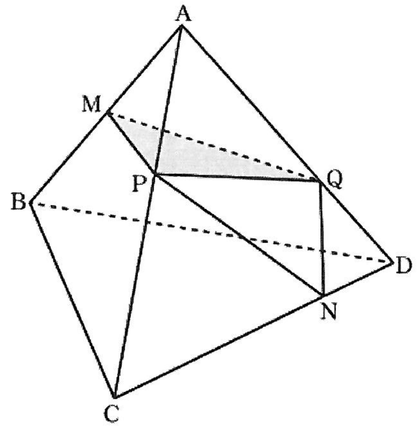
$\overline{AQ'}=\sqrt{\frac{121}{4}+\frac{27}{4}+36}=\sqrt{73}$. $\therefore \overline{Q'H}=\sqrt{73-25}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$. 따라서



$\therefore \overline{Q''A}=\sqrt{75+25}=10$.

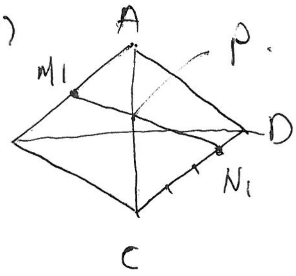
$\therefore \overline{Q''P''}=12$ //

* 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 가형 19번.



* 공간도형에서 최단거리를 따질 때는 단면도로 생각해야 한다.

(i)



$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. ∴ $\triangle AM_1P \sim \triangle PCN_1$.

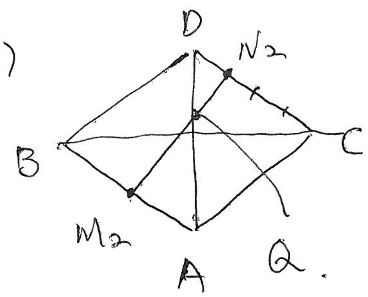
$\overline{AM_1} : \overline{CN_1} = \frac{1}{2} : \frac{3}{4} = 2:3$

$= \overline{AP} : \overline{PC} = 2:3$.

$C(0,0)$, $A(0,1)$, $M_1\left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{3}{4}\right)$, $N_1\left(\frac{3\sqrt{3}}{8}, \frac{3}{8}\right)$ 으로 놓고, 직선 M_1N_1의

y절편을 찾아서 AP : PC를 구할 수도 있다.

(ii)



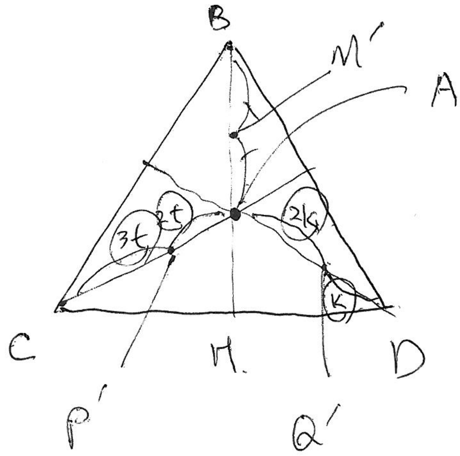
역시 $\overline{BA} \parallel \overline{DC}$, $\triangle AQM_2 \sim \triangle QN_2D$

∴ $\overline{N_2D} : \overline{M_2A} = \frac{1}{4} : \frac{1}{2} = 1:2$

∴ $\overline{DQ} : \overline{QA} = 1:2$, → $\overline{AQ} : \overline{QD} = 2:1$

→주의: (i)에서의 점 A와 (ii)에서의 점 A의 위치가 다르다.

