

* 2018년 3월 시행 교육청 모의고사 고3 수학 가형 21번.

$$\text{중수 } f(x) = (x^2 + ax + b)e^x, \rightarrow f'(x) = (x^2 + (2+a)x + a+b)e^x.$$

$$(가) f(1) = e, f'(1) = e, \rightarrow 1+a+b=1. \therefore a+b=0, 1+2+a=1. \therefore a=-2, b=2.$$

$$(나) \forall x, g(f(x)) = f'(x) \quad \therefore f(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x, f'(x) = x^2 e^x.$$

$$h(x) = f^{-1}(x) \cdot g(x), \quad h'(e) = ? \quad \underline{x \text{ 대신 } f(x) \text{ 를 넣고 양변을 미분하면}}$$

$$h(f(x)) = x \cdot g(f(x)) \rightarrow h'(f(x)) \cdot f'(x) = g(f(x)) + x \cdot g'(f(x)) \cdot f'(x).$$

$$x=1 \text{ 대신 } e. \quad h'(e) \times e = g(e) + e \cdot g'(e)$$

$$(나) \text{에서 } g(e) = e, \quad g'(f(x)) \cdot f'(x) = f''(x) = (x^2 + 2x)e^x, \therefore g'(e) \times e = 3e.$$

$$\therefore h'(e) \times e = e + 3e = 4e \text{ 에서 } h'(e) = 4 //$$

$\rightarrow x \text{ 대신 } f(x) \text{ 를 넣지 않을 경우.}$

$$h'(x) = \{f^{-1}(x)\}' \cdot g(x) + f^{-1}(x) \cdot g'(x), \quad \{f^{-1}(x)\}' = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}, \quad f^{-1}(e) = 1.$$

$$\{f^{-1}(e)\}' = \frac{1}{f'(f^{-1}(e))} = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{e}.$$

$$g'(f(x)) \cdot f'(x) = f''(x) \quad (\because (가))$$

$$g(e) = g(f(1)) = f'(1) = e.$$

$$g'(f(x)) = \frac{f''(x)}{f'(x)}$$

$$g'(e) = g'(f(1)) = \frac{f''(1)}{f'(1)} = \frac{3e}{e} = 3.$$

$$\therefore h'(e) = \frac{1}{e} \times e + 1 \times 3 = 4 //$$

* 2018년 3월 시행 교육청 모의고사 고3 수학 나형 21번.

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, f: X \rightarrow X, g: X \rightarrow X.$$

(가) $f(1) = 8, f(3) \neq 6.$

(나) $g \circ f(x) = I(x)$ 함등함수.

(다) $f(x) + g(x)$ 의 값 일정 (모든 x 에 대하여)

$f(x)$ 와 $g(x)$ 는 역함수 관계이므로 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 일대일 대응이다.

또한 $\sum f(x) + \sum g(x) = 90$ 이므로 $f(x_k) + g(x_k) = 10.$

(i) $f(1) = 8, g(8) = 1, g(1) = 2, f(2) = 1, g(2) = 9, f(9) = 2, g(9) = 8, f(8) = 9, g(8) = 1.$

\rightarrow 정의역이 $\{1, 2, 8, 9\}$ 일 때 치역 $\{1, 2, 8, 9\}$ 로 확립 가능.

(ii) $f(5) = t$ 라 하면 (같은 정의역 $3, 4, 5, 6, 7$ 에서 대칭의 중간인 $x=5$ 를 먼저 생각)

$$f(5) = t, g(t) = 5, g(5) = 10 - t, f(t) = 5, g(5) = t, \therefore 10 - t = t \text{에서 } t = 5.$$

$\rightarrow f(5) = 5, g(5) = 5$ 확립.

(iii) $f(3) \neq 6,$

(iii)-1. $f(3) = 7, g(7) = 3, g(3) = 3. \rightarrow$ 일대일 대응 X.

(iii)-2. $f(3) = 4, g(4) = 3, g(3) = 6, f(6) = 3, g(6) = 7, f(7) = 6, g(7) = 4, f(4) = 7, g(4) = 3.$

(iii)-3. $f(3) = 3, g(3) = 3, g(3) = 7. \rightarrow$ 함수 성립 X.

$$\therefore f \circ f \circ f(7) = f \circ f(6) = f(3) = 4 //$$