

2020학년도 4월 고3 전국연합학력평가 문제지

# 수학 영역(가형)

성명	
----	--

수험 번호	3						
-------	---	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가형 / 나형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

바람들은 맑은 햇살을 뿌리며 돌아간다

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 유형(가형 / 나형), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.  
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

## 수학 영역(가형)

제 2 교시

1

## 5지선다형

1.  $\sqrt[3]{9} \times 3^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

$$3^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} = 3$$

(2)

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 - 3}{2n^2 + 7n - 9}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

(4)

3. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_5 = 2$ 일 때,  $a_4 \times a_6$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 8      ③ 12      ④ 16      ⑤ 20

$a_4 = a_5 \cdot r$   
 $a_6 = a_5 \cdot r^2$

(1)

4. 부등식

$$2^{x-4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$$

을 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 값의 합은? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

$$2^{x-4} \leq 2^{2-x}$$

(1)

$$x \leq 3$$

## 2

## 수학 영역(가형)

5. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^{10} a_k = 4$ ,  $\sum_{k=1}^{10} (a_k + 2)^2 = 67$  일 때,

$\lambda = \sum_{k=1}^{10} (a_k)^2$ 의 값은? [3점]

- ① 7      ② 8      ③ 9      ④ 10      ⑤ 11

$$\sum_{k=1}^{10} a_k^2 + 4a_k + 4 = 67$$

⑤

$$\lambda + 16 + 40 = 67$$

$$\lambda = 67 - 56 = 11$$

6. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 3$ 이고

급수  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + 2b_n - 7)$ 이 수렴할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값은? [3점]

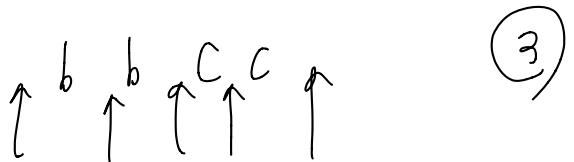
- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

$$\textcircled{2} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + 2b_n - 7 = 0$$

7. 6개의 문자  $a, a, b, b, c, c$ 를 일렬로 나열할 때,

a끼리는 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는? [3점]

- ① 50      ② 55      ③ 60      ④ 65      ⑤ 70



$$\frac{4!}{2! 2!} \times 5 \binom{5}{2} = 60$$

# 수학 영역(가형)

3

8. 수열  $\left\{ \frac{(4x-1)^n}{2^{3n}+3^n} \right\}$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수  $x$ 의 개수는?

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4x-1)^n}{8^n + 9^n}$$

$$1 < \frac{4x-1}{9} \leq 1$$

$$-1 < 4x-1 \leq 9$$

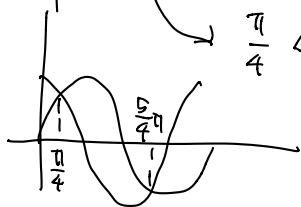
$$-\frac{1}{2} < x \leq \frac{5}{2}$$

$$-1, 0, 1, 2$$

9.  $0 < x \leq 2\pi$  일 때, 방정식  $\sin^2 x = \cos^2 x + \cos x$  와

- 부등식  $\sin x > \cos x$  를 동시에 만족시키는 모든  $x$ 의 값의 합은?

- ①  $\frac{4}{3}\pi$     ②  $\frac{5}{3}\pi$     ③  $2\pi$     ④  $\frac{7}{3}\pi$     ⑤  $\frac{8}{3}\pi$



$$(-c^2) = c^2 + c$$

$$2c^2 + c - 1 = 0$$

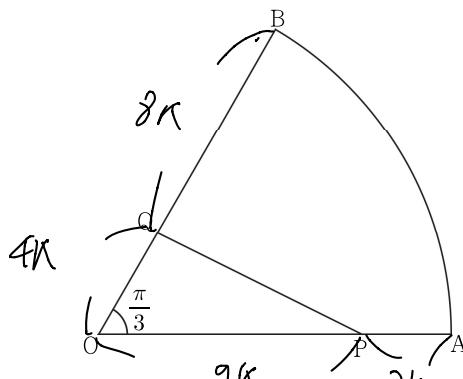
$$(2c-1)(c+1)=0$$

$$c = \frac{1}{2}, \quad c = -1$$

①

10. 그림과 같이 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{3}$  인 부채꼴 OAB에서

