* 2019 학년도 대수능 수학 가형 30번.

$f(x) = 6\pi x^3 + \cdots$, $g(x) = \dfrac{1}{2+\sin f(x)}$, $g(x)$는 $x=\alpha$에서 극값을 갖는다.

$g'(x) = \dfrac{-\cos f(x) \times f'(x)}{(2+\sin f(x))^2}$, $\therefore$ $\cos f(x) = 0$ or $f'(x) = 0$인 x에서 $g'(x) = 0$.

(가) $\alpha_1 = 0$, $g(\alpha_1) = \frac{2}{5} = g(0)$ $\Rightarrow$ $\dfrac{1}{2+\sin f(0)} = \dfrac{2}{5}$. $\therefore \sin f(0) = \frac{1}{2}$. $f(0) = \frac{\pi}{6}$ ...... ①

(나) $\dfrac{1}{g(\alpha_5)} = \dfrac{1}{g(\alpha_2)} + \dfrac{1}{2}$ $\quad(\because\ 0 < f(0) < \frac{\pi}{2})$.

$\Rightarrow \sin f(\alpha_5) - \sin f(\alpha_2) = \frac{1}{2}$ ----- ②

①을 이용해서 $f(x)$를 정리해보면, $f(x) = 6\pi x^3 + px^2 + qx + \frac{\pi}{6}$라 할 때,

$f'(x) = 18\pi x^2 + 2px + q$ 에서 $f'(x) = 18\pi x^2 + 2px$. ($\because \alpha_1 = 0$. $g'(\alpha_1) = g'(0) = 0$

$\cos f(0) \neq 0$, $f'(0) = 0$).

$f'(x) = 0$을 만족시키는 x는 $x = 0$, $x = -\frac{p}{9\pi}$.

(따라서 $p = 0$, $p > 0$, $p < 0$일 때 $f(x)$의 개형이 달라질 수 있다).

* $g(x)$가 미분가능하고, $x = \alpha$에서 $g(x)$가 극값을 갖는 상황들은 다음과 같다.

A. $f'(x) = 0$이 중근, $\cos f(x) = 0$ $\rightarrow$ case I

B. $f'(x) = 0$이 중근, $\cos f(x) \neq 0$. $\rightarrow$ 극값 X.

C. $\cos f(x) = 0$, $f'(x) \neq 0$ $\longrightarrow$ case II.

D. $\cos f(x) = 0$, $f'(x) = 0$. $\longrightarrow$ 극값 X.

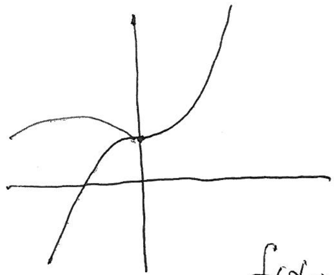
E. $\cos f(x) \neq 0$, $f'(x) = 0$. $\longrightarrow$ case III.

} $g'(x) = 0$인 상황들, (A ~ E).

$g(x)$가 극값을 가질 수 있는 상황들 (case I ~ case III).

* case Ⅰ) $f'(x)=0$이 중근을 가지면 $-\frac{p}{9\pi}=0$ 이므로 (∵ $f'(0)=0$은 이미 확정 상태)

$p=0$, 그 때 $f(x)$의 개형은



$\alpha_1(=0)$ 이후에 $g'(x)=0$이 되려면

$\cos f(x)=0$인 경우뿐이다.

$f(\alpha_2)=\frac{\pi}{2}$, $f(\alpha_3)=\frac{3\pi}{2}$, $f(\alpha_4)=\frac{5\pi}{2}$, $f(\alpha_5)=\frac{7\pi}{2}$.

$\therefore \sin f(\alpha_5)-\sin f(\alpha_2)=-1-1=-2\neq\frac{1}{2}$ (②에 위배)

∴ case Ⅰ)은 불가. 결과적으로 $p>0$인 경우 ($f(0)$이 극소인 경우)도 불가.

또한 $f(\alpha_2)$와 $f(\alpha_5)$가 동시에 case Ⅱ 이거나 case Ⅲ인 경우도 불가.

(∵ ②에 위배. $\sin f(\alpha_5)-\sin f(\alpha_2)=\frac{2n-1}{2}\pi$ 꼴이거나

$f(0)$이 극대가 아니거나와 같은 결과).

그러므로 $x=\alpha_2$일 때 case Ⅱ, $x=\alpha_5$일 때 case Ⅲ을 만족시키는 경우(case Ⅳ)

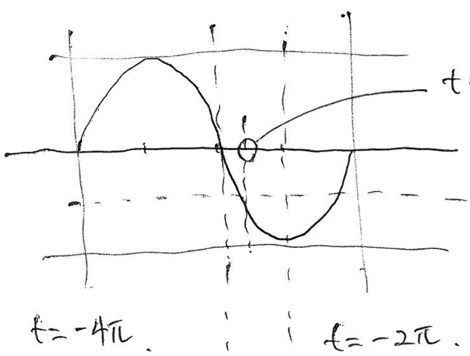
또는 $x=\alpha_2$일 때 case Ⅲ, $x=\alpha_5$일 때 case Ⅱ를 만족시키는 경우(case Ⅴ)이다.

* case Ⅳ) $\cos f(\alpha_2)=0$, $f'(\alpha_2)\neq0$, $\cos f(\alpha_5)\neq0$, $f'(\alpha_5)=0$.

$\therefore f(\alpha_2)=-\frac{\pi}{2}$, $f(\alpha_3)=-\frac{3}{2}\pi$, $f(\alpha_4)=-\frac{5}{2}\pi$.

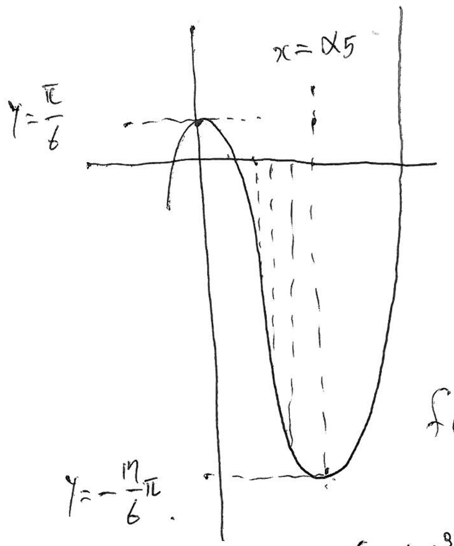
$\sin f(\alpha_5)-\sin f(\alpha_2)=\sin f(\alpha_5)+1=\frac{1}{2}$ 에서 $\sin f(\alpha_5)=-\frac{1}{2}$.

∴ $f(\alpha_5)$는 $t<-\frac{5}{2}\pi$에서 $\sin t$의 값이 $-\frac{1}{2}$이 되는 t의 최댓값이다.



$\therefore f(\alpha_5)=-3\pi+\frac{\pi}{6}=-\frac{17}{6}\pi$.

case Ⅳ 인 경우의 $f(x)$의 개형은 다음과 같다.



또한, $f(\alpha_4)=f(\alpha_6)$, $f(\alpha_3)=f(\alpha_7)$, $f(\alpha_2)=f(\alpha_8)$ 이 성립하고, $f(\alpha_9)=\frac{\pi}{2}$, $f(\alpha_{10})=\frac{3}{2}\pi$, $\cdots$ 등의 값을 갖는다.

이 때, $\alpha_5=-\frac{p}{9\pi}$ 이므로 $f(x)=6\pi x^3+px^2+\frac{\pi}{6}$ 에서

$$f(\alpha_5)=f\left(-\frac{p}{9\pi}\right)=\frac{6\pi\cdot(-p^3)}{9^3\pi^3}+p\times\frac{p^2}{9^2\cdot\pi^2}+\frac{\pi}{6}=-\frac{17}{6}\pi.$$

$\therefore$ $\frac{6\pi\cdot(-p^3)}{9^3\pi^3}+\frac{p^3\cdot 9\pi}{9^3\pi^3}+\frac{9^3\cdot\pi^3\cdot 3\pi}{9^3\pi^3}=0$ 에서 $3\pi p^3+3\pi\cdot 9^3\pi^3=0$.

$\therefore$ $p=-9\pi$. ($\therefore$ $\alpha_5=1$, $f(x)$는 $x=0$일 때 극대, $x=1$일 때 극소인 3차)

따라서 $f(x)=6\pi x^3-9\pi x^2+\frac{\pi}{6}$. $f'(x)=18\pi x^2-18\pi x$. $g'\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{-\cos f\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot f'\left(-\frac{1}{2}\right)}{\left(2+\sin f\left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2}$

$f\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{6\pi}{8}-\frac{9\pi}{4}+\frac{\pi}{6}=-\frac{17}{6}\pi$ (3차함수 특성을 이용해도 좋다).