점 A의 평면 BCD 위로의 정사영을 A'이라 하면, A'은 삼각형 BCD의 무게중심이므로

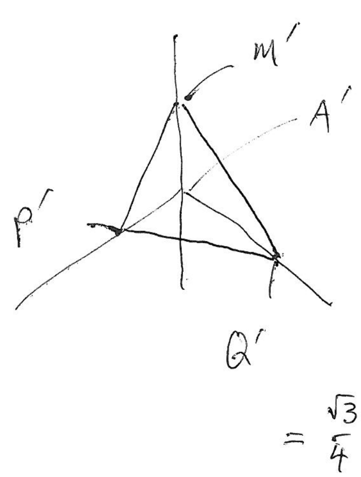


∴ 삼각형 MPQ의 평면 BCD 위로의 정사영인

삼각형 M'P'Q'은

$\angle M'A'P' = \angle M'A'Q' = \angle P'A'Q' = \frac{2\pi}{3}$.

$\overline{A'M'} = \frac{\sqrt{3}}{6}$, $\overline{A'P'} = \frac{2\sqrt{3}}{15}$, $\overline{A'Q'} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

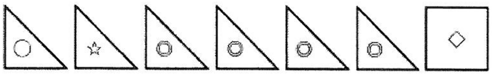


$\overline{BH} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\overline{BA'} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

∴ $\frac{1}{2} \times \sin\frac{2}{3}\pi \times \left(\frac{6}{90} + \frac{12}{135} + \frac{6}{54}\right)$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{3+4+5}{45} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{12}{45} = \frac{\sqrt{3}}{15}$ //

※ 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 가형 28번.

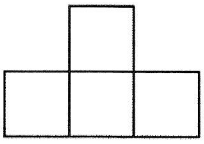


[그림 1]

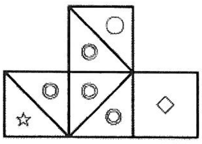
[그림 1]에 있는 7개의 조각으로 [그림 2]와 같은 형태를 만드는 경우의 수는?

[그림 3]은 그 한 예.

[그림 2]



[그림 3]



(1) 직사각형 모양의 조각으로 채울 한 칸을 선택하는 경우의 수 → $_4C_1$

(2) 4개를 채울 4칸 (총 8칸 (직각이등변) 중 (1)에서 2칸 소진, 6칸 여유) 을 선택하는 경우의 수 → $_6C_4$ (서로 같은 종류이므로 선택하면 종료)

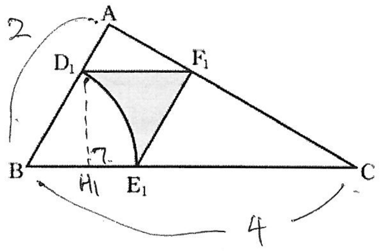
(3) , 배열 → $2!$

(4) 직각이등변 삼각형으로 구성된 칸의 배치를 바꾸는 경우 = 각 칸마다 2가지 → 8 (→).

$\therefore$ $4 \times 15 \times 2 \times 8 = 64 \times 15 = 640 + 320 = 960$

* 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 나형 19번.

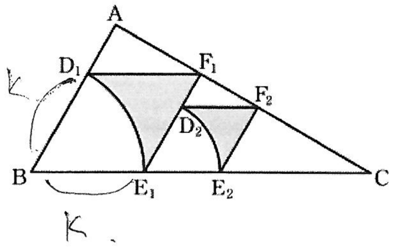
R_1



$\overline{BD_1} = \overline{BE_1} = k$라 하면

$\overline{DH_1} = \overline{BD_1} \times \sin(\angle ABC) = k \times \frac{\sqrt{3}}{2}$.

R_2



1) $n: 1 \to 1$. $\therefore n=1$.

2) $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{E_1F_1} : \overline{E_1C} = 2 : 4 = k : 4-k$.

$\therefore k = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$.

⋮ ⋮

l_r: $\overline{AB} \to \overline{E_1F_1}$ $(=k)$. $\therefore l_r = \dfrac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{1}} = \frac{2}{3}$. $S_r = \frac{4}{9}$.