선분 OA를 3:1로 내분하는 점을 P, 선분 OB를 1:2로  
내분하는 점을 Q라 하자. 삼각형 OPQ의 넓이가  $4\sqrt{3}$  일 때,  
호 AB의 길이는? [3점]



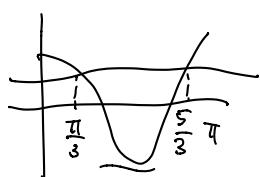
- ①  $\frac{5}{3}\pi$     ②  $2\pi$     ③  $\frac{7}{3}\pi$     ④  $\frac{8}{3}\pi$     ⑤  $3\pi$

$$8\sqrt{3} = 36k^2 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2 = (8k^2) \quad ④$$

$$\frac{1}{3} = k$$

$$\frac{\pi}{3} \times 12 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3}\pi$$



## 4

## 수학 영역(가형)

11.  $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^2 (x-2)^5$ 의 전개식에서  $x$ 의 계수는? [3점]

- ① 88      ② 92      ③ 96      ④ 100      ⑤ 104

$$\left(x^4 - 2x + \frac{1}{x}\right) (x-2)^5$$

$$-2 \times \left\{ (x-2)^5 \text{의 상수항 계수} \right\} = 64$$

5(-2)<sup>5</sup>

$$1 \times \left\{ (x-2)^5 \text{의 } x^3 \text{ 계수} \right\} = 40$$

5(-2)<sup>3</sup>

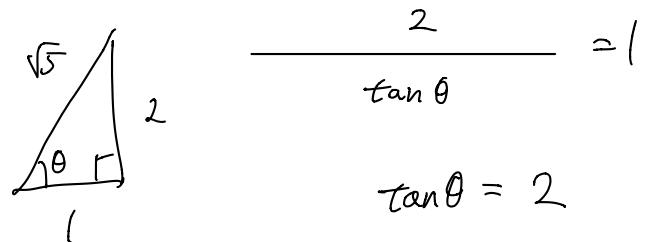
(5)

12.  $\pi < \theta < 2\pi$ 인  $\theta$ 에 대하여  $\frac{\sin \theta \cos \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 - \cos \theta}{\tan \theta} = 1$  일 때,  
 $\cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$       ②  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$       ③  $\frac{1}{5}$   
④  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       ⑤  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$$\frac{s^2 + (1-c)^2}{(1-c)t} = 1$$

$$\cos \theta \neq 1 \quad \frac{2 - 2c}{(1-c)t} = 1$$



$$\cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{5}} \quad (\text{3사분면})$$

# 수학 영역(가형)

5

13.  $\sum_{n=1}^{20} (-1)^n n^2$ 의 값은? [3점]

- ① 195    ② 200    ③ 205    ④ 210    ⑤ 215

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{10} (2n)^2 - \sum_{n=1}^{10} (2n-1)^2 \\ &= \sum_{n=1}^{10} 4n - 1 = \cancel{4} \times \sum_{n=1}^{10} n - 10 \end{aligned}$$

④

= 210

14. 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여  $(n-5)$ 의  $n$  제곱근 중 실수인 것의 개수를  $f(n)$ 이라 할 때,  $\sum_{n=2}^{10} f(n)$ 의 값은? [4점]

- ① 8    ② 9    ③ 10    ④ 11    ⑤ 12

$2 \leq n \leq 5$

홀수만 가능

1

3

$n=5$

1

$n \geq 6$

$3 \times 2 + 2 \times 1 = 8$

8

홀수 1

짝수 2

## 6

## 수학 영역(가형)

15. 첫째항이 양수이고(공차가 3인) 등차수열  $\{a_n\}$ 과 모든 항이 양수인 수열  $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $a_1$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  
 $\log a_n + \log a_{n+1} + \log b_n = 0$