$f'\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{18}{4}\pi+\frac{18}{2}\pi=\frac{54\pi}{4}=\frac{27}{2}\pi.$

$\cos\left(-\frac{17}{6}\pi\right)=\cos\frac{17}{6}\pi=\cos\left(3\pi-\frac{\pi}{6}\right)=-\cos\frac{\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{2}.$

$\sin\left(-\frac{17}{6}\pi\right)=-\sin\frac{17}{6}\pi=-\sin\left(3\pi-\frac{\pi}{6}\right)=-\sin\frac{\pi}{6}=-\frac{1}{2}.$

$$\therefore\ g'\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{27}{2}\pi}{\left(2-\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\frac{27\sqrt{3}}{4}\pi}{\frac{9}{4}}=3\sqrt{3}\pi. \qquad \therefore\ a^2=27$$

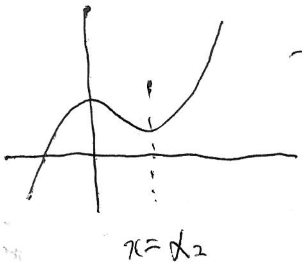
* case V) $\cos f(\alpha_2) \neq 0$, $f'(\alpha_2) = 0$, $\cos f(\alpha_5) = 0$, $f'(\alpha_5) \neq 0$.

$\therefore \alpha_2 = -\frac{p}{9\pi}$, $f(\alpha_3) = \frac{\pi}{2}$, $f(\alpha_4) = \frac{3}{2}\pi$, $f(\alpha_5) = \frac{5}{2}\pi$ $\quad \sin f(\alpha_5) = 1$.

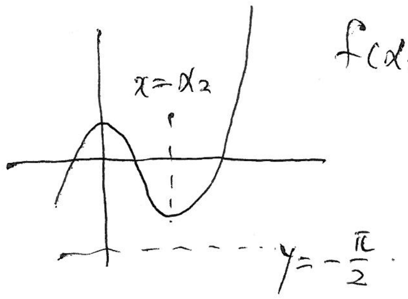
$-\frac{\pi}{2} < f(\alpha_2) < \frac{\pi}{6}$. 만약 $f(\alpha_2)$가 $-\frac{\pi}{2}$보다 작거나 같은 경우,

$f(\alpha_1)$과 $f(\alpha_2)$ 사이인 $-\frac{\pi}{2}$에서 $g(x)$가 극값을 갖는다.

case V)의 개형 ($f(x)$)을 나타내면 다음과 같다.



$f(\alpha_2) > 0$.



$f(\alpha_2)$가 음수일 때

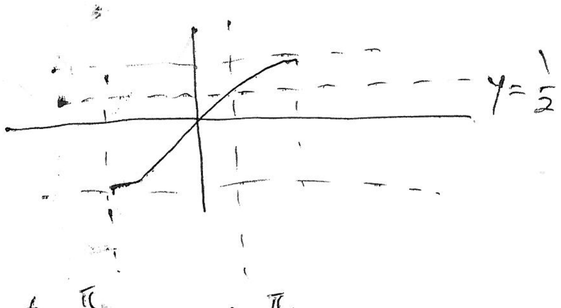
$-\frac{\pi}{2} < f(\alpha_2) < 0$.

$\therefore \sin f(\alpha_5) - \sin f(\alpha_2) = \frac{1}{2}$ 에서

$\sin f(\alpha_5) = 1$ 이므로 $\sin f(\alpha_2) = \frac{1}{2}$. $\quad \therefore f(\alpha_2)$는 열린구간 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6})$

에서 sine 값이 $\frac{1}{2}$ 인 경우이다. → 불가.

$\because$



$t = f(\alpha_2) = \frac{\pi}{6}$ 는 불가능하다.

* 2019학년도 대수능 수학 가형 21번.

→ 정의역 R, 미분가능한 함수 $f(x)$, $f(-1)=?$

(가) $x\in R$, $2\{f(x)\}^2\cdot f'(x) = \{f(2x+1)\}^2\cdot f'(2x+1)$ (나) $f(-\frac{1}{8})=1$, $f(6)=2$.

(가) 조건에서 치환 관련된 내용으로 보이지만 1차적으로 얻는 것이 없으므로 변수인 x와 $2x+1$의 관계를 살펴봐야 하고, (나) 조건에서 주어진 $(x=-\frac{1}{8})$과 $(x=6)$을 대입해서 정리한다.

또한 $2\{f(x)\}^2\cdot f'(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{2}{3}\{f(x)\}^3+C_1\right)$ 이라는 부분도 인지해야 한다.

(i) $x\,/\,2x+1$

$6\rightarrow 13$

$13\rightarrow 27$

....

(ii) $x\,/\,2x+1$

$-\frac{1}{8}\rightarrow\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}\rightarrow\frac{5}{2}$

$\frac{5}{2}\rightarrow 6$

$\therefore$
$$2\{f(-\tfrac{1}{8})\}^2\cdot f'(-\tfrac{1}{8}) = \{f(\tfrac{3}{4})\}^2\cdot f'(\tfrac{3}{4})$$
$$2\{f(\tfrac{3}{4})\}^2\cdot f'(\tfrac{3}{4}) = \{f(\tfrac{5}{2})\}^2\cdot f'(\tfrac{5}{2})$$
$$2\{f(\tfrac{5}{2})\}^3\cdot f'(\tfrac{5}{2}) = \{f(6)\}^2\cdot f'(6).$$

따라서 $8\{f(-\frac{1}{8})\}^2\cdot f'(-\frac{1}{8}) = \{f(6)\}^2\cdot f'(6)$

$\therefore 8f'(-\frac{1}{8}) = 4f'(6)$ 이므로 $2f'(-\frac{1}{8}) = f'(6)$ ---①

(iii) $x=-1$을 대입하면 $2\{f(-1)\}^2 f'(-1) = \{f(-1)\}^2\cdot f'(-1)$

$\begin{cases} f'(-1)\neq 0 \text{ 이면 } f(-1)=0, \\ f'(-1)=0 \text{ 이면 } f(-1)=? \end{cases}$ (주관식으로 내기에 힘든 부분이 있음을 알아차려야 한다.)

→ 문제를 다 풀고 난 다음이면 ①이 의미없다는 점을 알 수 있지만, 이런 문제를 시험장에서 풀 때, ①을 정리 안하는 것은 바보짓에 가깝다.

(iv) $f(-1)$에 대한 접근이 주어진 식에서는 방향성을 잡기 어려우므로 양변을 적분한다.

$$\begin{cases} 2\{f(x)\}^2\cdot f'(x) = \left(\frac{2}{3}\{f(x)\}^3+C_1\right)' \\ \{f(2x+1)\}^2\cdot f'(2x+1) = \left(\frac{1}{6}\{f(2x+1)\}^3+C_2\right)' \end{cases}$$

$$\therefore \ \frac{2}{3}\{f(x)\}^3 = \frac{1}{6}\{f(2x+1)\}^3 + C. \ \rightarrow \ \{f(x)\}^3 = \frac{1}{4}\{f(2x+1)\}^3 + \frac{3}{2}C \ \cdots\cdots \ ②$$

$$\{f(-\tfrac{1}{8})\}^3 = 1 = \frac{1}{4}\{f(\tfrac{3}{4})\}^3 + \frac{3}{2}C$$

$$\{f(\tfrac{3}{4})\}^3 = \frac{1}{4}\{f(\tfrac{5}{2})\}^3 + \frac{3}{2}C$$

$$\{f(\tfrac{5}{2})\}^3 = \frac{1}{4}\{f(6)\}^3 + \frac{3}{2}C = 2 + \frac{3}{2}C.$$

$$\therefore \ \{f(\tfrac{3}{4})\}^3 = \frac{1}{4}\times\left(2+\frac{3}{2}C\right) + \frac{3}{2}C = \frac{1}{2} + \frac{3}{8}C + \frac{3}{2}C = \frac{1}{2} + \frac{15}{8}C.$$

$$\{f(-\tfrac{1}{8})\}^3 = 1 = \frac{1}{8} + \frac{15}{32}C + \frac{3}{2}C = \frac{1}{8} + \frac{63}{32}C \qquad \therefore \ C = \frac{7}{8}\times\frac{32}{63} = \frac{4}{9}.$$

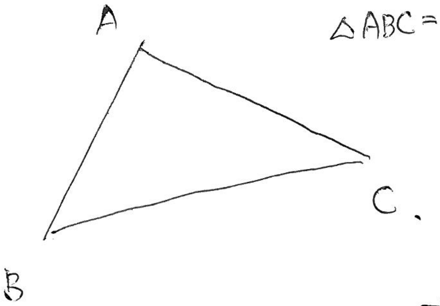
② 에 $x=-1$, $C=\frac{4}{9}$ 를 대입하면 $\frac{3}{4}\{f(-1)\}^3 = \frac{2}{3}$.

$$\therefore \ \{f(-1)\}^3 = \frac{8}{9}, \qquad \{f(-1)\} = \frac{2}{\sqrt[3]{9}} = \frac{2\cdot\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt[3]{3}} = \frac{2\cdot\sqrt[3]{3}}{3} \ //$$

$$2\{f(x)\}^2\cdot f'(x) = \left(\frac{2}{3}\{f(x)\}^3 + C_1\right)'$$

치환적분을 통하지 않고 바로 적분함수를 생각할 수 있어야 한다. 피적분함수의 형태가 이러이러하므로 치환적분을 하거나 부분적분을 하는 것이 먼저가 아니고, 어떤 함수 (적분함수)를 미분하면 피적분 함수가 나오는가?를 생각해야 한다. 즉, 형태에 따라서 적분을 하는 것은 다음 문제지, 우선이 아니다. 미적분의 기본 정리를 한번 더 생각해 볼 것.

