* 2018년 3월 시행 교육청 모의고사 고3 수학 가형 20번.

$f(x)=\int_0^x \sin(\pi\cos t)\,dt$.

$\rightarrow f(0)=0,\ f'(x)=\sin(\pi\cos x)$. $\therefore f'(0)=0$.

$f'(-x)=\sin(\pi\cos(-x))=\sin(\pi\cos x)=f'(x)$. $\therefore f'(x)=f'(-x)$ (y축 대칭)

$f(x)=\int_0^x$ 이므로 $f'(x)$ 기준으로 볼 때 적분상수는 $\int_0^0=f(0)=0$ 이므로

$f(x)=-f(-x)$ 가 성립한다. → { 원점대칭 함수를 적분하면 y축 대칭 함수

y축 대칭 함수를 적분하면 { 적분상수 $=0$ 이면 원점대칭.

적분상수 $\neq 0$ 이면 점대칭.

∴ ㄱ. True. ㄴ. True.

ㄷ. $f(\pi)=\int_0^\pi \sin(\pi\cos t)\,dt = \int_{-\pi}^0 \sin(\pi\cos(t+\pi))\,dt$

$=\int_{-\pi}^0 \sin(-\pi\cos t)\,dt = \int_\pi^0 \sin(-\pi\cos(-k))\,-dk$

$=\int_\pi^0 \sin(\pi\cos k)\,dk$.

{ ∴ 순방향 적분 $\int_0^\pi$ 와 역방향 적분 $\int_\pi^0$ 의 값이 같으려면 그 값이 0이어야 한다.

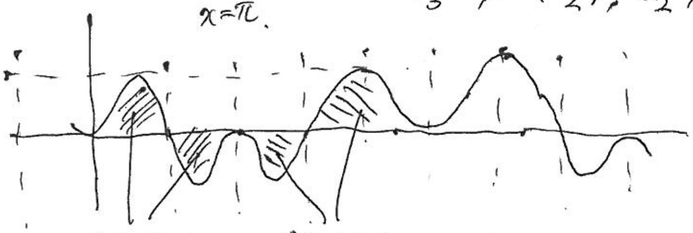
∴ ㄷ → True.

* $\sin(\pi\cos x)$ → [함수의 그래프] 참고.

1) R. 2) 발산(진동). 3) $(0, \sin\pi)$, $(\frac{\pi}{3}, \sin\frac{\pi}{2})$, $(\frac{\pi}{2}, \sin 0)$, $(\frac{2}{3}\pi, \sin(-\frac{\pi}{2}))$, $(\pi, \sin(-\pi))$,

$(\frac{4}{3}\pi, \sin(-\frac{\pi}{2}))$, $(\frac{3}{2}\pi, \sin 0)$, $(\frac{5}{3}\pi, \sin(\frac{\pi}{2}))$, $(2\pi, \overset{\sin\pi}{0})$, ...

$x=\pi$.



같은 넓이 같은 넓이.

$\therefore f(\pi)=\int_0^\pi = 0$.

* 2018년 3월 시행 교육청 모의고사 고3 수학 가형 14번.

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$

$f^{-1}(x) = g(x)$, $f(0)=1$

모든 실수 x에 대하여 $f(x)\,g'(f(x)) = \dfrac{1}{x^2+1}$

$f(0)=1$, $\therefore g(1)=0$.

$\dfrac{1}{x^2+1} > 0$. $\therefore f(x) \neq 0$.

양변에 $f'(x)$를 곱하면 $f(x) = \dfrac{f'(x)}{x^2+1}$ $\therefore (x^2+1) = \dfrac{f'(x)}{f(x)}$ $(\because f(x)\neq 0)$

$\therefore \displaystyle\int (x^2+1)\,dx = \frac{1}{3}x^3 + x + C = \int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \ln|f(x)|$. $f(0)=1$ 이므로 $C=0$.

$\therefore \ln|f(3)| = 12$. $f(3) = e^{12}$. ($f(x)$는 e를 밑으로, 다항식을 지수로 갖는다.

$\therefore f(x) > 0$).

* 2018년 3월 시행 교육청 모의고사 고3 수학 가형 15번.

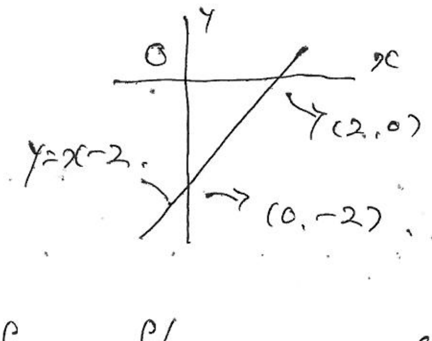
실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$.

$(4, f(4))$ 에서의 접선 l ; $y = f'(4)(x-4) + f(4) = f'(4)\cdot x - 4f'(4) + f(4)$

(가) 2사분면을 지나지 않는다. $f'(4) \geq 0$

(나) 직선 l과 x축 및 y축으로 둘러싸인 도형 (제4사분면에서 나타난다)은 넓이가 2인 직각이등변 삼각형이다.

$\therefore f'(4)=1$. $f(4)=2$.



$g(x) = x f(2x)$

$g'(x) = f(2x) + 2x f'(2x)$. $\therefore g'(2) = f(4) + 4f'(4) = 2+4 = 6$ //