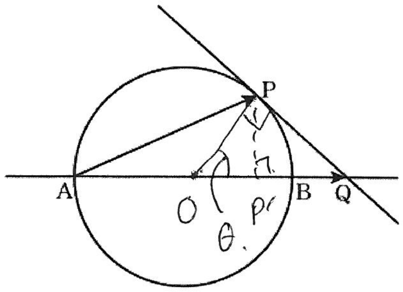
3) $\square BE_1F_1D_1$ (마름모) $-$ $\triangle BE_1D_1$ (부채꼴) $= a$.

$$\therefore k \times \left(k \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{1}{2} \times k^2 \times \frac{\pi}{3} = \frac{8\sqrt{3}}{9} - \frac{8\pi}{27}.$$

따라서 $$\lim_{n \to \infty} S_n = \dfrac{\frac{8\sqrt{3}}{9} - \frac{8\pi}{27}}{1 - \frac{4}{9} \times 1} = \dfrac{\frac{24\sqrt{3} - 8\pi}{27}}{\frac{5}{9}} = \frac{24\sqrt{3} - 8\pi}{15} \quad //$$

$$= \frac{8(3\sqrt{3} - \pi)}{15}$$

* 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 가형 27번.



$\overline{AQ} : \overline{QB} = 5 : 1$ $\therefore \overline{AB} : \overline{BQ} = 4 : 1$ $\overline{BQ} = \sqrt{3}$

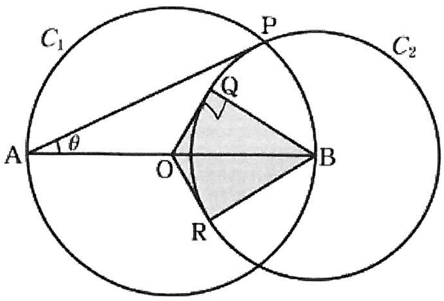
$\therefore$ 지름 $\overline{AB} = 4\sqrt{3}$. 반지름 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OP} = 2\sqrt{3}$,

$\angle OPQ = \frac{\pi}{2}$. $\angle POB = \theta$ 라 할 때,

$\overline{OP} = 2\sqrt{3}$, $\overline{OQ} = 3\sqrt{3}$, $\overline{PQ} = \sqrt{15}$ 이므로 $\cos\theta = \frac{2}{3}$, $\therefore \overline{OP'} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

따라서 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} = \overline{AQ} \times \overline{AP'} = 5\sqrt{3} \times \left(2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \times \frac{2}{3}\right) = 5\sqrt{3} \times \frac{10\sqrt{3}}{3} = 50$ //

* 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 가형 16번.



$\overline{OB}=1$, $\overline{QB}$는 원 C_2의 반지름.

$\overline{AB}=2$. ∴ $\overline{BP}=2\sin\theta=\overline{PB}=\overline{BP}$.

∴ $\overline{OQ}=\sqrt{\overline{OB}^2-\overline{BP}^2}$ ($\because \angle OQB=\frac{\pi}{2}$)

∴ $S(\theta)=2\times\frac{1}{2}\times\overline{OQ}\times\overline{BP}=2\sin\theta\times\sqrt{1-4\sin^2\theta}$.

∴ $\lim_{\theta\to0+}\frac{2\sin\theta\times\sqrt{1-4\sin^2\theta}}{\theta}=2$.

* 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 가형 17번.

$\forall x\in R$, $f(x)$는 미분가능.

(가) $x>0$, $f(x)=axe^{2x}+bx^2$

(나) $x<0$, $x_1<x_2<0$, $f(x_2)-f(x_1)=3x_2-3x_1$

$\nearrow$ $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}=3$, } 직선이라는 의미.

∴ 미분가능하려면 $\lim_{x\to0+}f'(x)=3$, $\lim_{x\to0+}f(x)=f(0)$ 이어야 한다.

∴ $\lim_{x\to0+}\{(a+2ax)e^{2x}+2bx\}=a=3$,

$f(\frac{1}{2})=3\times\frac{1}{2}\times e+\frac{b}{4}=2e$. ∴ $b=2e$.

} ∴ $f'(x)=(3+6x)e^{2x}+4ex$

∴ $f'(\frac{1}{2})=6e+2e=8e$ //

* 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 가형 18번.

$\boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{3}\ \boxed{6}\ \boxed{18}$ → 배열, 이웃한 두 카드에 적혀 있는 수의 곱 = 6의 배수.