* 2019학년도 대수능 수학 가형 29번.



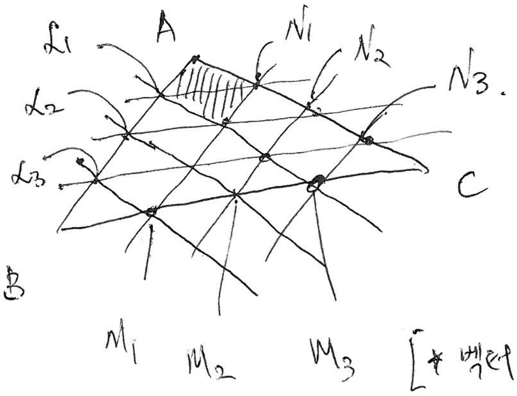
$\triangle ABC = 9$. 변 AB 위의 점 P, 변 BC 위의 점 Q, 변 CA 위의 점 R.

$$\vec{AX} = \frac{1}{4}(\vec{AP}+\vec{AR}) + \frac{1}{2}\vec{AQ}.$$

$\frac{1}{4}(\vec{AP}+\vec{AR}) = \frac{1}{2}\left(\frac{\vec{AP}+\vec{AR}}{2}\right) \Rightarrow$ A에서 $\overline{PR}$ 중점까지 가는 벡터의 $\frac{1}{2}$ 벡터.

∴ $\overline{AB}$의 4등분점을 L_1, L_2, L_3, $\overline{BC}$의 4등분점을 M_1, M_2, M_3, $\overline{CA}$의 4등분점을 N_1, N_2, N_3

이라 하면 $\frac{1}{4}(\vec{AP}+\vec{AR})$가 나타내는 영역은 다음과 같다.



(P가 A부터 B까지 이므로 A일 때 R을 A부터 C까지 이동시켜보면서 생각, 마지막으로 P가 B일 때 R을 A부터 C까지 이동시켜보면서 생각).

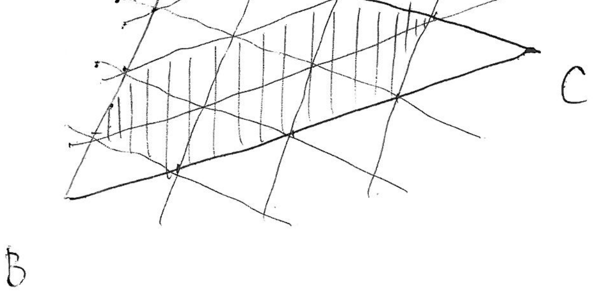
[* 벡터 연산은 식변형보다 우선 주어진 형태대로 따라가는것이 좋다].

위 그림에서 빗금친 부분을 $\frac{1}{2}\vec{AQ}$ 만큼 더 이동을 시키면 영역 X가 된다.

($\frac{1}{2}\vec{AB}$ ($Q=B$) $+ \cdots +$ $\frac{1}{2}\vec{AM_1}$ ($Q=M_1$) $+ \cdots \cdots +$ $\frac{1}{2}\vec{AC}$ ($Q=C$))

빗금친 부분을 삼각형 안에서 두 칸 내리고 좌우로 이동시킨다고 생각할 수 있다.

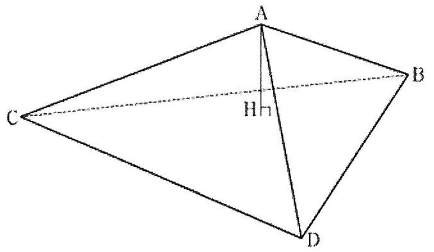
∴ 영역 X는 아래 그림에서 빗금친 부분이다.



$$\therefore\ 9\times\frac{10}{16} = 9\times\frac{5}{8} = \frac{45}{8}.$$

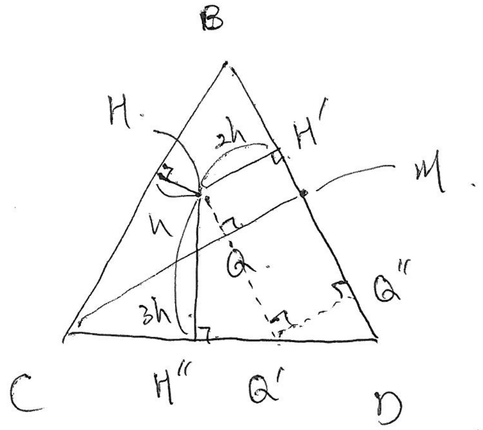
$$\therefore\ p+q = 53 //$$

* 2019학년도 대수능 수학 가형 19번.



바닥면 삼각형 BCD는 한 변의 길이가 12인 정삼각형

$\therefore \triangle BCD = \frac{1}{2} \times 12 \times 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$.



점H에서 변BC, 변BD, 변CD까지의 거리를 각각

h, 2h, 3h로 놓을 수 있으므로

$\frac{1}{2} \times 12 \times (h+2h+3h) = 36h$. $\therefore h = \sqrt{3}$.

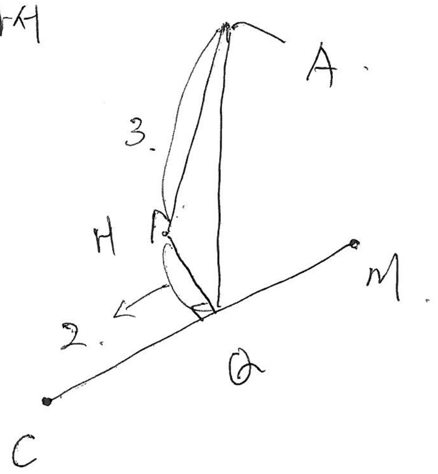
$\overline{HQ'} = \overline{H'Q''}$. $\overline{Q'Q''} = \overline{HH'} = 2\sqrt{3}$.

$\therefore \overline{Q''D} = 2$ $(\because \angle BDC = \frac{\pi}{3})$.

$\overline{HH''} = 3h = 3\sqrt{3}$. $\therefore \overline{HQ'} = 6 = \overline{H'Q''}$ $(\because \angle HQ'H'' = \frac{\pi}{3})$.

$\overline{MD} = 6$ 이므로 $\overline{HM} = \overline{HQ} = 2$.

따라서



$\therefore$ 선분 AQ의 길이는 $\sqrt{13}$

$(\because$ 삼수선의 정리$)$.

* 2019학년도 대수능 수학 나형 30번.

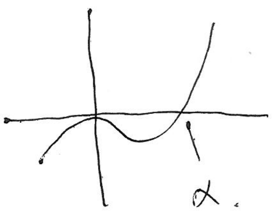
$f(x) = x^3 + \cdots,$ (가) $f(0)=0,\ f'(0)=0.$

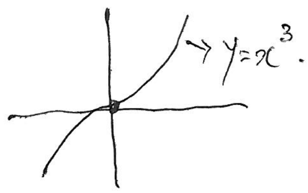
$g(x) = -x^2 + \cdots,$ $g(2)=0,\ g'(2)=0$

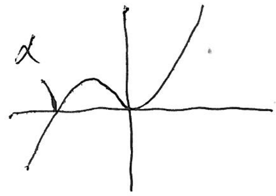
$\therefore\ g(x) = -(x-2)^2$ 으로 확정.

$f(x) = x^2(x-\alpha)$ 라 하면 $f'(x) = x(2x-2\alpha+x) = x(3x-2\alpha).$

(i) $\alpha > 0$ (ii) $\alpha = 0.$ (iii) $\alpha < 0$







(나) $(2,0)$ 에서 곡선 $y=f(x)$ 에 그은 접선의 개수.

(i) − A. $(\alpha > 2) \Rightarrow$ 1개. (iii) $\Rightarrow$ 3개.

(i) − B $(\alpha = 2) \Rightarrow$ 2개. (ii) $\Rightarrow$ 2개.

(i) − C $(\alpha < 2) \Rightarrow$ 3개.

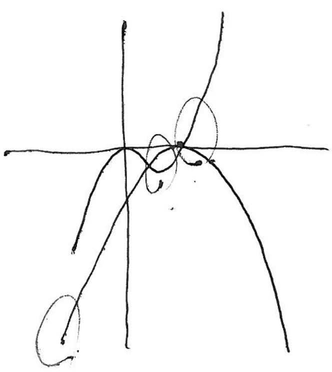
$\therefore$ (i) − B 에서의 $f(x) = x^2(x-2)$ 또는 (ii) 에서의 $f(x) = x^3$ 이 가능.