(나)  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \frac{1}{12}$

- ① 2      ②  $\frac{5}{2}$       ③ 3      ④  $\frac{7}{2}$       ⑤ 4

$$a_n = 3n + a$$

$$a_n a_{n+1} b_n = 1$$

$$b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}} \quad (5)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+a)(3n+a+3)}$$

$$= \frac{1}{3} \left( \frac{1}{a+3} - \frac{1}{a+6} + \frac{1}{a+9} \dots \right)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{a+3} = \frac{1}{12}$$

$$a+3=4 \quad a=1$$

$$a_n = 3n + 1$$

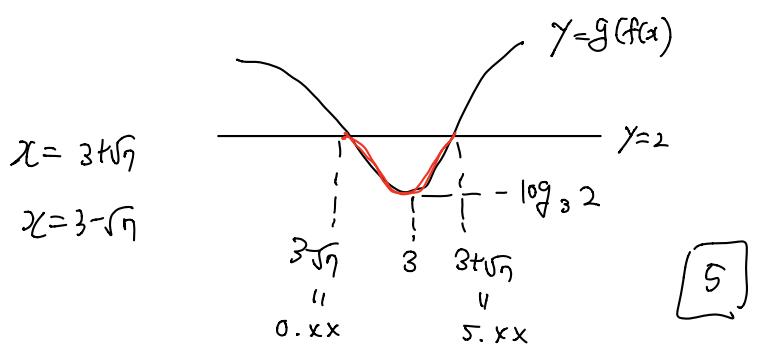
[10]

16. 두 함수  $f(x) = x^2 - 6x + 11$ ,  $g(x) = \log_3 x$ 가 있다.  
 정수  $k$ 에 대하여  $(x-3)^2 + 1$   
 $k < (g \circ f)(n) < k+2$

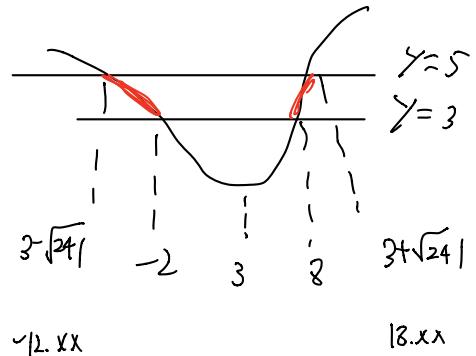
를 만족시키는 자연수  $n$ 의 개수를  $h(k)$ 라 할 때,  
 $h(0) + h(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 11      ② 13      ③ 15      ④ 17      ⑤ 19

$$h(0) \quad 0 < g(f(n)) < 2$$



$$h(3) \quad 3 < g(f(n)) < 5$$



9 ~ 17

[10]

[6 12]

# 수학 영역(가형)

7

17. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  
 $a_3$ 의 값은? [4점]

(가) $\sum_{k=1}^4 a_k = 45$	$a_n = a \cdot r^{n-1}$
(나) $\sum_{k=1}^6 \frac{a_1 \times a_5}{a_k} = 189$	$\sum_{k=1}^6 \frac{a_1 \times a_6}{a_k} = 189$

- ① 12      ② 15      ③ 18      ④ 21      ⑤ 24

$$\frac{a_1 \times a_5}{a_k} = \frac{a^1 r^5}{a r^{k-1}} = a r^{6-k}$$

$$a_1 + \dots + a_6 = 189$$

(1)

$$a_1 + \dots + a_4 = 45$$

$$a_5 + a_6 = 144$$

$$a(1+r+r^2+r^3) = 45$$

$$ar^4(1+r) = 144$$

$$a \approx 3$$

$$a(r^4)(1+r) = 45$$

$$r=2$$

$$3\sqrt{2}^2 = 12$$

18. 그림과 같이 두 선분  $A_1B_1, C_1D_1$ 이 서로 평행하고

$\overline{A_1B_1} = 10, \overline{B_1C_1} = \overline{C_1D_1} = \overline{D_1A_1} = 6$ 인 사다리꼴  $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 세 선분  $B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$ 의 중점을 각각  $E_1, F_1, G_1$ 이라 하고 두 개의 삼각형  $C_1F_1E_1, D_1G_1F_1$ 을 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에 선분  $A_1B_1$  위의 두 점  $A_2, B_2$ 와 선분  $E_1F_1$  위의 점  $C_2$ , 선분  $F_1G_1$  위의 점  $D_2$ 를 꼭짓점으로 하고 두 선분  $A_2B_2, C_2D_2$ 가 서로 평행하며  $\overline{B_2C_2} = \overline{C_2D_2} = \overline{D_2A_2}$ ,

