2012. 09. 03 모의평가 대비 우수 기출문항자료 (나형)

경희대학교 이과대학 최지훈 *(Shalarla, 019.406.8265)*

*** 다음 물음에 답하시오. (정답만 쓰시오, 논술형식으로 쓰지 않아도 좋음. 제한시간 문항당 5분 이내)**

1.

두 이차정사각행렬 A, B가

$$A^2 = A - E, \quad (AB)^2 = E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. A와 B는 모두 역행렬을 가진다.
ㄴ. $BAB = -A^2$
ㄷ. $B^2AB^2 = A^2 + B^2$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2. 어느 지역에서 1년 동안 발생하는 규모 M 이상인 지진의 평균 발생 횟수 N은 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$\log N = a - 0.9M$ (단, a는 양의 상수)

이 지역에서 규모 4 이상인 지진이 1년에 평균 64번 발생할 때, 규모 x 이상인 지진은 1년에 평균 한 번 발생한다. $9x$의 값을 구하시오. (단, $\log 2 = 0.3$으로 계산한다.)

3. 첫째항이 12이고 공비가 $\frac{1}{3}$인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을 다음 규칙에 따라 정한다.

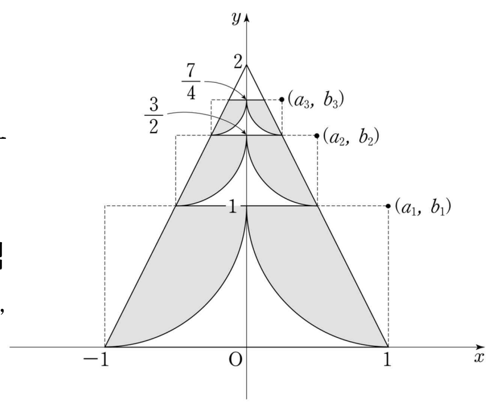
(가) $b_1 = 1$
(나) $n \geq 1$일 때, b_{n+1}은 점 $P_n\left(-b_n,\, b_n{}^2\right)$을 지나고 기울기가 a_n인 직선과 곡선 $y = x^2$의 교점 중에서 P_n이 아닌 점의 x좌표이다.

$\lim_{n\to\infty} b_n$의 값을 구하시오.

4. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 일반항이 각각

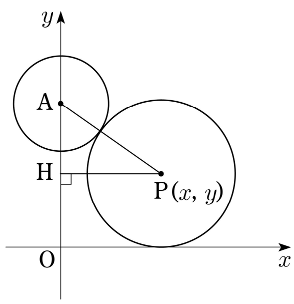
$$a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \qquad b_n = \sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$$

이다. 좌표평면에서 중심이 (a_n, b_n)이고 y축에 접하는 원의 내부와 연립부등식 $\begin{cases} y \leqq b_n \\ 2x+y-2 \leqq 0 \end{cases}$ 이 나타내는 영역의 공통부분을 P_n이라 하고, y축에 대하여 P_n과 대칭인 영역을 Q_n이라 하자. P_n의 넓이와 Q_n의 넓이의 합을 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은?



① $\frac{5(\pi-1)}{9}$ ② $\frac{11(\pi-1)}{18}$ ③ $\frac{2(\pi-1)}{3}$
④ $\frac{13(\pi-1)}{18}$ ⑤ $\frac{7(\pi-1)}{9}$

5. 그림과 같이 중심이 A$(0,\ 3)$이고 반지름의 길이가 1인 원에 외접하고 x축에 접하는 원의 중심을 P$(x,\ y)$라 하자. 점 P에서 y축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\lim_{x\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{PH}}^2}{\overline{\mathrm{PA}}}$의 값은?



① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

6. 다음은 세 변의 길이가 모두 다른 예각삼각형에서 각 변을 같은 길이만큼 짧게 했을 때, 짧아진 세 선분을 각 변으로 하는 직각삼각형이 존재함을 증명한 것이다.

예각삼각형의 세 변의 길이를 a, b, $c\,(a < b < c)$로 놓으면 $a^2 + b^2 > c^2$ 이다.
그런데 x만큼 짧아진 삼각형의 세 변의 길이는 $a-x$, $b-x$, $c-x$ 이므로 $0 < x <$ (가) 이다.
따라서 등식 $(a-x)^2 + (b-x)^2 = (c-x)^2$ 을 만족시키는 실수 x가 $0 < x <$ (가) 에서 존재함을 보이면 된다.
$f(x) = (a-x)^2 + (b-x)^2 - (c-x)^2$ 으로 놓으면
$f(x)$는 연속함수이고, $f(0)$ (나) 0, f(가) (다) 0 이므로
중간값의 정리에 의해 $0 < x <$ (가) 에서 $f(x) = 0$ 인 x가 존재한다.
그러므로 짧아진 세 선분을 각 변으로 하는 직각삼각형이 존재한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

① $a+b-c$, $<$, $>$
② $a+b-c$, $>$, $<$
③ $a+b+c$, $<$, $>$
④ a, $<$, $>$
⑤ a, $>$, $<$

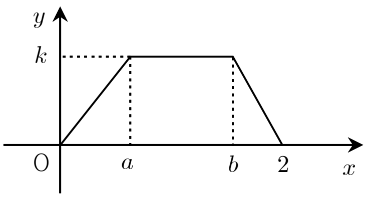
7. $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left(1+\frac{2k}{n}\right)^3\frac{1}{n}$의 값을 구하시오.

8. 각 면에 $1,\ 1,\ 1,\ 2,\ 2,\ 3$의 숫자가 하나씩 적혀있는 정육면체 모양의 상자를 던져 윗면에 적힌 수를 읽기로 한다. 이 상자를 3번 던질 때, 첫 번째와 두 번째 나온 수의 합이 4이고 세 번째 나온 수가 홀수일 확률은?

① $\frac{5}{27}$ ② $\frac{11}{54}$ ③ $\frac{2}{9}$

④ $\frac{13}{54}$ ⑤ $\frac{7}{27}$

9. 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위가 $0\leqq X\leqq 2$이고, 확률밀도함수의 그래프는 다음과 같다.



$\mathrm{P}(a\leqq X\leqq b)=\frac{1}{2}$일 때, k의 값은 $k=\frac{q}{p}$이다. p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p,q는 서로소인 자연수이다.)

10. 어느 도시의 학생 2500명을 대상으로 조사한 통학 시간은 정규분포를 따르고 평균이 25분, 표준편차가 5분이라고 한다. 이 2500명의 학생 중 임의로 택한 한 학생의 통학 시간이 35분 이상일 확률은 p_1이다. 또, 이 2500명의 학생 중에서 통학 시간이 35분 이상인 학생이 n명 이상일 확률은 p_2이다. $p_1=p_2$일 때, 자연수 n의 값을 구하시오. (단, 오른쪽 표준정규분포표를 이용한다.)

z	$\mathrm{P}(0\leqq Z\leqq z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

정 답

1	⑤	*2*	54	*3*	19	*4*	③	*5*	④
6	②	*7*	10	*8*	①	*9*	25	*10*	64