2020학년도 6월 모의고사 수학 가형 분석

1등급 88

2등급 80

3등급 71

개인적인 총평

작년 6월 모의고사가 떠오르는 등급 컷이다. 1등급부터 3등급까지 급간 간격이 크다는 것은 생각보다 상당히 시험이 까다로웠던 것으로 보인다. 오답률 top7을 살펴보면 18,21,25,27,28,29,30 순이다. 확률과 통계가 2문항이나 들어가고 심지어 하나는 3점짜리다. 확통이 쉽다고 학생들이 조금 가볍게 여기고 있는 거 같다. 전체적인 체감 난이도는 작년 6월 모의고사처럼 객관식에서 많이 발목이 잡혔을 것 같다. 14,15,16 이 비슷한 난이도를 보여주고 17,18,19,20,21 이 난이도가 비슷하다. 객관식에서는 전체적으로 킬러문항이라 할 만한 문항이 없이 모두 풀 만하지만 쉽게 풀리지 않는 문제들로 구성되었다. 주관식에서는 틀리기 쉬운 확통문제가 2문제나 포함되면서 정답률을 더욱 낮추었다. 또한 객관식이 까다로운 거에 비해 주관식 문항이 크게 쉽지는 않은 것 같다. 27번 확통문항은 어렵지는 않지만 여러가지 이유(문항별 평가에서 나옴)에 의해 정답률이 저조하고 28번은 굉장히 낯선 도형의 넓이를 구하라고 하는가 하면 29, 30번이 엄청나게 쉬운 편은 아니다. 12페이지까지 가는 것도 힘들겠지만 12페이지와 11페이지의 난이도 차이 때매 더욱 29,30을 풀어내기가 힘들 수도 있을거라 생각한다. 그럼에도 불구하고 21,29,30의 난이도를 낮추고 싶어하는 모습이 시험지에서 보인다. (이 점도 작년과 비슷하다.)

기본에 충실하면서 괴랄한 문제를 찾아 다닐 게 아니라 변화를 받아들이고 트렌드를 분석하면서 공부해야 할 것 같다.

문항별 총평

14번 확률

독립시행(주사위)에 관한 확률을 묻고 있다. 조건이 “~이고”를 통해서 종속적으로 얽혀있다. 문제풀이 방향을 잘못 설정하면 생각보다 까다로울 수 있다.

가장 쉽게 푸는 법은 가장 특이하게 묶여있는 a를 케이스별로 분류해서 푸는 것이다.

a가 1일경우, 2일경우, 3일경우 \* \* \* ,6일경우를 따져서 b,c의 상황을 살펴주면 된다.

크게 어려울 게 없는 문항이고 그래야 하는 번호이다.

15번 음함수 미분

늘 나오던 문항이고 그닥 특별할 게 없다. 다만 문제풀이 중에 한가지를 캐치하지 못하면 계산량이 엄청 많아진다. 무서운 점은 그렇게 해도 풀린다는 것이다.

각 성분(x,y)를 미분한 식에서 공통되는 부분이 보이고 그 부분을 치환해서 계산을 이어가면 쉽게 풀 수 있다.

하지만 그냥 계산하게 된다면 속력에 관한 식을 정리해서 다시 미분하여 최솟값을 구해야 되기 때문에 계산량도 많고 실수할 가능성도 커진다.

값에 대한 논의를 할 때는 언제든 편리하게 치환할 수 있음을 알고 있어야 한다.

16번 미분법 (로그미분법)

새로운 유형이다. (여태 나온 적이 없었다.)

이 문제도 그냥 꾸역꾸역 미분하고 식 정리하면 결국 구하고자 하는 걸 구할 수 있다.

근데 의도는 그게 아닌 거 같다.

(다음에 나온다면 그냥 해도 안 풀리게 나오는 게 문제다.)

분수식이나 곱셈식은 로그를 취함으로써 식을 간단히 할 수 있고 미분도 어렵지 않다.(+로그는 미분하면 도함수와 원함수가 모두 나온다. ) 이 내용을 알고 준식을 다시보면 분모에 e^x가 있는 것이 더욱 와 닿고 양변에 절댓값을 취한 후 ln을 씌워 식을 정리하고 미분해버리면 구하고자 하는게 눈에 바로 보이고 계산도 어렵지 않다. 교과과정상에서 로그미분법을 한 테마로 잡아서 배우진 않지만 문제로 자주 다루기 때문에 알고 있어야 하는 기술? 중에 하나이다.

평가원이 조금 더 옛날 기출들과 차별을 두려고 하는 것 같다.

17번 확률 (빈칸 채우기)

이 문항부터 본격적으로 문제가 어려워진다.

문제가 주는 상황을 이해하는 게 굉장히 어렵고 뭐라고 쓴 건 지도 잘 모르겠다.