(다) $f(x) = g(x)$ 방정식은 오직 하나의 실근.

→ $(x<0)$ 에서 반드시 실근 하나를 가지므로 문제에서 살펴볼 구간인 $(0,2)$ 에서 두 함수는 만나지 않는다.

(i) − B 불가. $\therefore$ (ii) 만 가능.

why?



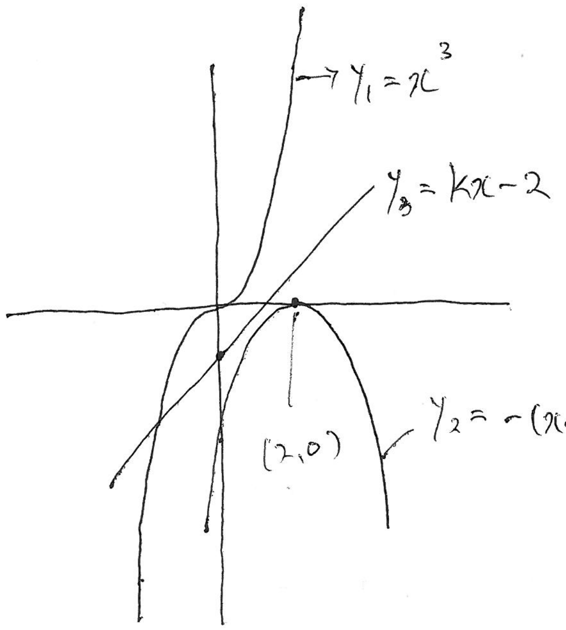
$\Rightarrow \{f(x)=g(x)\} = \{x^2(x-2) = -(x-2)^2\}$

$\therefore\ x^2(x-2) + (x-2)^2 = 0$

$(x-2)(x^2+x-2) = 0$

$(x-2)(x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow$ 서로 다른 세 실근.

따라서 조건을 만족시키는 $f(x)=x^3$, $g(x)=-(x-2)^2$ 이다.



$\therefore$ $kx-2$가 $y=x^3$에 접할 때, k가 최대이고, $y=-(x-2)^2$에 접할 때 k가 최소이다.

($\because$ $g(x) \le kx-2 \le f(x)$, under $(x>0)$).

(iv) y_1과 y_3의 1사분면에서의 접점을 $(t, t^3)=(t, kt-2)$라 하면

접선은 $y=3t^2(x-t)+t^3=3t^2x-2t^3$ 이고 $(0,-2)$를 지나므로

$t^3=1$에서 $t=1$. $\therefore$ 접점은 $(1,1)$. $\therefore$ $k=\dfrac{1-(-2)}{1-0}=3$ (M).

(v) y_2와 y_3의 4사분면에서의 접점을 $(s, -s^2+4s-4)=(s, ks-2)$라 하면

접선의 방정식은 $y=(-2s+4)(x-s)-s^2+4s-4$

$=(-2s+4)x+s^2-4$.

$\therefore$ $s^2-4=-2$에서 $s=\sqrt{2}$. 접점은 $(\sqrt{2}, 4\sqrt{2}-6)$.

$\therefore$ $k=\dfrac{4\sqrt{2}-6-(-2)}{\sqrt{2}-0}=\dfrac{4\sqrt{2}-4}{\sqrt{2}}$ (m) $=\dfrac{8-4\sqrt{2}}{2}=4-2\sqrt{2}$.

$\therefore$ $\alpha(=M)+\beta(=m)=3+4-2\sqrt{2}=7-2\sqrt{2}$.

$\alpha(=M)-\beta(=m)=-1+2\sqrt{2}$ $\Rightarrow$ $a=-1$, $b=2$.

$\therefore$ $a^2+b^2=5$.

* 2019학년도 대수능 수학 나형 21번.

$f(x)=x^3+\cdots,$ $(x\in R)$, $g(x)$는 연속. } $(x\in R)$ $f(x)\times g(x) = x(x+3)$

$g(0)=1$, ∴ $f(0)\times g(0)=0$ 이므로 $f(0)=0$.

$f(1)$은 자연수, $g(2)$의 최솟값은?

$f(x)= x(x^2+ax+b)$. ∴ $g(x) = \dfrac{x(x+3)}{f(x)} = \dfrac{x(x+3)}{x(x^2+ax+b)}$ (단, $f(x)\neq 0$).

$g(x)$가 실수 전체에서 연속이므로 $f(x)=0$일 때에는 위에서의 분수식에서

극한값으로 $g(x)$ 함숫값을 대체할 수 있다.

(i) $g(0)= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x(x+3)}{x(x^2+ax+b)} = \dfrac{3}{b} = 1$. ∴ $b=3$.

여기서 x^2+ax+b가 0이 아닌 서로 다른 두 실근을 갖거나, 0을 포함한 근을

갖는 중근의 형태가 되거나 등의 경우 (즉, $x^2+ax+b=0$이 실근을 갖는 경우)

$g(x)$가 정의되지 않는 부분이 생겨난다 (극한값으로 함숫값을 대체할 수 없는 상황).

따라서 $x^2+ax+b=0$의 방정식이 실근을 갖지 않고 허근을 가져야 한다.

∴ $x^2+ax+3=0$에서 $D=a^2-12<0$, ∴ $a=-3$ or -2 or -1 or 0 or 1 or 2 or 3.

(∵ $f(1)=4+a$ = 자연수. ∴ a는 -3 이상의 정수. 또한 $-2\sqrt{3}<a<2\sqrt{3}$).

$g(2)= \dfrac{2\times 5}{f(2)} = \dfrac{10}{2\times(4+2a+3)}$, ∴ $g(2)$의 최솟값은 $a=3$일 때

$\dfrac{10}{2\times 13} = \dfrac{5}{13}$ //

* 2019학년도 대수능 수학 나형 29번.

$\{a_n\}$ 등차수열, $a_1=a$는 자연수, 공차 d는 음의 정수. $\rightarrow a_n > a_{n+1}$.

$\{b_n\}$ 등비수열, $b_1=b$는 자연수, 공비 r은 음의 정수. $\rightarrow b_{2n-1} > 0, \quad b_{2n} < 0$.

(가) $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+b_1+b_2+b_3+b_4+b_5=27$. $\cdots$ ①

(나) $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+b_1-b_2+b_3-b_4+b_5=67$. $\cdots$ ②

① − ② $= 2b_2+2b_4=-40$. ① + ② $= 2\times\sum_{k=1}^{5} a_k + 2(b_1+b_3+b_5) = 94$.

$br+br^3=-20$ $\quad\therefore$ i) $b=1$. $r^3+r+20=0 \rightarrow r$은 음의 정수 X.

ii) $b=2$, $r^3+r+10=0 \rightarrow r=-2$.

$\therefore \{b_n\} = 2\times(-2)^{n-1}$. ($b=3$ 이후는 $r^3+r=f(r)$로 놓고 그래프를 생각하면 더 살펴볼 필요가 없음을 알 수 있다)

$b_1=2$, $b_3=8$. $b_5=32$. $\therefore a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=5$.

따라서 $a_3=1$.

(다) $a_1+a_2+a_3+|a_4|+|a_5|+\overbrace{b_1-b_2+b_3\cancel{+}-b_4+b_5}^{62.}=81$.

$\therefore a_1+a_2+a_3+|a_4|+|a_5|=19$.

(i) $d=-1$, a_n: 3. 2. 1. 0. −1 → (다) 조건 불만족.

(ii) $d=-2$, a_n: 5. 3. 1. −1. −3 → 〃

(iii) $d=-3$. a_n: 7. 4. 1. −2. −5 → (다) 조건 만족.

