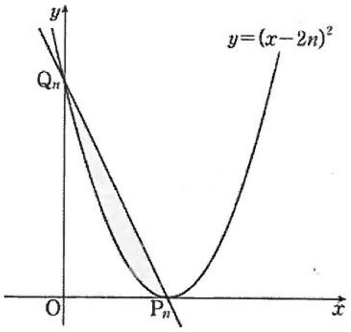
* 2018년3월 시행 교육청 모의고사 고3 수학 나형 18번.



색칠한 영역 ($0 \le x \le 2n$, $(x-2n)^2 \le y \le$ 직선 $\overline{Q_nP_n}$)에 속하는, x좌표와 y좌표가 모두 자연수인 점의 개수를 a_n. (단, 경계 포함)

$P_n(2n, 0)$, $Q_n(0, 4n^2)$.

∴ 직선 $\overline{Q_nP_n}$은 $y = \frac{-4n^2}{2n}(x-2n) = -2nx+4n^2$.

∴ 임의의 자연수 k (단, $k < 2n$. ∵ $x=2n$일 때 $(2n, 0)$이므로 y좌표가 자연수가 아니다)에 대하여 $[-2nk+4n^2] - [(k-2n)^2] + 1$ 이 $x=k$일 때 a_n에 포함되는 점의 개수이므로

(최소정수함수 [ ]의 내용부분이 모두 자연수이므로 [ ] 기호는 더 이상 의미가 없다)

$$a_n = \sum_{k=1}^{2n-1}\{(-2nk+4n^2)-(k^2-4nk+4n^2)+1\} = \sum_{k=1}^{2n-1}(2nk-k^2+1)$$

$$= 2n \times \frac{(2n-1)\cdot 2n}{2} - \frac{(2n-1)2n(4n-1)}{6} + 2n-1$$

($\sum_{k=1}^{2n}$ 이 아니고 $\sum_{k=1}^{2n-1}$ 인 이유 생각)

$$= 4n^3 - \frac{16}{6}n^3 + \cdots$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n^3} = 4 - \frac{16}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}.$$

∴ (가) $= f(n) = -2n$.

(나) $= g(k) = -k^2+1$.

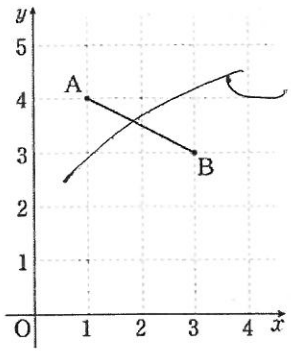
(다) $= p = \frac{4}{3}$.

$p \times f(3) \times g(4)$

$= \frac{4}{3} \times (-6) \times (-15)$

$= 120$ //

* 2018년 3월 시행 교육청 모의고사 고3 수학 나형 16번.



$y = a\sqrt{x} + b$.

a와 b는 자연수. ($a>0$ 이므로 우상방으로 커지는 무리함수)

(i) $(0,1)$, $b=1$.
- $(1,4)$ $a=3$
- $(3,3)$ $a=\frac{2}{\sqrt{3}}$

→ $(2,1)$, $(3,1)$ $\left(1<\frac{2}{\sqrt{3}}<2\right)$.

(ii) $(0,2)$, $b=2$
- $(1,4)$ $a=2$
- $(3,3)$. $a=\frac{1}{\sqrt{3}}$

→ $(1,2)$, $(2,2)$

(iii) $(0,3)$, $b=3$
- $(1,4)$ $a=1$
- $(3,3)$ $a=0$.

→ $(1,3)$.

→ 총 5개 //