그냥 시간 쓸 생각하고 들어가서 차근차근 읽고 한번에 해결하는 게 가장 빠른 길이다.

정말 국어가 어려워서 그렇지 상황 확인하고 풀어보면 별 거 없는 문제이다.

독립과 종속의 구별과 확률의 곱셈정리를 이용하여 계산해버리면 된다.

상황만 이해하면 단순한 확률 문제이고 미지수가 나와서 쫄아서 그렇지 그냥 하던대로 하면 된다.

18번 벡터

나올 만한 게 나왔다고 생각한다. 문제 유형 자체가 까다롭기 때문에 상황은 최대한 간단하게 준 것 같다.

문제자체는 바로 이해가 된다 두벡터가 모두 나오고 모두 움직인다(=어느벡터도 고정x).

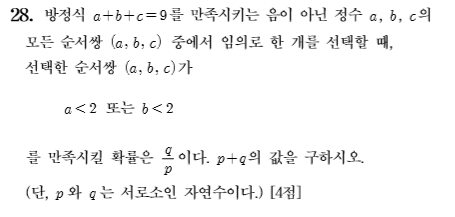
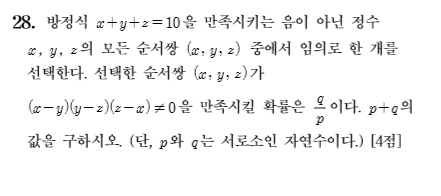
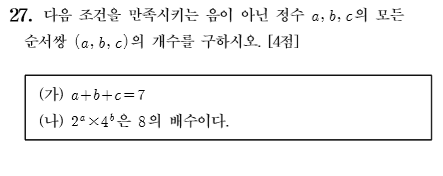
두 벡터가 동시에 움직이는 상황을 한번에 관찰하는 것은 어렵기 때문에 한 벡터를 고정시키고 관찰하는 것이 유리하다. 이제는 이러한 문제를 잘 다룰 줄 알아야 한다..

19번 경우의 수

시험장에서 만났으면 정말 고전했을 문제이다. 기출문제를 자주 접한 학생이라면 중복조합의 냄새가 나는 문항이란 생각과 함께 중복조합과 어떻게 엮어서 문제를 풀어 나갈지 고민할 것 같다.

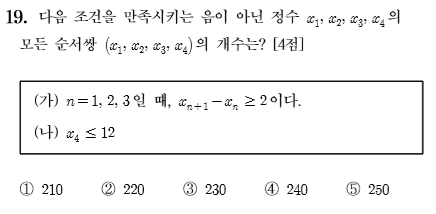
그럼에도 불구하고 어디서 어떻게 중복조합을 이용하여 풀지 감이 잘 안 온다.

예전(17,18,19)에는 중복조합 자체가 새롭게 배운 내용이라 바로 중복조합의 구조가 보이고 쉽게 적용이 가능하게 문제를 내도 주관식으로 출제 함으로써 내용에 대한 이해가 부족한 학생들이나 실수를 범하는 학생들에 의해서 정답률이 크게 높은 편이 아니였는데 이제 어느정도 중복조합 문제가 정형화 되고 필수유형처럼 x+y+z=n 꼴의 문제들이 넘쳐 나면서 중복조합을 그저 쉽게 내기가 어려우니 이번 19번 문제는 아예 중복조합을 숨겨서 낸 것 같다.



순서대로 17학년도 수능 ,18학년도 수능, 19학년도9월 중복조합 문항들이다.

x+y+z=n 꼴이 선명하게 모두 보인다 특히 중복조합 첫해인 17학년도 문항은 (나)조건의 해석과 중복조합만을 이용해서 풀 수 있게끔 나왔고 18,19학년도는 중복조합+확률의 형태로 중복조합이 문제의 주체이기 보다는 도구로 활용되는 느낌이 강했다. 그래도 중복조합을 이용해서 경우의 수를 구하는 거 자체에는 문제가 없었다.



하지만 다시 19번 문항을 보면 x+y+z=n 꼴이 반복되지는 않는다.

그래도 중복조합 문제임을 의심할 수 있는 여지는 음이 아닌 정수에 관해 논하고 있다는 것이다.

이 문제의 풀이는 정말 어마어마 한 노가다로도 풀린다. 그냥 하나하나 천천히 하면 나름의 규칙이 있고 전부 셀 필요가 없긴 하지만 그 규칙성을 파악하는 데 굉장히 오래 걸리고 실수를 할 가능성이 많다. (나는 처음에 이렇게 풀었다;;)

중복조합을 이용하는 풀이는 철저히 “경험”이다. 보다 많은 문제를 접해본 학생이라면 떠올릴 수 있을 만한 풀이이다.