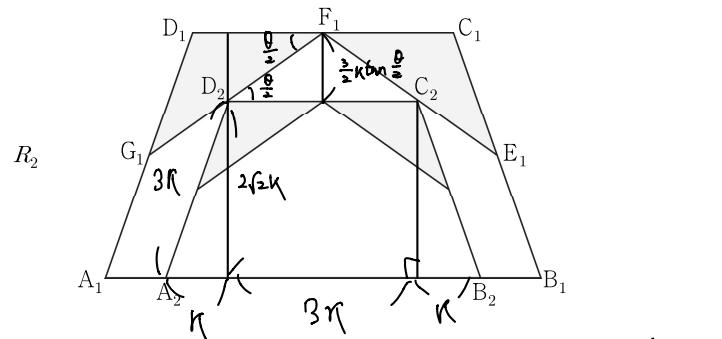
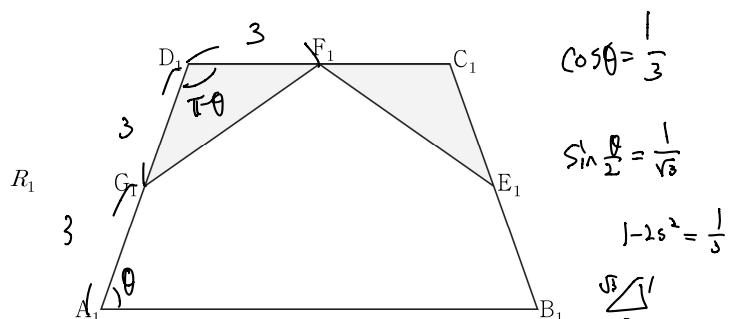
$\overline{A_2B_2} : \overline{B_2C_2} = 5 : 3$ 인 사다리꼴  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다.

그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 사다리꼴  $A_2B_2C_2D_2$ 에

두 개의 삼각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]

$$C = -2s^2$$



$$6:3k \quad 6:3$$

$$\textcircled{1} \frac{234}{19}\sqrt{2} \quad \textcircled{2} \frac{236}{19}\sqrt{2} \quad \textcircled{3} \frac{238}{19}\sqrt{2}$$

$$\textcircled{4} \frac{240}{19}\sqrt{2} \quad \textcircled{5} \frac{242}{19}\sqrt{2}$$

(5)

$$k = \frac{1}{2}$$

$$S_1 = 2 \times \frac{1}{2} \times 9 \times \frac{2\sqrt{2}}{3} = 6\sqrt{2}$$

$$4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}k + \frac{3}{4}\sqrt{2}k$$

$$\frac{11}{4}\sqrt{2}k = 4\sqrt{2}$$

$$k = \frac{16}{11}$$

$$\frac{242\sqrt{2}}{19} = \frac{6\sqrt{2}}{1 - \frac{69}{121}}$$

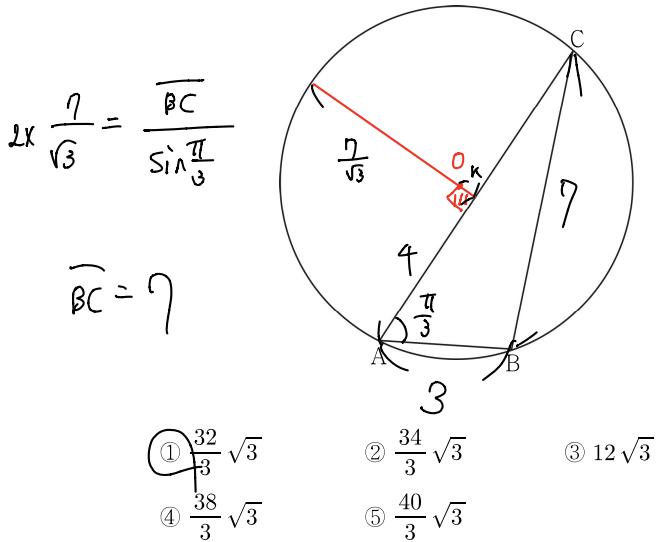
$$r = \frac{k^2}{4}$$

# 수학 영역(가형)

19. 그림과 같이 원  $C$ 에 내접하고  $\overline{AB}=3$ ,  $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ 인

