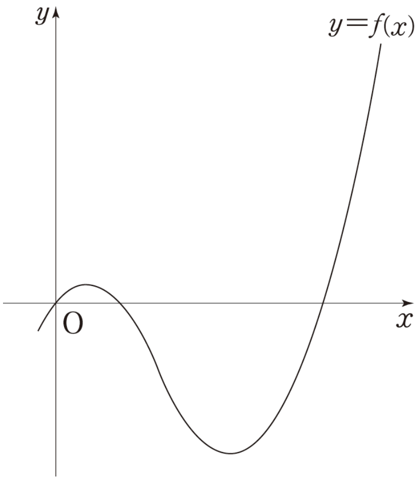
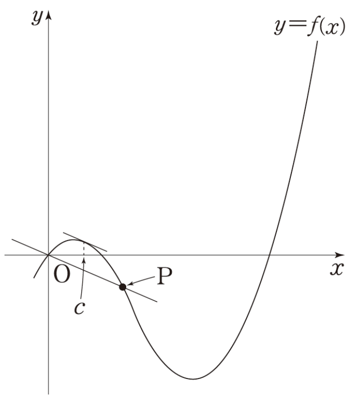
$f(x)=x(x^2-6x+3)$ 이므로 $f(0)=0$ 이고,
$f'(x)=3x^2-12x+3$ 이므로 $f'(x)=0$ 이 되도록 하는 x의 값은 모두 양수라는 것을 알 수 있다.
(두 근의 합이 양수, 두 근의 곱이 양수, 이차방정식 $f'(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖기 때문이다.)

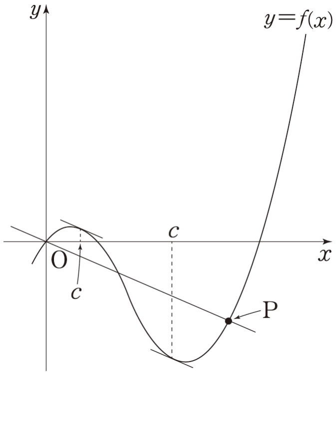


$\dfrac{f(t)}{t}=f'(c)$ 의 좌변 = $\dfrac{f(t)-f(0)}{t-0}$
즉, 두 점 $(0,\ f(0))$, $(t,\ f(t))$를 지나는 직선의 기울기,
우변 = $f'(c)$는 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(c,\ f(c))$에서의 접선의 기울기이므로 다음과 같이 어떤 t에 대해서 c의 개수가 1일 수도 있고, 2일 수도 있다.

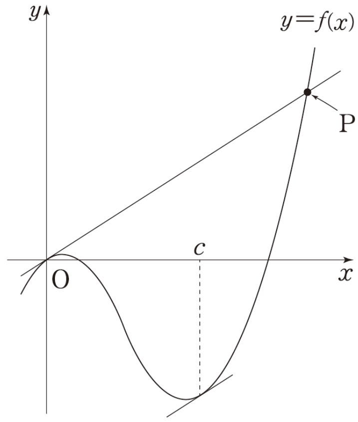
i) $g(t)=1$인 경우
점 $(t,\ f(t))$를 P라 할 때, 다음과 같은 경우이다.



ii) $g(t)=2$인 경우
점 $(t,\ f(t))$를 P라 할 때, 다음과 같은 경우이다.



함수 $g(t)$가 구간 $[a,\ \infty)$에서 연속이 되려면 곡선 $y=f(x)$의 원점에서의 접선의 기울기보다 크거나 같을 때이다. 점 $(t,\ f(t))$를 P라 할 때, 다음과 같은 경우이다.



곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,\ f(0))$에서의 접선의 방정식은 $y=3x$이므로 a의 값을 구하기 위해 방정식 $f(x)=3x$의 해 중 $x\neq 0$인 해를 구하면 $x^3-6x^2+3x=3x$, $x=6$이다.
이때 $t\geq 6$인 모든 t에 대해서는 항상 $g(t)=1$이다.
그러므로 a의 최솟값은 6이다.