

* 2020년 4월 (5월 시행) 고득점 모의고사 고3 수학 가형 30번.

수열 $\{a_n\}$, 수열 $\{b_n\}$, 자연수 n

$$(가) a_{2n} = b_n + 2$$

$$(나) a_{2n+1} = b_n - 1$$

$$(다) b_{2n} = 3a_n - 2$$

$$(라) b_{2n+1} = -a_n + 3$$

$$a_{48} = 9, \quad \sum_{n=1}^{63} a_n - \sum_{n=1}^{31} b_n = 155, \quad b_{32} = ?$$

$$(가), (나) \text{ 에서 } a_{2n} = a_{2n+1} + 3 \quad (\because a_{48} = 6)$$

$$(다), (라) \text{ 에서 } b_{2n} = -3b_{2n+1} + 7.$$

$$(가) + (나) = a_{2n} + a_{2n+1} = 2b_n + 1$$

$$(다) + (라) = b_{2n} + b_{2n+1} = 2a_n + 1$$

$$\left. \begin{array}{l} (가) + (나) = a_{2n} + a_{2n+1} = 2b_n + 1 \\ (다) + (라) = b_{2n} + b_{2n+1} = 2a_n + 1 \end{array} \right\} \begin{cases} a_{2n} - b_{2n} + a_{2n+1} - b_{2n+1} = -2(a_n - b_n) \\ a_{2n} + b_{2n} + a_{2n+1} + b_{2n+1} = 2(a_n + b_n + 1) \end{cases}$$

$$\sum_{n=1}^{63} a_n = a_1 + \sum_{n=1}^{31} (a_{2n} + a_{2n+1}) = a_1 + \sum_{n=1}^{31} (2b_n + 1) = a_1 + 31 + \sum_{n=1}^{31} 2b_n$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{63} a_n - \sum_{n=1}^{31} b_n = a_1 + 31 + \sum_{n=1}^{31} b_n = a_1 + 31 + b_1 + \sum_{n=2}^{31} (b_{2n} + b_{2n+1}) = a_1 + b_1 + 31 + \sum_{n=2}^{15} (2a_n + 1)$$

$$= 3a_1 + b_1 + 46 + 2 \sum_{n=2}^7 (a_{2n} + a_{2n+1}) = 3a_1 + b_1 + 46 + 2 \sum_{n=2}^7 (2b_n + 1)$$

$$= 3a_1 + b_1 + 60 + 4 \sum_{n=2}^7 b_n = 3a_1 + 5b_1 + 60 + 4 \sum_{n=2}^3 (b_{2n} + b_{2n+1})$$

$$= 3a_1 + 5b_1 + 60 + 4 \sum_{n=2}^3 (2a_n + 1) = 3a_1 + 5b_1 + 72 + 8 \sum_{n=2}^3 a_n$$

$$= 11a_1 + 5b_1 + 72 + 8 \cdot \sum_{n=2}^1 (a_{2n} + a_{2n+1}) = 11a_1 + 5b_1 + 72 + 8 \sum_{n=2}^1 (2b_n + 1)$$

$$= 11a_1 + 21b_1 + 80 = 155. \quad \therefore 11a_1 + 21b_1 = 75.$$

$$a_{48} = b_{24} + 2 = 9 \Rightarrow b_{24} = 7 \rightarrow b_{24} = 3a_{12} - 2. \quad \therefore a_{12} = 3 \rightarrow a_{12} = b_6 + 2. \quad \therefore b_6 = 1$$

$$b_6 = 3a_3 - 2. \quad \therefore a_3 = 1 \rightarrow a_3 = b_1 - 1. \quad \therefore b_1 = 2. \quad \therefore a_1 = 3.$$

$$\therefore b_{32} = 3a_{16} - 2, \quad a_{16} = b_8 + 2,$$

$$= 3b_8 + 4, \quad b_8 = 3a_4 - 2.$$

$$= 9a_4 - 2, \quad a_4 = b_2 + 2.$$

$$= 9b_2 + 16. \quad b_2 = 3a_1 - 2 = 7.$$

$$\therefore b_{32} = 63 + 16 = 79 //$$

* 2020년 4월 (5월 시험) 교육청 모의고사 고3 수학 가형 29번.

- A(철학) $\rightarrow 10$ 원
- B(사치파학) $\rightarrow 10$ 원
- C(자연파학) $\rightarrow 10$ 원
- D(문학) $\rightarrow 10$ 원
- E(역사) $\rightarrow 10$ 원

24원 선택. (각각 10원이 최대라는 점을 놓치면 안된다)

(가) $a \geq 4, b \geq 4, c \geq 4.$

(나) $d = 0$ or $d \geq 4.$

(다) $e = 0$ or $e \geq 4.$

총 4개의 case로 분류 가능.

\rightarrow case를 나눌 수 있으면 (가능한 배반)

나눠서 계산하는 것이 안전하다.

(i) $a \geq 4, b \geq 4, c \geq 4, d = 0, e = 0.$

$$a' + b' + c' = 12 \quad (0 \leq a' \leq 6, 0 \leq b' \leq 6, 0 \leq c' \leq 6)$$

$0 + (6+6) \rightarrow 1$ 가지.

$1 + (6+5)$
 $(5+6) \rightarrow 2$ 가지.

\dots
 $6 + (0+6)$
 $(6+0) \rightarrow 7$ 가지.

개수 = $8C_2 = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$

(ii) $a \geq 4, b \geq 4, c \geq 4, d = 0, e \geq 4.$

$a' + b' + c' + e' = 8$ (조건은 위와 동일) \rightarrow 전체에서 불가능한 경우를 빼는 여사건으로 접근.

\therefore 4H8에서 $(8, 0, 0, 0)$ ($= 4C_1 = 4$ 가지), $(7, 1, 0, 0)$ ($4C_1 \times 3C_1 = 12$ 가지) 경우를

제외하면 4H8 ($= {}_{11}H_3 = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3 \cdot 2} = 165$) - 4 - 12 = 149

(iii) (ii)와 동일 액만. $\therefore 149$

(iv) $a \geq 4, b \geq 4, c \geq 4, d \geq 4, e \geq 4.$

$a' + b' + c' + d' + e' = 4.$ $\rightarrow 5H4 = {}_8C_4 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 70$

\therefore (i) + (ii) + (iii) + (iv) = 28 + 149 * 2 + 70 = 98 + 298 = 396 //