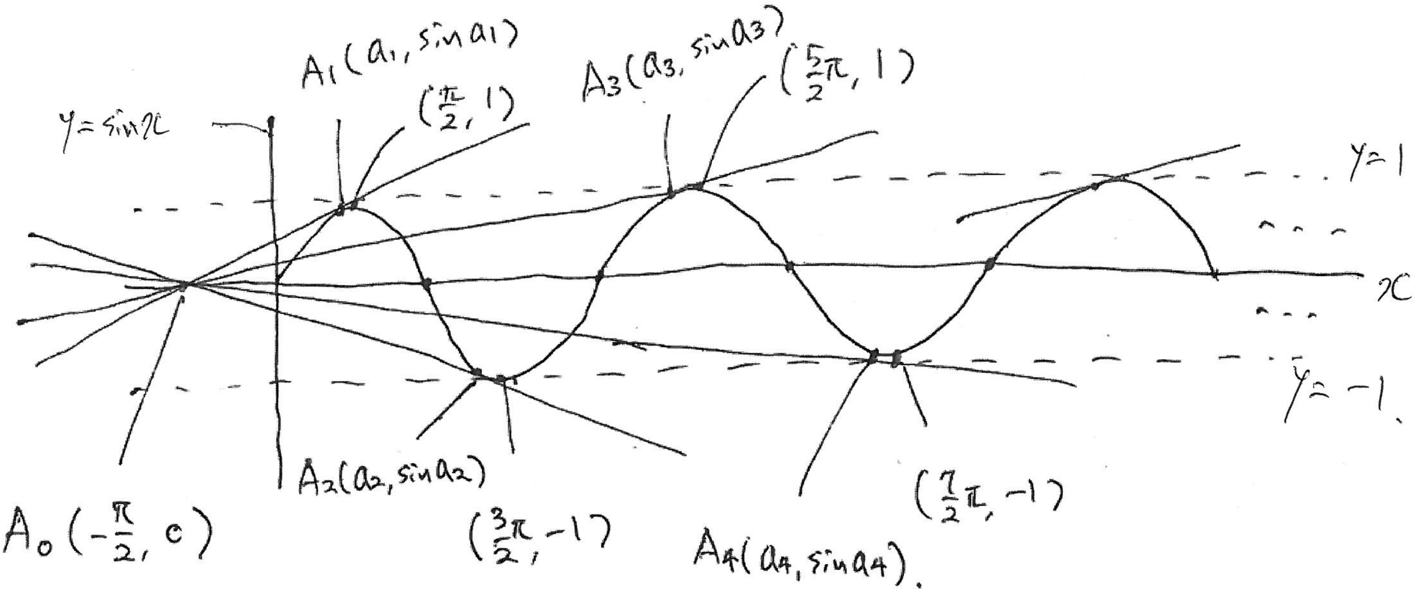
$\therefore \{a_n\} = -3n+10$

따라서 $a_7+b_7 = (-11)+128 = 117$.

* 2019학년도 대수능 수학 가형 20번.

점 $(-\frac{\pi}{2}, 0)$을 A_0, 접점들을 차례대로 A_n이라 하고, 문제에서 주어진 내용을 정리하면

다음과 같은 그래프로 나타낼 수 있다.



($(\frac{\pi}{2},1)$, $(\frac{3}{2}\pi,-1)$, $(\frac{5}{2}\pi,1)$, ···· 등은 sine 함수의 극값들을 표시한 것이다).

sine 함수는 주기함수이므로 접점과 극점과의 거리는 x값이 커질수록 줄어든다. (T-1).

$\therefore \frac{\pi}{2}-a_1 > \frac{3}{2}\pi - a_2 > \frac{5}{2}\pi - a_3 > \frac{7}{2}\pi - a_4 > \cdots\cdots$ ① 이 성립한다.

ㄱ. $\tan a_n = \frac{\sin a_n}{\cos a_n}$ 여기서 $\sin a_n$은 함숫값, $\cos a_n$은 접선의 기울기로

생각할 수 있으므로 (접선은 항상 $(-\frac{\pi}{2}, 0)$을 지난다)

$$\tan a_n = \frac{\sin a_n}{\cos a_n} = \frac{\frac{\sin a_n}{1}}{\frac{\sin a_n - 0}{a_n-(-\frac{\pi}{2})}} = a_n + \frac{\pi}{2}$$ ($\therefore$ True).

ㄴ. ①에 의해 $\frac{(2n-1)\pi}{2} - a_n > \frac{(2n+3)\pi}{2} - a_{n+2}$ 가 성립.

$\therefore \tan a_{n+2} - \tan a_n = a_{n+2} + \frac{\pi}{2} - (a_n + \frac{\pi}{2}) = a_{n+2} - a_n > 2\pi.$

($\therefore$ True).

ㄷ. True. 직관적으로 이해할 수 있어야 한다.

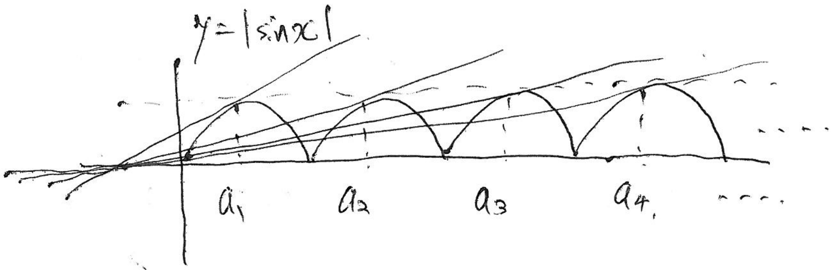
① 에 의해 $\frac{(2n-1)\pi}{2}-a_n > \frac{(2n+1)\pi}{2}-a_{n+1} > \frac{(2n+3)\pi}{2}-a_{n+2} > \frac{(2n+5)\pi}{2}-a_{n+3}$.

이 성립하므로 $a_{n+1}-a_n-\pi > a_{n+3}-a_{n+2}-\pi$

$\therefore\ a_{n+1}+a_{n+2} > a_{n+3}+a_n$.

(접점과 극점과의 거리를 감소수열로 보고 계차수열을 이용할 수도 있다)

⇒ 접점과 극점과의 거리가 x값이 커질수록 줄어든다는 사실을 확인하는 것이 핵심이다.



접선의 기울기가 줄어든다 → cos 값이 줄어든다 → 변수값이 커진다.

$\therefore\ a_2-a_1>\pi$, $\quad a_2-a_1 > a_3-a_2 > a_4-a_3 > \cdots\cdots$

$a_3-a_2>\pi$.

$a_4-a_3>\pi$.

$\cdots\cdots$

* 2019학년도 대수능 수학 가형 16번.

$(x>0)$, 연속함수 $f(x)$.

$2f(x)+\frac{1}{x^2}f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$ → x와 $\frac{1}{x}$ 사이의 치환 문제이고, 주어진 식의 형태가

$f\left(\frac{1}{x}\right)=\triangle$ 형태보다 $f(x)=\triangle$ 형태가 간단한 점도 파악할 것.

$\therefore\ 2f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^2}f\left(\frac{1}{x}\right)$ .... ①

치환하면 $2f\left(\frac{1}{x}\right)=x+x^2-x^2f(x)$. 따라서

$x^2f(x)=x+x^2-2f\left(\frac{1}{x}\right)$ .... ②

①, ②에서 ③ $2x^2f(x)=x+1-f\left(\frac{1}{x}\right)$ .. ③

④ $2x^2f(x)=2x+2x^2-4f\left(\frac{1}{x}\right)$ .. ④

$\therefore\ 3f\left(\frac{1}{x}\right)=2x^2+x-1$.

$\therefore\ \int_{\frac{1}{2}}^{2}f(x)\,dx$ 에서 $f\left(\frac{1}{x}\right)$를 사용해야 하므로 역시 치환을 거쳐야 한다.

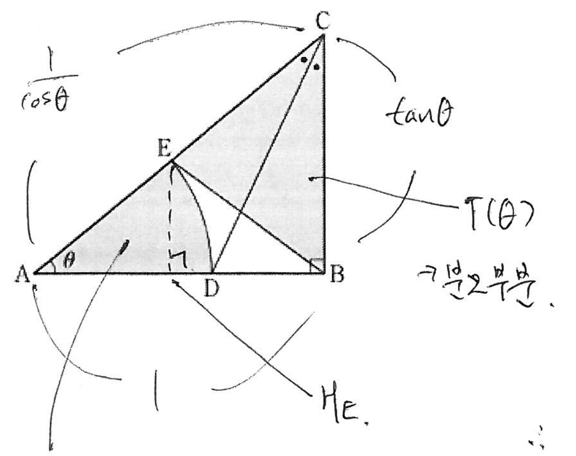
$x=\frac{1}{t}$, $dx=-\frac{1}{t^2}dt$, $\left(x=\frac{1}{2},\ t=2\right)$, $\left(x=2,\ t=\frac{1}{2}\right)$

$$\therefore\ \int_{\frac{1}{2}}^{2}f(x)\,dx=-\int_{2}^{\frac{1}{2}}\frac{f\left(\frac{1}{t}\right)}{t^2}dt=\frac{1}{3}\int_{\frac{1}{2}}^{2}\frac{3f\left(\frac{1}{t}\right)}{t^2}dt=\frac{1}{3}\int_{\frac{1}{2}}^{2}\frac{2t^2+t-1}{t^2}dt$$

$$=\frac{1}{3}\int_{\frac{1}{2}}^{2}\left\{2+\frac{1}{t}-\frac{1}{t^2}\right\}dt=\frac{1}{3}\left[2t+\ln|t|+\frac{1}{t}\right]_{\frac{1}{2}}^{2}=\frac{1}{3}\times\left(2\times\frac{3}{2}+\ln 4-\frac{3}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{\ln 4}{3}\ //$$

* 2019학년도 대수능 수학 가형 18번.



