* 2018년 3월 시행 교육청 모의고사 고3수학 가형 28번.

$f(x) = \ln x$. $(x>0)$. $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{n^2} f(1+\frac{k}{n}) = \frac{q}{p}$, (단, p와 q는 서로소인 자연수)

$1+\frac{k}{n} = x_k$. $dx = \frac{1}{n}$, $\frac{k}{n^2} = \frac{1}{n} \times \frac{k}{n} = (x-1)\,dx$. $\sum_{k=1}^{n}$ 이므로 $\lim_{n\to\infty} x_1 = 1$, $\lim_{n\to\infty} x_n = 2$.

∴ 준 식을 정적분으로 바꾸면 $\int_1^2 (x-1) \cdot f(x) \cdot dx$ 가 된다.

$$\therefore \int_1^2 (x-1) f(x)\,dx = \int_1^2 (x-1) \ln x\,dx = \left[ \left(\frac{1}{2}x^2 - x\right) \ln x \right]_1^2 - \int_1^2 \left\{ \frac{1}{2}x - 1 \right\} dx$$

$$= -\left[\frac{1}{4}x^2 - x\right]_1^2 = -\left\{(1-2) - \left(\frac{1}{4}-1\right)\right\} = -\left(-1+\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

$\therefore p+q = 5$ //

* 2018년 3월 시행 교육청 모의고사 고3수학 가형 27번.

$f(x)$는 연속, $x\int_0^x f(t)\,dt - \int_0^x t f(t)\,dt = ae^{2x} - 4x + b$. $f(a) \times f(b) = ?$ (a, b는 상수).

(i) $x=0$ 대입. $a+b=0$.

(ii) 양변 미분. $\int_0^x f(t)\,dt + \cancel{xf(x)} - \cancel{xf(x)} = 2ae^{2x} - 4$.

→ $x=0$ 대입. ∴ $a=2$. 따라서 $b=-2$.

(iii) (ii)의 양변 미분. $f(x) = 4ae^{2x} = 8e^{2x}$.

$\therefore f(a) \times f(b) = f(2) \times f(-2) = 8 \cdot e^4 \cdot 8 \cdot e^{-4} = 64$ //