이웃한 두 항(Xn+1,Xn) 사이의 차가 2이고 그 말은 적어도 하나의 숫자가 이웃한 두 항 사이에 존재 해야함을 의미한다. 그러므로 두 항 사이의 공간이 필요하고 그 공간을 A,B,C,D,E 로 지정하면 ABCDE에관한 중복조합의 식을 작성하여 풀 수 있다.

미적, 기벡에 집중하는 학생들이게 확통도 두 과목 못지않게 중요하다는 점을 시사하는 문항 같다. 여태 것 나온 확통 기조에 반해 이번시험의 확통문제들은 굉장히 까다롭게 출제 되었다.

20번 적분법

별로 할 말이 없는 문항이다 상위권을 목표로 하거나 상위권인 학생들은 가볍게? 풀어냈어야 하는 문항이라고 생각한다.

크게 어려운 점이 없고 어디서 많이 본 듯한 문제이기도 하고 익숙하다. 쉬운 문제라고 할 수는 없지만 부정적분을 함수로 인식하고 풀어내는 점이나 ㄱㄴㄷ연계, 변수분리등 기본적인 점들을 묻는 문항이다.

기본은 항상 잘 챙기도록 하자!!

21번 미분법

더 이상 21번이라는 번호에 큰 의미를 부여할 필요가 없음을 보여주는 문항이다.

수능이 진짜 오래돼서 고등수학 수준에서 어렵다는 주제는 다 내니까 더 이상 낼 게 없으니 17,18학년도는 진짜 괴랄한 함수(지수함수기반에 막 삼각함수 들어가고 절댓값 씌우고…) 문제이해자체를 어렵게 하고 계산마저 미쳐버려 3박자를 모두 맞추며 말도 안되는 문제들이 탄생했지만 19학년도부터 정말 그 기조를 바꾸고 싶어함이 보였고 이번 6월 21번 문항도 일단 함수도 쉽고 문제상황마저 어렵지 않다.

주제도 f(x)와 연관된 새로운 함수 g(x)를 설정하면서 함수g를 구하는 문항으로 킬러문항에는 사골처럼 나와서 더 이상 특별할 게 없는 주제이다. 자주 쓰였던 주제임을 인지하고 함수g가 어떻게 만들어지는지 이해한다면 어렵지 않게 풀어냈을 법한 문항이다.

21번을 떠나서 문제는 17번부터 21번까지 오는 과정이 순탄치 않다는 점이다. 난이도가 5문제 다 똑같다. 두루두루 어렵다. 한 문제 한 문제 푸는 게 힘들다.

시험호흡으로 치면 작년 6월과 정말 비슷하다. 하지만 문항들은 작년과는 당연히 다르다.

내 느낌은 작년은 “계산” 이 주요 point 라면 올해 6월은 “문제상황이해” 인 것 같다.

(두가지가 적절히 배합되어 나오는 것이 가장 베스트가 아닐까 생각한다.)

17번 당연히 상황이해, 18번 두 벡터가 모두 움직임을 보고 한 벡터를 고정하고 관찰 가능한가?

19번 중복조합을 직접 상황을 꾸려 사용가능한가? 21번 f(x)와 연관된 새롭게 설정된 함수를 도출하거나 특정 함숫값을 구할 수 있는가? 5문제만 살펴봐도 계산보다는 문제 상황이해가 중요하다.

<주관식>

26번 벡터+삼각함수

작년부터 보여주었던 서로 다른 두 과목이 섞인 문제이다. 크게 어렵지 않고 문제에서 주어진 대로만 잘 따라간다면 쉽게 해결할 수 있다.

27번 확률

주관식 문제들이 크게 어렵지 않은데도 정답률이 낮다 이 문제는 심지어 정답률이 29퍼센트 밖에 안된다. 아마 객관식에서 많이 발목이 잡혔고 여기까지 오지 못한 친구들도 많고, 확통인 만큼 빠트리고 세서 오답을 적은 학생도 있고 수 많은 요인이 작용했을 것 같다.

문제상황도 별로 안 어렵고 확률이니까 1,1,2,2,3,3 여섯 개의 숫자를 모두 다른 것으로 인정하고 시작만 한다면 크게 까다로운 점이 없다.

케이스를 분류해서 푼다면 빠트리는 거 없이 잘 세도록하자!

28번 삼각함수 도형극한

그림이 되게 못났다. 정말 낯설게 생겼고 저 넓이는 어떻게 구하나 싶다.

그래도 도형문제는 무조건 직각삼각형 찾아서 조지는 거다.

꽤 주목해도 될 법한 문제 같다. 도형의 넓이를 구하는 방식이 조금 특이하다.

S1과S2사이에 낀 넓이를 @이라 하면 S1+@(부채꼴-삼각형OHA), S2+@(부채꼴ORB)이는 충분히 삼각함수로 표시 가능하다.