$S(\theta) \rightarrow \{S(\theta)\}^2 =$ 분자부분.

$$\overline{AD} = \frac{\frac{1}{\cos\theta}}{\frac{1}{\cos\theta} + \tan\theta} = \frac{1}{1+\sin\theta} = \overline{AE}.$$

$$\overline{AH_E} = \overline{AE} \times \cos\theta = \frac{\cos\theta}{1+\sin\theta}$$

$$\therefore \left.\begin{aligned} \{S(\theta)\}^2 &= \left\{\frac{1}{2} \times \overline{AD}^2 \times \theta\right\}^2 \\ T(\theta) &= \frac{1}{2} \times \tan\theta \times (1 - \overline{AH_E}) \end{aligned}\right\}.$$

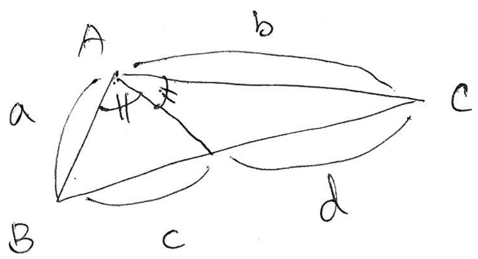
$$\therefore \lim_{\theta \to 0+} \frac{\{S(\theta)\}^2}{T(\theta)} = \lim_{\theta \to 0+} \frac{\frac{1}{4} \times \theta^2 \times \left(\frac{1}{1+\sin\theta}\right)^4}{\frac{1}{2} \times \tan\theta \times \left(1 - \frac{\cos\theta}{1+\sin\theta}\right)} = \lim_{\theta \to 0+} \frac{1}{2} \times \frac{\theta}{\tan\theta} \times \theta \times \left(\frac{1}{1+\sin\theta}\right)^4 \times \frac{\left(1 + \frac{\cos\theta}{1+\sin\theta}\right)}{\left(1 - \frac{\cos^2\theta}{(1+\sin\theta)^2}\right)}$$

$$= \lim_{\theta \to 0+} \frac{1}{2} \times \frac{\theta}{\tan\theta} \times \theta \times \left(\frac{1}{1+\sin\theta}\right)^4 \times \frac{\frac{1+\sin\theta+\cos\theta}{1+\sin\theta}}{\frac{1+2\sin\theta+\sin^2\theta-\cos^2\theta}{(1+\sin\theta)^2}} \rightarrow 2\sin^2\theta + 2\sin\theta = 2\sin\theta(1+\sin\theta).$$

$$= \lim_{\theta \to 0+} \frac{1}{2} \times \frac{\theta}{\tan\theta} \times \theta \times \left(\frac{1}{1+\sin\theta}\right)^4 \times \frac{1+\sin\theta+\cos\theta}{2\sin\theta} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1^4 \times 1 = \frac{1}{2}.$$

---

* 삼각형의 각의 이등분선의 특징



$$a : b = c : d = \frac{c}{c+d} : \frac{d}{c+d}$$

$$= \frac{a}{a+b} : \frac{b}{a+b}.$$

* 식을 변형할 때는 애먼 부분 건드리지 말고, 분모가 0이 되는 부분 (식 전체에서 분모가 0이 되든, 특정 부분에서 분모가 0이 되든)을 찾아서 변형한다.

* 2019학년도 수능 수학 가형 17번, 나형 19번

집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 함수 $f : X \to X$ 에 대하여 $f \circ f$의 치역의 원소의 개수가 5

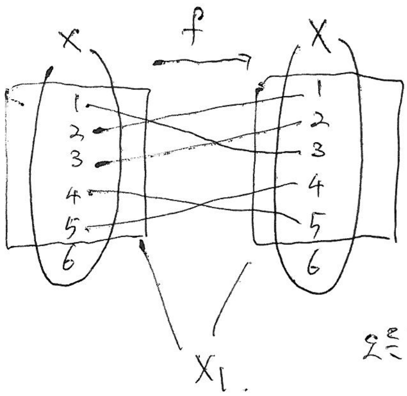
→ f의 치역의 원소의 개수가 5가 아니면 $f \circ f$의 치역의 원소의 개수가 5일 수가 없다.

이 때, 치역의 원소로 구성되는 원소의 개수 5인 X의 부분집합을 X_1이라 하면,

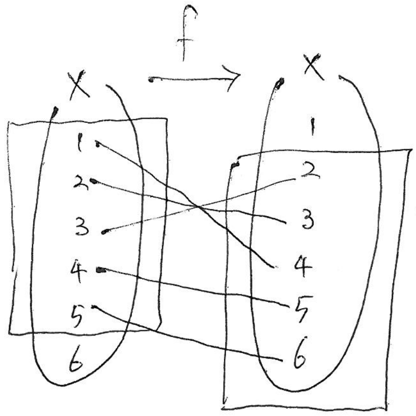
함수 $f_1 : X_1 \to X_1$ 의 개수는 $5!$이다. (∵ 일대일 함수이면서 일대일 대응)

$X - X_1 = X_2$에 속하는 하나의 원소에 대해 그 함숫값이 (그 대응이) 공역에서 X_2가

아니고, 치역인 X_1의 원소로 대응되면 조건이 성립한다.



이런 상황에서 $f(6)$이 6이 아니고 집합 X_1으로 대응되면 조건을 만족시킨다.



오른쪽 그림같이 정의역에서의 X_1과 그 치역이 동일하지 않는다면

(i) $f(6) = f(1)$ 이라면 $X_1 = \{2, 3, 4, 5, 6\}$으로 설정한 경우와 마찬가지가 되고, $f(6) \neq f(1)$ 이라면 치역의 원소의 개수가 5가 아니다.

(ii) 따라서 위의 경우로 한정해도 상관없다. (∵ 다른 경우를 가정하면 결국 조건에 위배된다)

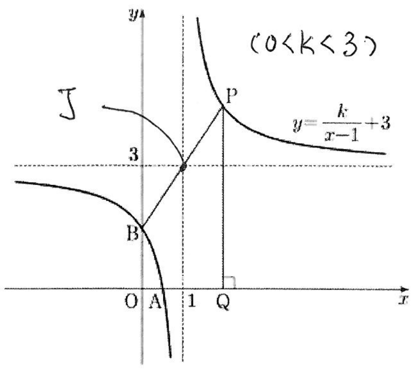
따라서 $f \circ f$의 치역의 원소의 개수가 5인 함수 f의 개수는

${}_6C_5 \times 5! \times {}_5C_1$ (${}_6C_5$: 집합 X_1 결정, $5!$: 함수 f_1의 개수, ${}_5C_1$: 정의역에서 남는 (X_1에 소속되지 않는) 하나의 원소를 치역 X_1으로 대응시키는 방법의 수) 이다.

⇒ 박스 내용을 보면 (가) $= p = {}_6C_5$, (나) $= q = {}_5C_1$, (다) $= r = 5!$ 이므로

$p + q + r = 6 + 5 + 120 = 131$ //

* 2019학년도 대수능 수학 나형 20번.



점근선 $x=1$, $y=3$의 교점 (1, 3)을 J라 하면

$J(1,3)$, $B(0,-k+3)$, $A(\frac{-k+3}{3}, 0)$

$P(2, 3+k)$, $Q(2,0)$.

점P와 점B는 점J 대칭이므로 점P의 x좌표는 2가 되고, (0, 3)과 점 B와의 거리가

k이므로 점P의 y좌표는 3+k가 된다.

ㄱ. k=1일 때, 점P의 좌표는 P(2, 4) → True.

ㄴ. 직선 AB의 기울기 $= \dfrac{\frac{-k+3}{1}}{\frac{k-3}{3}} = \dfrac{-3(k-3)}{k-3} = -3$,

직선 AP의 기울기 $= \dfrac{3+k}{2-\frac{-k+3}{3}} = \dfrac{3(3+k)}{3+k} = 3$.

} 기울기 합 = 0 → True.

(0<k<3 이므로 분모≠0).

ㄷ. □PBAQ = △PBQ + △BAQ 인데, 넓이는 6보다 작고 4.5보다 크므로

자연수라면 5가 된다. (∵ △PJ(2,3) = △BJ(0,3) 이므로 □PBAQ의

넓이는 6에서 △OAB (0보다 크고 $\frac{3}{2}$보다 작다)를 뺀 값과 같다)

$\therefore \frac{1}{2}\times 2\times(k+3) + \frac{1}{2}\times(2-\frac{-k+3}{3})\times(-k+3)$

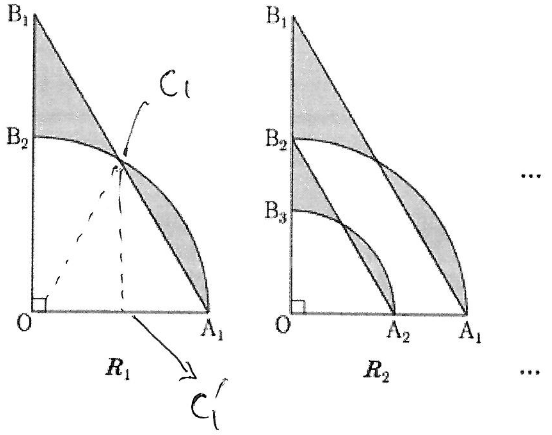
$= k+3+\dfrac{(3+k)(3-k)}{6} = \dfrac{9-k^2+6k+18}{6} = 5$. $\therefore k^2-6k+3=0$ 에서

$k=\dfrac{6\pm\sqrt{36-4\cdot1\cdot3}}{2} = 3\pm\sqrt{6}$ 에서 $k=3-\sqrt{6}$ (∵ 0<k<3).