→ $\boxed{1}$을 빼면 걱정할 일이 없다 ⇒ $\boxed{1}$을 기준으로 생각하라.

(i). $\boxed{1}\ \boxed{6}\ \boxed{\ }\ \boxed{\ }\ \boxed{\ }$. → $3!$ $= 6$

$\boxed{\ }\ \boxed{\ }\ \boxed{\ }\ \boxed{6}\ \boxed{1}$ → $3!$ $= 6$

(ii) $\boxed{1}\ \boxed{18}\ \boxed{\ }\ \boxed{\ }\ \boxed{\ }$ → $3! \times 2$ $= 12$

(iii) $\boxed{6}\ \boxed{1}\ \boxed{18}\ \boxed{\ }\ \boxed{\ }$ → ${}_3C_1 \times 2! \times 2!$ $= 12$

} 36. 구하는 경우의 수는 36 (다).

위와 같은 케이스를 나눈 것은 $\boxed{1}$이 $\boxed{2}$나 $\boxed{3}$과 이웃하면 안 되기 때문이다.

박스처럼 여사건으로 접근한다면

(i) $\boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{\ }\ \boxed{\ }\ \boxed{\ }$ → ${}_4C_1 \times 3! \times 2!$ (가).

(ii) $\boxed{1}\ \boxed{3}\ \boxed{\ }\ \boxed{\ }\ \boxed{\ }$ → "

(iii) $\boxed{2}\ \boxed{1}\ \boxed{3}\ \boxed{\ }\ \boxed{\ }$ → ${}_3C_1 \times 2! \times 2!$ (나)

전체 경우의 수 $5!$

$\therefore 5! - (\text{i}) - (\text{ii}) + (\text{iii})$

$= 120 - 48 \times 2 + 12 = 36$.

→ $\boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{\ }\ \boxed{\ }\ \boxed{\ }$ → ${}_4C_1 \times 3! \times 2!$

우선 $\boxed{1}\boxed{2}$를 팀으로 묶으면 이제 카드 5개 배열이 아니고 카드 4팀 배열로 생각해야 한다. $\therefore$ 4팀 배열 = $4!$, 또는 2카드 1팀을 먼저 4자리 중 하나를 정하고 (${}_4C_1$), 3카드를 배열하고 ($3!$), 팀 내에서 자리 바꾸는 경우 ($2!$)를 계산해도 마찬가지다.

* 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 나형 18번.

{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} → 1개, Σ 확인 (짝 = 종료, 홀 = 진행) } X = 종료까지의 시행 횟수.

비복원.

$X=1$. 1st 짝 → $\frac{4}{9}$

$X=2$. 1st 홀, 2nd 홀 → $\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}$

$X=3$. 1st 홀, 2nd 짝, 3rd 홀 → $\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}\times\frac{4}{7}$

$X=6$ 1st 홀, 2nd 짝, ⋯, 6th 홀 → (가) $= 6 = a$

$X=7$. → 불가능.

계산해 보면

$X=k$	1	2	3	4	5	6	Σ
$P(X=k)$	$\frac{4}{9}=\frac{56}{126}$	$\frac{5}{18}=\frac{35}{126}$	$\frac{10}{63}=\frac{20}{126}$	$\frac{5}{63}=\frac{10}{126}$	$\frac{2}{63}=\frac{4}{126}$	$\frac{1}{126}$	1

확률질량함수는 $f(X=k) = 4\times\frac{{}_5P_{k-1}}{{}_9P_k}$ $(1\le k\le 6)$.

$\therefore E(X) = \frac{56+70+60+40+20+6}{126} = \frac{252}{126} = 2$.

문제 박스 안에서는 확률질량함수를 나눠서 표현했는데, 첫번째와 마지막 번째는 홀수, 두 번째부터 $(k-1)$번째까지는 짝수여야 하므로

${}_5C_1\times{}_4C_1\times\frac{{}_4P_{k-2}}{{}_9P_k}$ $(3\le k\le 6)$. 문제에서는 $k=4$일 때이므로

(나) ${}_5P_2\times{}_4P_{k-2}$ (단, $1\le k\le 6$ 이면 $4\times{}_5P_{k-1}$ 로 사용).