구하고자 하는 게 S1-S2/OH 이므로 (S1+@)-(S2+@)=S1-S2 임을 이용하면 된다.

극한계산연습은 꾸준히 하도록 하자

29번 평면벡터

음… 어렵다. 앞에 객관식 그렇게 어렵게 내고 이것도 꽤 까다롭게 출제했다.

2019학년도 수능 29번 배껴서 낸 거 같다. 움직이는 벡터가 휩쓸고 지나가는 영역에 대한 문제이다. 수능문제와 차이점이 있다면 수능문제는 영역의 넓이를 구하는 게 답이었고 이 문제는 영역에 속하는 점을 종점으로 하는 벡터를 만들어 고정된 한 벡터와의 내적값을 묻는다는 것이다.

킬러문항의 정석을 보여주는 문제이다. 문제에 문제에 문제가 겹쳐진 문제이다. 그래서 더욱 복잡한거고 어려워 보이는 것이다. 움직이는 벡터의 자취를 알아내는 게 첫번째 두번째는 Z가 나타내는 영역을 표시하는 거 세번째는 내적값이 최대 최소가 되는 점 들을 확인하고 구하는 과정이다.

(두번째 과정에서 표시되는 영역이 살짝 더럽다? 라고 생각한다 굳이 저렇게까지 만들어야 했을까 싶은… )

작년수능에도 나왔고 올해도 나왔으니 벡터가 휩쓸고 지나가는 영역에 대한 문제는 빠삭하게 알고 있는게 좋겠다.

30번 적분법

문제를 푸는 것은 까다롭기는 하지만 충분히 도전할 만한 난이도이다.

이 문제도 29번처럼 전형적인 킬러문항 스타일이다. 문제가 여러 개 겹쳐져 있는…

풀이를 간단히 하자면 상수a,b구해서 함수 결정(상수a,b는 왜 안 준지 잘 모르겠다.ㅋㅋㅋ굳이)

그래프를 주었고 최댓값이 14임을 쉽게 알 수 있으니 t가 그래프를 관통하며 지나가는 것은 자명하다. 여기서 그래프를 준 것 때문에 문제풀이의 호흡이라던가 난이도가 굉장히 줄어든다.

그리고 대부분 체크 하지 않고 넘어 갈 텐데 그래프를 보면 극대극소가 반복되는 그래프이고 최대이면서 극대인 부분과 작은?극대인 부분으로 두가지 극대가 있다. 여기서 최대이면서 극대인 부분이 아닌 작은 극대 부분의 값이 1보다 큰지 작은지를 살펴야 한다. (이유는 t가 작은 극대를 관통할지 안 할지 모르기 때문) 함수가 결정 되어있기 때문에 계산만 잘하면 빠르게 확인 가능하다. (작은 극댓값은 1을 넘지 않는다.) 여기까지 한 문제

이쯤에서 구하고자 하는 것을 보면 Cn을 1번째부터 101번째까지 더하는 것인데 Cn이 의미하는 바를 보면 1번째부터 100번째 까지의 값은 서로 반대되어 0이 된다는 점을 알 수 있다. (직접 해 보시길) <함수가 대칭인 점을 이용한다.> 이게 또 한 문제

그렇다면 101번째인 C101만 남는데 삼각함수의 대칭성에 의해서 C101=C1 과 같다.

Cn식을 보면 인테그랄 내부의 함수가 t와 f’(Xn)으로 되어있는데 변수는 t이므로 t에관한 식으로 정리해야 한다. Xn이 t와 주어진 함수가 만나는 x값이므로 Xn을 역함수f(t) 라고 쓸 수 있다.

그러면 인테그랄 내부의 식을 t에관한 식으로 바꿀 수 있다. 그러면 C1 값을 계산 할 수 있다.

여기까지 또 한 문제

마지막은 적분계산문제 (치환적분이 이용되는데 어떻게 쓰이는 지 또한 작년 기출 3점인가? 에 나온 적이 있다. Sin^2+Cos^2=1 이용 잘 기억해두자!)

문제가 번득이는 발상으로 요구하지도 않고 그래프 그림 안주면 힘든 거 아니까 그림도 주고 (안줘도 다 그릴 수 있으니 안 줘도 할 말은 없다.) 진짜 기본적인 내용들을 많이 합쳐 놓음으로써 문제를 복잡하게 만든거지 막 ‘와 저걸 어떻게 저렇게 풀지’ 와 같은 내용은 전혀 없다. 시간이 충분하고 기본이지만 잘 모르는 내용( x 좌표의 값을 역함수로 표시하는 거, 인테그랄 내부의 변수 정리, 삼각함수의 대칭성이용, 치환적분 )들을 언제든 꺼내 쓸 준비가 되어있는 학생들이라면 이제 30번은 최상위권 학생들만의 것이 아닌 도전 할 만한 영역이 되였다고 생각한다.