직선 BP의 기울기는 $\frac{2k}{2}=k$ 이므로 0과 1 사이의 값이다. → True

(∵ $2<\sqrt{6}<3$).

※ 2019학년도 대수능 수학 나형 16번



1. 개수변화 : $2 \to 2$

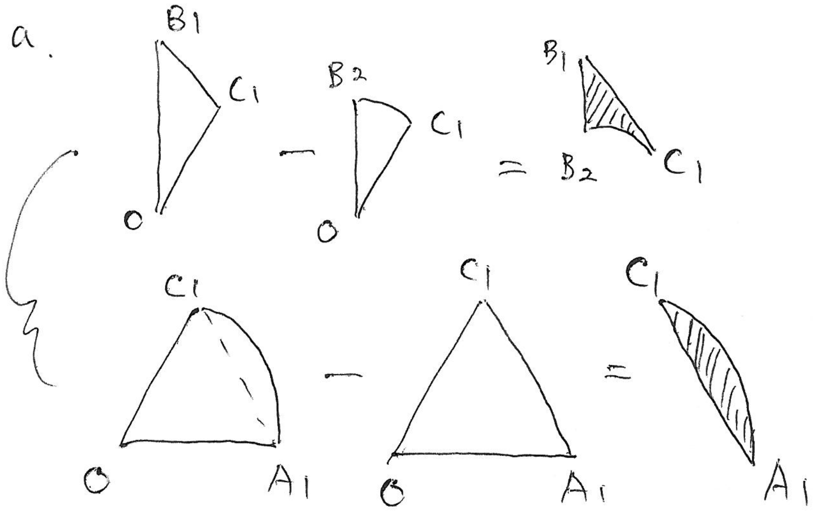
   (초항 → 두번째 항 추가분) $\Big\}$ $\therefore n = \frac{2}{2} = 1$

2. 길이변화, 넓이변화.

   $l_r : \overline{OB_1} \to \overline{OB_2} \; : \; 4\sqrt{3} \to 4$.

   $\therefore l_r = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad S_r = \frac{1}{3}$.

3. 초항 a.



$\overline{OA_1} = 4, \quad \overline{OB_1} = 4\sqrt{3}, \quad \therefore \overline{B_1A_1} = 8, \quad \therefore \angle B_1A_1O = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$.

$\therefore \triangle OA_1C_1$ 는 정삼각형, $\angle B_2OC_1 = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$.

따라서 $\triangle B_1OC_1 = \frac{1}{2} \times \overline{OB_1} \times \overline{OC_1'} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3}$ ... ①

$\triangledown OC_1B_2 = \frac{1}{2} \times 4^2 \times \frac{\pi}{6} = \frac{16}{12}\pi = \frac{4}{3}\pi$ ------ ②

$\triangledown OA_1C_1 = \frac{8}{3}\pi$ ($\because \triangledown OA_1C_1 = 2 \times \triangledown OC_1B_2$) --- ③

$\triangle OA_1C_1 = \frac{1}{2} \times 4^2 \times \sin 60^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$ ---- ④

$\Big\}$ 초항 a는 (①-②) + (③-④)

$\therefore a = \left(4\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi\right) + \left(\frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3}\right) = \frac{4}{3}\pi$.

$$\therefore \lim_{n\to\infty} S_n = \frac{\frac{4}{3}\pi}{1 - \frac{1}{3}\times 1} = 2\pi \,//$$

* 2019학년도 대수능 수학 나형 17번.

실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수 $f(x)$

(가) $\forall x \in R,\ f(x) = f(x-3)+4$

(나) $\int_0^6 f(x)dx = 0$

$$\int_0^6 f(x)dx = \int_0^3 f(x)dx + \int_3^6 f(x)dx$$

$$= \int_0^3 f(x)dx + \int_3^6 \{f(x-3)+4\}dx$$

$$= \int_0^3 f(x)dx + \int_3^6 f(x-3)dx + 12$$

$$= 2\int_0^3 f(x)dx + 12 = 0. \quad \therefore \int_0^3 f(x)dx = -6$$

$$\int_6^9 f(x)dx = \int_6^9 \{f(x-3)+4\}dx = \int_6^9 f(x-3)dx + 12 = \int_3^6 f(x)dx + 12$$

$$= \int_3^6 \{f(x-3)+4\}dx + 12 = \int_0^3 f(x)dx + 24 = 18 //$$

* $\int_a^b f(x)dx$ → ① 변수선언 (dx) → $\int$계산을 x축 기준으로

② 구간 (점 : a, b) → $\int$계산을 $x=a$부터 $x=b$까지

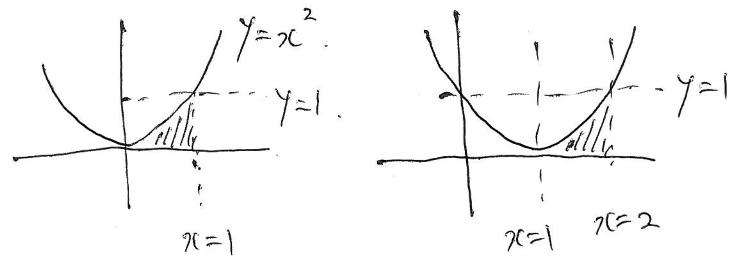
③ 식 ($f(x)$) → $\int$계산을 $f(x)$ 그래프로

} 계산하시오.

* 평행이동 { 점 : same, 식 : reverse } ∴ $\int_a^b f(x)dx$ 를 x축의 방향으로 k만큼 이동시켜서

$\int_{a+k}^{b+k} f(x-k)dx$ 로 계산해도 값은 동일하다.

ex)



→ 빗금친 부분의 넓이는 동일하다.

(x축 위의 부분이므로 넓이로 생각해도 무방하다)

$$\int_0^1 x^2 dx = \int_1^2 (x-1)^2 dx$$

* 2019학년도 대수능 수학 나형 18번.

$$\left\{ \begin{array}{ll} x \to x+1 & : P=\frac{1}{2} = P(x). \\ y \to y+1 & : P=\frac{1}{2} = P(y). \end{array} \right\}$$ x좌표 또는 y좌표가 처음으로 3이 되면 이 시행을 멈춘다.

→ (3, 3), (5, 3) 등등은 불가능.

점 A의 y좌표가 처음으로 3이 되었을 때 → All.

(i) $(0,2) \to (0,3)$: $\left\{ {}_2C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right\} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} = \frac{4}{32}$

(ii) $(1,2) \to (1,3)$: $\left\{ {}_3C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \right\} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{16} = \frac{6}{32}$ → Target.

(iii) $(2,2) \to (2,3)$: $\left\{ {}_4C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \right\} \times \frac{1}{2} = \frac{6}{32}$

∴ 확률 $= \frac{\text{Target}}{\text{All}} = \frac{\frac{6}{32}}{\frac{4}{32}+\frac{6}{32}+\frac{6}{32}} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ //

* 2019학년도 대수능 수학 나형 27번

점 P의 시각 t ($t \geq 0$) 에서의 위치 $P_p(t) = x = -\frac{1}{3}t^3 + 3t^2 + k$.

속도. $V_p(t) = -t^2 + 6t$

가속도 $A_p(t) = -2t + 6$. $\rightarrow$ $\therefore$ $t=3$일 때 가속도 0.

그 때 $P_p(3) = 40$ 이므로 $-9 + 27 + k = 40$. 따라서 $k = 22$ //

* 2019학년도 대수능 수학 나형 14번.

($x \in R$), 다항함수 $f(x)$

$$\int_1^x \left\{ \frac{d}{dt} f(t) \right\} dt = x^3 + ax^2 - 2.$$

→ 정적분으로 정의된 함수

1) 밑끝 = 윗끝

2) 미분.

1) $x=1$을 대입하면 $0 = 1 + a - 2$. $\therefore$ $a = 1$.

2) 양변을 미분하면 $\frac{d}{dx} f(x) = 3x^2 + 2x = f'(x)$.

$\therefore$ $f'(a) = f'(1) = 5$ //

→ $\int_1^x \left\{ \frac{d}{dt} f(t) \right\} dt$ 를 미분하지 않고, 식 표현대로 $f(x)$를 미분한 다음

다시 적분한 것으로 파악해서 접근한다면 $f(x) + C = x^3 + x^2 - 2$ 이다.

이 때 적분상수 C는 $\int_1^0$ 의 값이므로 준 식에서 양변에 $x=0$을 대입하면

$C = -2$. 따라서 $f(x) - 2 = x^3 + x^2 - 2$. $\therefore$ $f(x) = x^3 + x^2$ 이 된다.

질문이 $f'(a)$가 아니고 $f(a)$를 묻는 것이었으면 이렇게 풀 수 있어야 한다.

* 2019학년도 대수능 수학 가형 27번.

$P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$. $P(B_1)=\frac{1}{6}$ $P(A\cap B_1)=\frac{1}{6}$ $\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}\neq\frac{1}{6}$.