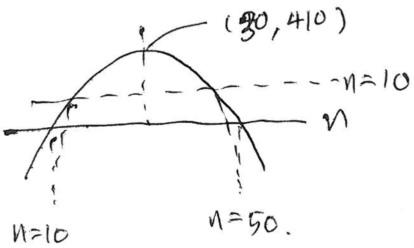
$\therefore f(4) = 20\times{}_4P_2 = 20\times 12 = 240$. (위의 경우 $4\times{}_5P_3 = 240$)

* 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 나형 17번.

(가) S_n은 n에 대한 이차식이다. → $\{a_n\}$은 등차수열, $\begin{cases} \{S_n\}\text{에 상수항있으면 } a_2\text{부터,} \\ \{S_n\} \text{ " " 없으면 } a_1\text{부터.} \end{cases}$

(나) $S_{10}=S_{50}=10$.

(다) S_n의 최댓값은 $S_{30}=410$.

→ 

→ $a(n-10)(n-50)+10=S_n$.

(단, $a<0$).

$S_m > S_{50}$ → $m=11, 12, 13, \cdots, 49$.

$a\times 20\times(-20)+10=410$. ∴ $a=-1$. $S_n=-n^2+60n-490$

$S_n'=a_n=-2n+60$ $(n\geq 2)$.

$$\sum_{k=11}^{49} a_k = \sum_{k=1}^{49} a_k - \sum_{k=1}^{10} a_k = S_{49}-S_{10}$$

$$=\{-(49-10)(49-50)+10\}-\{-(10-10)(10-50)+10\}$$

$$=39+10-10=39 /\!/$$

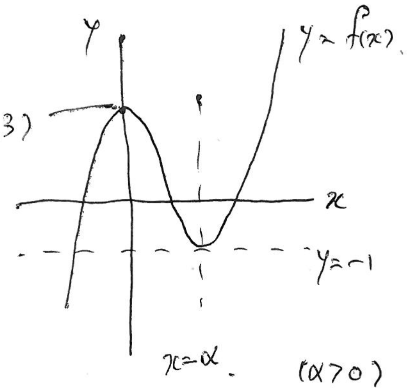
* $S_n = -(n-30)^2+410$ 으로도 계산해 볼 것.

* 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 나형 27번.

$f(x) = x^3 + \cdots$

(가) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)-3}{x} = 0$, $\therefore f(0)=3,\ f'(0)=0$.

(다) 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=-1$의 교점 → 2개.



$\therefore f'(x) = 3x(x-\alpha) = 3x^2 - 3\alpha x$

$f(x) = x^3 - \frac{3\alpha}{2}x^2 + 3$. $f(\alpha) = \alpha^3 - \frac{3}{2}\alpha^3 + 3 = -\frac{\alpha^3}{2} + 3 = -1$. $\therefore \alpha^3 = 8$. $\alpha = 2$

따라서 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$, $f(4) = 64 - 48 + 3 = 19$//

* 최고차항의 계수가 양수인 3차 함수의 개형은 다음과 같다.

△ : 대칭기준점 (변곡점) → 평행이동을 통해 △를 원점으로 이동시키면 원점 대칭.

(나) 조건에 의해 개형 (i)임을 알 수 있고, 극대, 극소를 갖는 3차 함수와 직선 $y=k$와의 교점의 개수가 2인 경우는 극대, 극소 뿐이므로 $f(0)=3$이 극대이고, $f(\alpha)=-1$이 극소가 된다.

* 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 나형 16번.