삼각형  $ABC$ 가 있다. 원  $C$ 의 넓이가  $\frac{49}{3}\pi$ 일 때,

원  $C$  위의 점  $P$ 에 대하여 삼각형  $PAC$ 의 넓이의 최댓값은?  
(단, 점  $P$ 는 점  $A$ 도 아니고 점  $C$ 도 아니다.) [4점]



20. 집합  $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여

함수  $f: X \rightarrow X$ 의 치역을  $A$ , 합성함수  $f \circ f$ 의 치역을  $B$ 라 할 때, 두 집합  $A, B$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- $n(A) \geq 3$
- 집합  $A$ 의 모든 원소의 합이 3의 배수이다.
- $n(A) > n(B)$

다음은 함수  $f$ 의 개수를 구하는 과정이다.

(i)  $n(A)=3$ 이고 모든 원소의 합이 3의 배수인

집합  $A$ 는

$\{1, 2, 3\}, \{1, 3, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{3, 4, 5\}$   
이다.

$A=\{1, 2, 3\}$ 인 경우  $n(B)<3$ 이므로

집합  $B$ 는

$\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$   
이다.

$A=\{1, 2, 3\}, B=\{1\}$ 인 경우

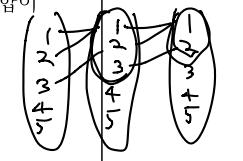
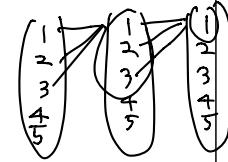
함수  $f$ 의 개수는  $\boxed{\text{(가) } 2}$ 이고,

$A=\{1, 2, 3\}, B=\{1, 2\}$ 인 경우

함수  $f$ 의 개수는  $\boxed{\text{(나) } 3}$ 이므로  $\frac{3 \times 2}{(3-2) \times (2-1)} = 5 \times 6 = 30$   
 $n(A)=3, n(B)<3$ 이고 집합  $A$ 의 모든 원소의 합이

3의 배수가 되도록 하는 함수  $f$ 의 개수는

$4 \times (3 \times \boxed{\text{(가)}} + 3 \times \boxed{\text{(나)}})$ 이다.



(ii)  $n(A)=4$ 이고 모든 원소의 합이 3의 배수인

집합  $A$ 는  $\{1, 2, 4, 5\}$ 뿐이므로 이 경우  $n(B)<4$ 를

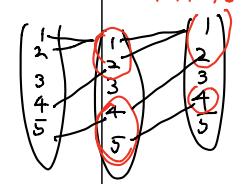
만족시키는 함수  $f$ 의 개수는  $\boxed{\text{(다) }}$ 이다.

$$4 \times 36 = 144$$

(iii)  $n(A)=5$ 인 경우 함수  $f$ 는 일대일대응이고

$n(B)=5$ 이므로  $n(A)>n(B)$ 를 만족시키는

함수  $f$ 는 존재하지 않는다.



$$3 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 36$$

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 함수  $f$ 의 개수는

$$4 \times (3 \times \boxed{\text{(가)}} + 3 \times \boxed{\text{(나)}}) + \boxed{\text{(다) }} \text{이다.}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $p, q, r$ 라 할 때,  
 $p+q+r$ 의 값은? [4점]

- ① 164    ② 168    ③ 172    ④ 176    ⑤ 180

④  $2+30+144=176$

# 수학 영역(가형)

9

21. 자연수  $k$ 에 대하여 집합  $A_k$ 를

$$A_k = \left\{ \sin \frac{2(m-1)}{k} \pi \mid m \text{은 자연수} \right\}$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

**<보기>**

1.  $A_3 = \left\{ -\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$

2. 1이 집합  $A_k$ 의 원소가 되도록 하는 두 자리 자연수  $k$ 의 개수는 22이다.