$P(B_2)=\frac{2}{6}$ $P(A\cap B_2)=\frac{1}{6}$ $\frac{1}{2}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$ (o)

$P(B_3)=\frac{2}{6}$ $P(A\cap B_3)=\frac{2}{6}$ $\frac{1}{2}\times\frac{2}{6}\neq\frac{2}{6}$

$P(B_4)=\frac{3}{6}$ $P(A\cap B_4)=\frac{1}{6}$ $\frac{1}{2}\times\frac{3}{6}\neq\frac{1}{6}$

$P(B_5)=\frac{2}{6}$ $P(A\cap B_5)=\frac{2}{6}$ $\frac{1}{2}\times\frac{2}{6}\neq\frac{2}{6}$

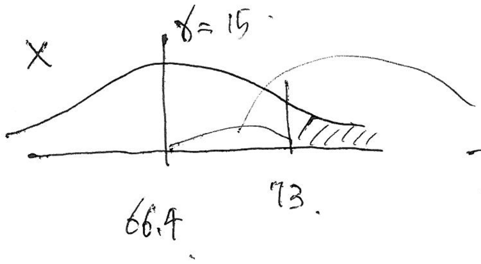
$P(B_6)=\frac{4}{6}$. $P(A\cap B_6)=\frac{2}{6}$. $\frac{1}{2}\times\frac{4}{6}=\frac{2}{6}$ (o).

$\therefore$ $m=\{2,6\}$. 따라서 $2+6=8$ //

---

* 2019학년도 대수능 수학 가형 15번.

출근 시간 $(X) \sim N(66.4, 15^2)$ (단위는 분).



$\frac{\text{차이}=6.6}{\sigma=15} = z = \frac{66}{150} = \frac{22}{50} = 0.44$.

$\therefore$ 출근 시간이 73분 이상일 확률은 $0.5 - z(0.44) = 0.33$.

	지하철	지하철 外	
73⊕	$0.33\times\frac{4}{10}$		0.33
73⊖	$0.67\times\frac{2}{10}$		0.67

$\therefore$ 이 날 출근한 이 회사 직원들 중 임의로 선택한 1명이 지하철을 이용하였을 확률은

$0.33\times\frac{4}{10}+0.67\times\frac{2}{10} = \frac{1.32}{10}+\frac{1.34}{10}=\frac{2.66}{10}$.

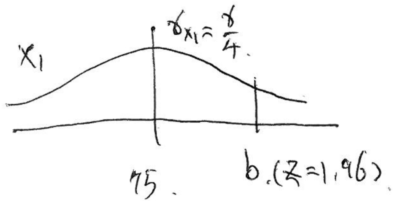
$\therefore$ 0.266 //

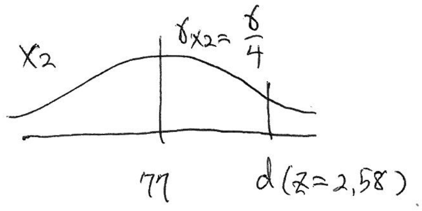
* 2019학년도 대수능 수학 가형 26번.

X (하루 여가 활동 시간) $\sim N(m, \sigma^2)$ (단위는 분).

$\downarrow$ $n=16$. $X_1 \sim N(75, (\frac{\sigma}{4})^2)$

$\rightarrow$ $n=16$. $X_2 \sim N(77, (\frac{\sigma}{4})^2)$





$\therefore \dfrac{b-75 \text{ (거리)}}{\frac{\sigma}{4} \; (\sigma_{X_1})} = z = 1.96$.

$\therefore \dfrac{d-77 \text{ (거리)}}{\frac{\sigma}{4} \; (\sigma_{X_2})} = z = 2.58$

$\therefore b = 75 + \dfrac{1.96 \times \sigma}{4}$.

$\therefore d = 77 + \dfrac{2.58 \times \sigma}{4}$

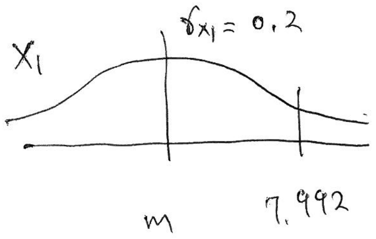
따라서 $d-b = 2 + \frac{\sigma}{4} \times 0.62 = 3.86$. $\therefore \sigma = \dfrac{4 \times 186}{62} = \dfrac{4 \times 93}{31} = 12$//

주의: X_1과 X_2는 별개의 분포이다. (단, sigma가 같으므로 평행이동의 관계임).

* 2019학년도 대수능 수학 나형 12번.

X (수박의 무게, 단위 kg) $\sim N(m, 1.4^2)$

$\hookrightarrow$ $n=49$, $X_1 \sim N(m, 0.2^2)$. $\left(\dfrac{1.4^2}{49} = (\dfrac{1.4}{7})^2 = 0.2^2\right)$.



$\therefore \dfrac{7.992 - m \text{ (거리)}}{0.2 \; (\sigma_{X_1})} = z = 1.96$.

$\therefore 7.992 - m = 0.392$. $\therefore m = 7.6$

$\therefore a = m - \text{거리} = 7.6 - 0.392 = 7.208$//

* 2019학년도 대수능 수학 나형 28번.

①, ②, ③, ④, ④, ⑤, ⑥ → 배열. $7!$ (= All).

같은 숫자가 적혀 있는 공(④, ④)이 서로 이웃하지 않게 나열될 확률

= 1(전체) − 같은 숫자가 적혀 있는 공이 이웃하게 나열될 확률.

④, ④를 한 덩으로 보고, 6덩을 배열한다고 생각하면 된다.

$$\therefore\ 1-\frac{6!\times 2}{7!}=1-\frac{2}{7}=\frac{5}{7}\ /\!/ \qquad \therefore\ p+q=12.$$

여사건으로 구하기

직접 구하기

일렬로 나열되는 자리를 1번부터 7번까지라 할 때

④와 ④를 제외한 5개의 공은 자동으로 $5!$이므로 ④와 ④를 서로 이웃하지

않게 나열하는 경우를 찾으면 된다.

순서상 ④ 먼저 ④ 나중에 배열되는 경우의 수와 (vice versa)의 경우의 수는 같다.

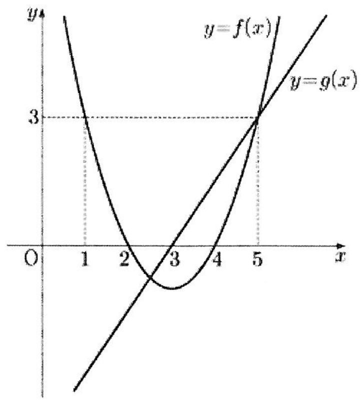
$\therefore$ 1, 3~7. (5가지).

└→ ${}_5H_2$.

따라서 $$\frac{5!\times {}_5H_2\times 2}{7!}=\frac{2\times {}_6C_2}{42}$$

$$=\frac{6\times 5}{42}=\frac{5}{7}\ /\!/$$

* 2019학년도 대수능 수학 가형 14번.



$$\left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)g(x)} \geq \left(\frac{1}{8}\right)^{g(x)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3g(x)}$$

밑이 0보다 크고 1보다 작으므로 지수들 간의 대소관계는 reverse로 간다.

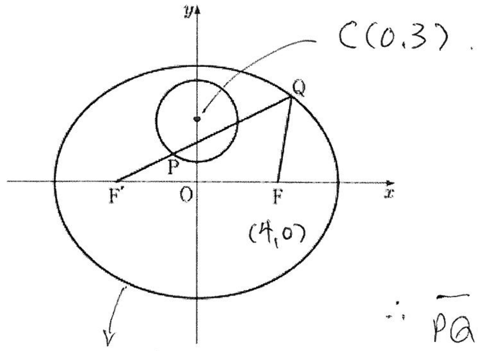
$\therefore\ f(x)\cdot g(x) \leq 3g(x)$

$g(x)\{f(x)-3\} \leq 0.$

- $g(x)=0 \rightarrow$ 성립. $\Rightarrow x=3$
- $g(x)>0,\ f(x)\leq 3 \rightarrow$ 성립. $\Rightarrow x=4, 5.$
- $g(x)<0,\ f(x)\geq 3 \rightarrow$ 성립. $\Rightarrow x=1.$

$\therefore\ 1+3+4+5 = 13$ //

※ 2019학년도 대수능 수학 가형 27번.



$\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{33}=1$.

$\overline{PQ}+\overline{FQ}$의 최댓값은?

타원의 정의에 따라 $\overline{F'P}+\overline{PQ}+\overline{FQ}=14$ (일정)

∴ $\overline{PQ}+\overline{FQ}$의 최댓값은 $\overline{F'P}$가 최솟값을 가질 때의 값이므로

직선 F'P가 원의 중심 C(0,3)를 지날 때이다.

∴ $\overline{F'C}=5$. 원의 반지름은 2. ∴ $\overline{F'P}$의 최솟값은 3.

따라서 $\overline{PQ}+\overline{FQ}$의 최댓값은 11