* 2018년 4월 시행 교육청 모의고사 고3 수학 가형 27번.

자연수 n, $x>0$, $f(x)=\int_1^x \frac{n-\ln t}{t}dt$ 의 $max=g(n)$.

$f(x)$는 미분가능하므로 $f'(x)=\frac{n-\ln x}{x}=0$ 에서 $x=e^n$ 이고 부호가 ⊕ → ⊖ 바뀌므로 극대.

$\therefore g(n)=f(e^n)$.

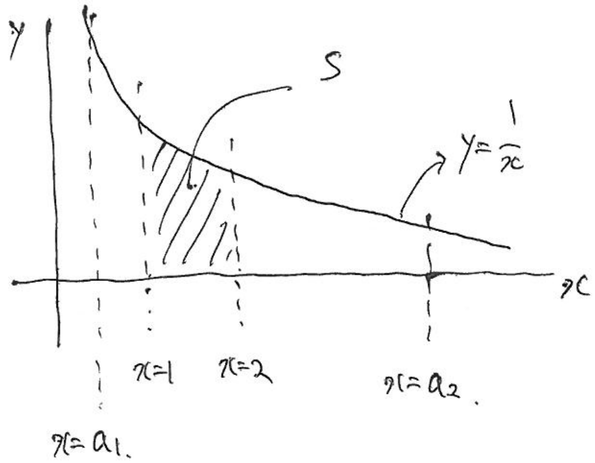
$f(x)=\int_1^x \frac{n}{t}dt-\int_1^x \frac{\ln t}{t}dt=\left[n\ln|t|\right]_1^x-\int_0^{\ln x}k\,dk=\left[n\ln|t|\right]_1^x-\left[\frac{1}{2}k^2\right]_0^{\ln x}$

$=n\ln x-0-\left\{\frac{1}{2}(\ln x)^2-0\right\}=n\ln x-\frac{1}{2}(\ln x)^2$.

$\therefore g(n)=f(e^n)=n^2-\frac{1}{2}n^2=\frac{1}{2}n^2$.　$\therefore \sum_{n=1}^{12}g(n)=\sum_{n=1}^{12}\frac{1}{2}n^2=\frac{1}{2}\times\frac{12\cdot 13\cdot 25}{6}$

$=13\times 25=250+75=325$ //

* 2018년 4월 시행 교육청 모의고사 고3 수학 가형 15번.



$\int_1^2 \frac{1}{x}dx=\ln 2=S$.

$\therefore \int_{a_1}^1 \frac{1}{x}dx=2S=2\ln 2$
$\int_1^{a_2} \frac{1}{x}dx=2S=2\ln 2$
를 만족하는 두 양수는 a_1, a_2.

$\therefore -\ln a_1=2\ln 2=\ln 4=-\ln\frac{1}{4}$.
$\ln a_2=2\ln 2=\ln 4$.

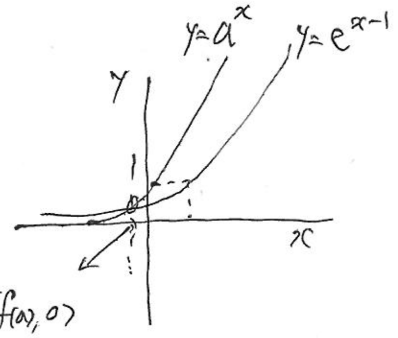
$\therefore a_1=\frac{1}{4}$, $a_2=4$.　$\therefore \frac{1}{4}+4=\frac{17}{4}$ //

* 2018년 4월 시행 교육청 모의고사 고3수학 가형 17번.

$$\left.\begin{array}{l} a>e \\ y=e^{x-1} \\ y=a^{x} \end{array}\right\}$$ 교점의 x좌표를 $f(a)$. $\therefore\ e^{f(a)-1}=a^{f(a)}=k\,(>0)$라 하면

$$f(a)-1=\ln k$$

$$f(a)=\log_{a}k=\frac{\ln k}{\ln a}$$



$\therefore\ \dfrac{\ln k}{\ln a}=1+\ln k$. $\quad\therefore\ \ln k=\dfrac{\ln a}{1-\ln a}$. $\quad\therefore\ f(a)=\dfrac{1}{1-\ln a}$ $\quad$ (즉, $f(a)<0$).

$$\lim_{a\to e+}\frac{1}{(e-a)f(a)}=\lim_{a\to e+}\frac{1-\ln a}{e-a}=\lim_{a\to e+}\frac{\ln a-1}{a-e}=\frac{1}{a}\bigg|_{a=e}=\frac{1}{e}_{\,/\!/}$$

or

$$=\lim_{a\to e+}\frac{\ln e-\ln a}{e-a}=\lim_{t\to 0+}\frac{\ln(e+t)-1}{t}=\lim_{t\to 0+}\frac{\ln\left(1+\frac{t}{e}\right)}{t}$$

$$=\lim_{t\to 0+}\ln\left\{\left(1+\frac{t}{e}\right)^{\frac{e}{t}}\right\}^{\frac{1}{e}}=\frac{1}{e}_{\,/\!/}$$