3.  $n(A_k) = 11$ 을 만족시키는 모든  $k$ 의 값의 합은 33이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

(2)

7.  $\sin \frac{2(m-1)}{3} \pi = -\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, \frac{\sqrt{3}}{2}$

$0, 1, 2, 3$        $\begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 2 & 4 \\ \hline 3 & 3 & 3 \\ \hline \end{array} 6$

8.  $\sin \frac{2}{k} \pi = \sin \frac{4}{k} \pi \dots$

$\boxed{k=4n}$        $100 \div 4 = 25$

4, 8, 100 세로       $25 - 3 = 22$

9.  $0 \quad \sin \frac{3}{k} \pi \quad \sin \frac{4}{k} \pi \dots$

$k$  짝수       $2 \Rightarrow 0 \quad 0 \quad 0 \quad \boxed{k=20}$

$4 \Rightarrow 0 \quad -1 \quad 0 \quad 0$

$6 \Rightarrow 0 \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad 0 \quad -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad 0$

$\boxed{k=20}$        $8 \Rightarrow 0 \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 1 \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 0 \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad -1$

규칙  
 $n=4k \Rightarrow 2k+1$ 개       $n=4k-2 \Rightarrow 2k-1$

$k$  홀수       $1 \Rightarrow 0 \quad 0 \quad 0$   
 $3 \Rightarrow 0 \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad 0$

(5)

9 12

단답형

22.  ${}^6\text{II}_2 + {}^2\text{H}_6$ 의 값을 구하시오. [3점]

$36 + {}_7\text{C}_6 = 43$

(43)

23. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 = 6$ ,  $a_3 + a_6 = a_{11}$ 일 때,  $a_4$ 의 값을 구하시오. [3점]

(12)

$a = 6$

$6 + 2 \times 3 = 12$

$2a + 7d = a + 10d$

$a = 3d$

$d = 2$

$\boxed{k=11}$

24. 함수  $f(x) = 2^{x+p} + q$ 의 그래프의 점근선이 직선  $y = -4$ 이고  $f(0) = 0$ 일 때,  $f(4)$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 상수이다.) [3점]

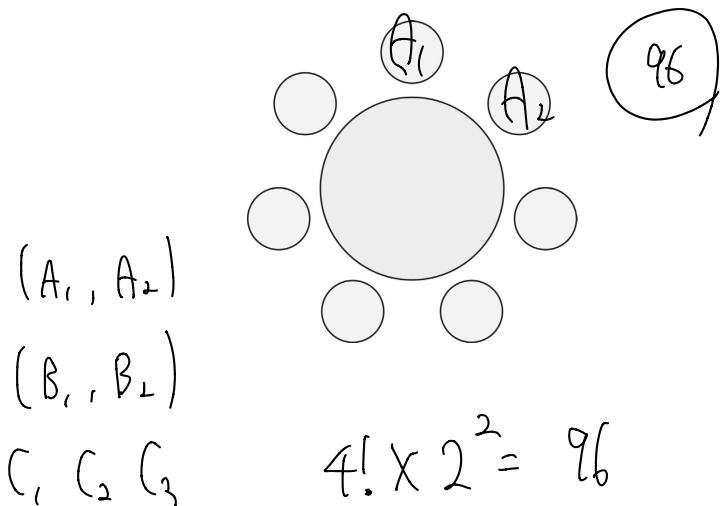
$$q = -4, \quad f(x) = 2^{x+p} - 4$$

$$0 = 2^p - 4 \quad p = 2$$

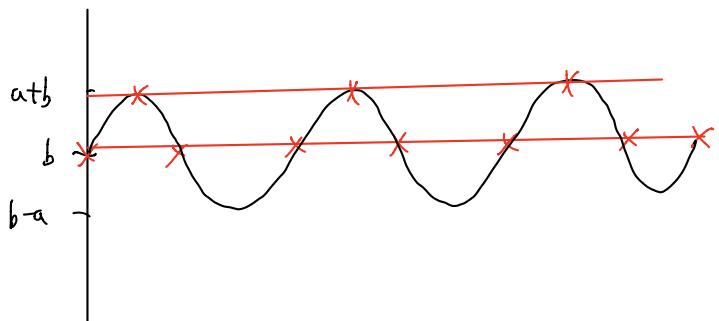
$$f(4) = 2^6 - 4 = 60$$

60

25. 그림과 같이 원형 탁자에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. A학교 학생 2명, B학교 학생 2명, C학교 학생 3명이 모두 이 7개의 의자에 앉으려고 할 때, A학교 학생 2명이 서로 이웃하여 앉고 B학교 학생 2명도 서로 이웃하여 앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