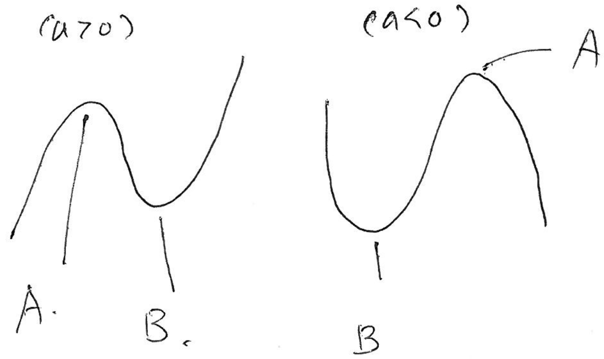
$f(x) = ax^3 + \cdots$, $(a \neq 0)$

$f'(x) = 0$ 의 두 실근 α, β.

(가) $|\alpha - \beta| = 10 \Rightarrow \therefore \alpha \neq \beta$. 따라서

개형은 오른쪽 그림과 같고 극대를 A,

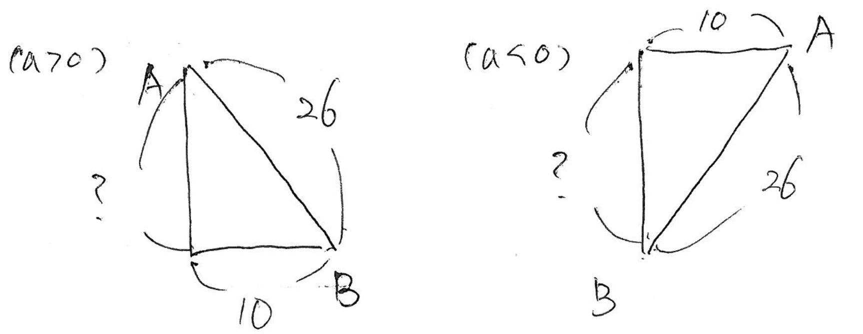
극소를 B라 하자.



(나) $(\alpha, f(\alpha))$, $(\beta, f(\beta))$ 사이의 거리는 26.

⇒ 극대, 극소를 갖는 x값들의 거리 = 10 (가), 극댓값을 갖는 극대와 극솟값을 갖는

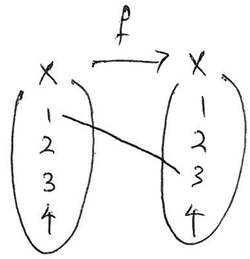
극소와의 거리 = 26 (나), 이 때 극댓값 − 극솟값은?



$\therefore \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{(26+10)(26-10)} = \sqrt{36 \times 16} = \sqrt{6^2 \times 4^2} = 24$

* 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 나형 20번.

$X = \{1, 2, 3, 4\}$, $f : X \to X$.



$f(a) \geq b$ 이면 $f(a) \geq f(b)$, $f(1) = 3$.

* $f(1) = 3 \geq 2$ or 3. $\to f(1) = 3 \geq f(2)$ or $f(3)$.

$f(2) = 1$ 이라면

$f(2) = 1 \geq 1$

$\to f(2) = 1 \geq f(1) = 3$ (X).

$f(2) = 2$ 라면

$f(2) = 2 \geq 1$

$\to f(2) = 2 \geq f(1) = 3$ (X)

$\to \therefore f(2) = 3$

같은 맥락에서 계산하면

$f(3) = 3$.

* $f(4) = 1$ 이라면

$f(4) = 1 \geq 1$

$\to f(4) = 1 \geq f(1) = 3$ (X).

. . . .

$f(4) = 3 \geq 1$ or 2 or 3

$\to f(4) = 3 \geq f(1)$ or $f(2)$ or $f(3)$ (ok).

* $f(4) = 4 \geq 1$ or 2 or 3.

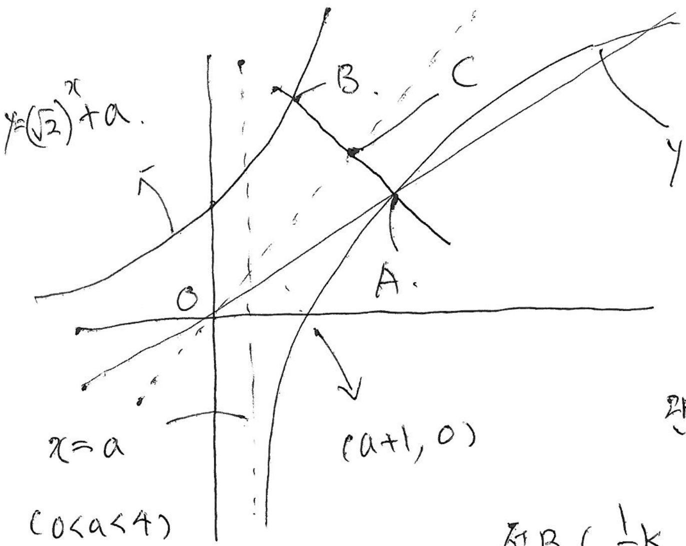
$\to f(4) = 4 \geq f(1)$ or $f(2)$ or $f(3)$ (ok).

$\therefore f(4) = 3$ or 4.

결과적으로 $f(1) = 3$ 이면 $f(2) = f(3) = 3$ 으로 고정되고, $f(4) = 3$ or 4 가 된다.

$\therefore$ $f(2) + f(4)$ 의 최솟값은 $3 + 3 = 6$, 최댓값은 $3 + 4 = 7$ 이 된다.

* 2019년 10월 시행 교육청 고3수학 가형 14번.



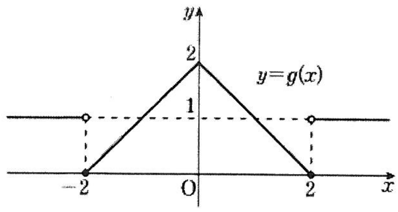
$y=\log_{\sqrt{2}}(x-a)$ 와 $y=(\sqrt{2})^x+a$는 역함수 관계이므로 $A(k, \frac{1}{2}k) = (k, \log_{\sqrt{2}}(k-a))$ 라 하면 점 $B(\frac{1}{2}k, k)$가 된다. 그러면 $\overline{AB}$의 중점 C는 $y=x$ 위의 점이므로 점 $C(\frac{3}{4}k, \frac{3}{4}k)$ 이다.

$\therefore \triangle OAB = 6 = \frac{1}{2} \times \overline{OC} \times \overline{AB}$. $\quad \therefore \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{9}{8}k^2} \times \sqrt{\frac{1}{2}k^2} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2\sqrt{2}}k \times \frac{1}{\sqrt{2}}k$

$= \frac{3}{8}k^2 = 6 \quad \therefore k=4 \quad (k>a)$.

$\therefore A(4, 2)$. 따라서 $\log_{\sqrt{2}}(4-a) = 2\log_2(4-a) = 2$ 에서 $a=2$ //

* 2019년 10월 시행 교육청 고3 수학 나형 14번.



$f(x) = x^2 + \cdots$

$f(x) \times g(x)$는 실수 전체에서 연속.

$\therefore$ $x=-2$, $x=2$일 때에도 연속이므로

$\therefore f(x) = (x+2)(x-2)$ $\left\{ \begin{array}{l} f(-2) \times g(-2-) = f(-2) \times g(-2+) = 0 \\ f(2) \times g(2-) = f(2) \times g(2+) = 0 . \end{array} \right\}$

$f(x-a)g(x)$ 함수에서도 f는 다항함수이므로 $g(x)$에서 문제가 발생되는

$x=-2$, $x=2$일 때를 살펴보면 된다.

① $f(-2-a) \times g(-2-) = f(-2-a) \times g(-2+) = 0$

$\therefore f(-2-a) = 0$ ($\because g(-2-) = 1 \neq 0$). $\therefore a = 0$ or -4.

② $f(2-a) \times g(2-) = f(2-a) \times g(2+) = 0$.

$\therefore f(2-a) = 0$ ($\because g(2+) = 1 \neq 0$) $\therefore a = 0$ or 4.

한 점에서만 불연속이어야 하므로 $a = -4$ or 4. $\therefore (-4) \times 4 = -16$//