26.  $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 정의된 함수  $y = a \sin 3x + b$ 의 그래프가 두 직선  $y = 9$ ,  $y = 2$ 와 만나는 점의 개수가 각각 3, 7이 되도록 하는 두 양수  $a, b$ 에 대하여  $a \times b$ 의 값을 구하시오. [4점]



$$b = 2 \quad a+b = 9$$

$$a = 7$$

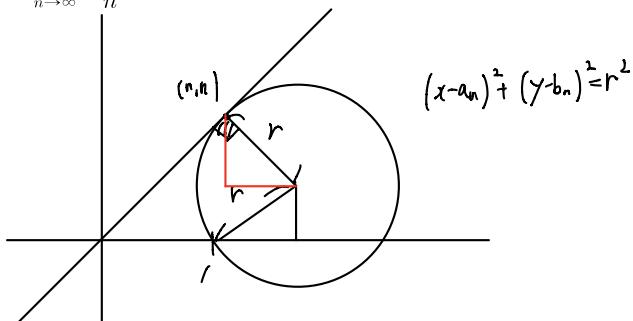
14

# 수학 영역(가형)

11

27. 자연수  $n$ 에 대하여 점  $(1, 0)$ 을 지나고 점  $(n, n)$ 에서  
직선  $y = x$ 와 접하는 원의 중심의 좌표를  $(a_n, b_n)$ 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n - b_n}{n^2}$ 의 값을 구하시오. [4점]



$$a_n = n + \frac{r}{\sqrt{2}}$$

$$b_n = n - \frac{r}{\sqrt{2}}$$

$$(a_n - 1)^2 + b_n^2 = r^2$$

$$a_n + b_n = 2n$$

$$(a_n + b_n)^2 = 4n^2$$

$$a_n b_n = n^2 - \frac{r^2}{2}$$

$$a_n^2 + b_n^2 = 2n^2 + r^2$$

$$2n^2 + r^2 - 2a_n + 1 = r^2$$

$$2a_n = 2n^2 + 1$$

$$a_n = n^2 + \frac{1}{2}$$

$$b_n = n^2 - \frac{1}{2} + 1$$

$$a_n - b_n = 2n^2 - 2n + 1$$

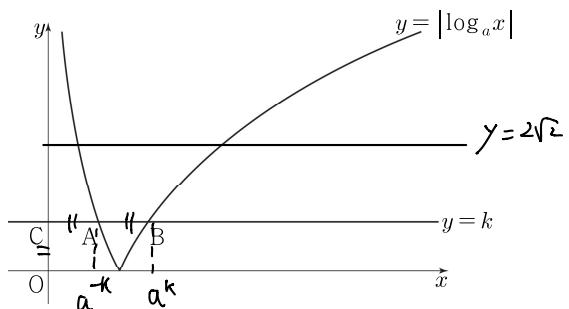
28. 그림과 같이 1보다 큰 실수  $a$ 에 대하여 곡선  $y = |\log_a x|$  가

직선  $y = k$  ( $k > 0$ )과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고,  
직선  $y = k$ 가  $y$ 축과 만나는 점을 C라 하자.

$\overline{OC} = \overline{CA} = \overline{AB}$  일 때, 곡선  $y = |\log_a x|$  와 직선  $y = 2\sqrt{2}$  가  
만나는 두 점 사이의 거리는  $d$ 이다.  $20d$ 의 값을 구하시오.

(단, O는 원점이고, 점 A의  $x$ 좌표는 점 B의  $x$ 좌표보다 작다.)

[4점]



$$a^k - a^{-k} = a^{-k} = k$$

$$a^k = 2k$$

$$a^{-k} = k$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$k = 2k^2$$

$$a^{2\sqrt{2}} - a^{-2\sqrt{2}}$$

$$= 2^2 - 2^{-2} = 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$$

$$20 \times \frac{15}{4} = 75$$

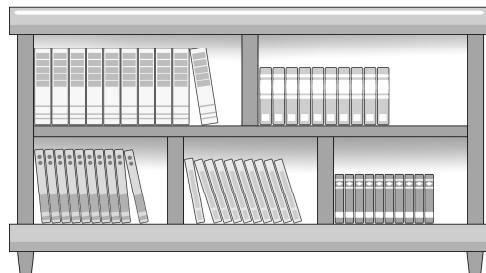
75

## 12

## 수학 영역(가형)

29. 어느 학교 도서관에서 독서프로그램 운영을 위해 철학, 사회과학, 자연과학, 문학, 역사 분야에 해당하는 책을 각 분야별로 10권씩 총 50권을 준비하였다. 한 학급에서 이 50권의 책 중 24권의 책을 선택하려고 할 때, 다음 조건을 만족시키도록 선택하는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 분야에 해당하는 책은 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- (가) 철학, 사회과학, 자연과학 각각의 분야에 해당하는 책은 4권 이상씩 선택한다.  
 (나) 문학 분야에 해당하는 책은 선택하지 않거나 4권 이상 선택한다.  
 (다) 역사 분야에 해당하는 책은 선택하지 않거나 4권 이상 선택한다.



문학X, 역사X       $\binom{14}{2} - \left( 3 \times 3 + 3! \times 9 \right) = \boxed{28}$

$$\begin{aligned} a+b+c &= 24 \\ \geq 4 &\geq 4 \geq 4 \end{aligned}$$

$\binom{16, 4, 4}{(15, 5, 4)}$	$\binom{13, 7, 4}{(13, 6, 5)}$	$\binom{11, 6, 6}{(11, 9, 4)}$
$\binom{14, 6, 4}{(14, 5, 5)}$	$\binom{12, 8, 4}{(12, 7, 5)}$	$\binom{10, 8, 5}{(10, 7, 6)}$

24(8)

문학O, 역사X

$$\begin{aligned} a+b+c+d &= 24 \\ \geq 4 &\geq 4 \geq 4 \geq 9 \end{aligned}$$

$$\binom{11}{2} - \left( 4 \times 1 + \frac{4!}{2!} \times 1 \right) = \boxed{149}$$

문학X, 역사O

$$\begin{aligned} a+b+c+e &= 24 \\ \geq 4 &\geq 4 \geq 4 \geq 4 \end{aligned}$$

$$\binom{11}{3} - \left( 4 \times 1 + \frac{4!}{2!} \times 1 \right) = \boxed{149}$$

(12 444)  
(11 544)

문학O, 역사O

$$\begin{aligned} a+b+c+d+e &= 24 \\ \geq 4 &\geq 4 \geq 4 \geq 4 \geq 4 \end{aligned}$$

$$\binom{8}{4} = \boxed{70}$$

30. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $a_{2n} = b_n + 2$   
 (나)  $a_{2n+1} = b_n - 1$   
 (다)  $b_{2n} = 3a_n - 2$   
 (라)  $b_{2n+1} = -a_n + 3$

$$a_{48} = 9 \Rightarrow \sum_{n=1}^{63} a_n - \sum_{n=1}^{31} b_n = 155 \text{ 일 때 } (b_{32}) \text{의 값을 구하시오.}$$

$$\begin{aligned} a_{2n} + a_{2n+1} &= 2b_n + 1 \\ b_{2n} + b_{2n+1} &= 2a_n + 1 \end{aligned}$$

[4점]

$$\sum_{n=1}^{63} a_n = a_1 + (2b_1 + 1) + \dots + (2b_{31} + 1)$$

$$\sum_{n=1}^{31} b_n = b_1 + b_2 + \dots + b_{31}$$

$$a_1 + b_1 + \dots + b_{31} + 31 = 155$$

대입

$$a_{12} = 9, b_{24} = 7, a_{12} = 3, b_6 = 1,$$

$$a_3 = 1, b_3 = 2$$

$$122 = a_1 + (2a_1 + 1) + (2a_2 + 1) + \dots + (2a_{15} + 1)$$

$$3a_1 + 15 + 2(2b_1 + 1) + \dots + 2(2b_7 + 1)$$

11

$$3a_1 + 4b_1 + 29 + 4(2a_1 + 1) + 4(2a_2 + 1) + 4(2a_3 + 1)$$

$$11a_1 + 4b_1 + 41 + 8(2b_1 + 1) = 11a_1 + 20b_1 + 49$$

$a_1 = 3$

\* 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.