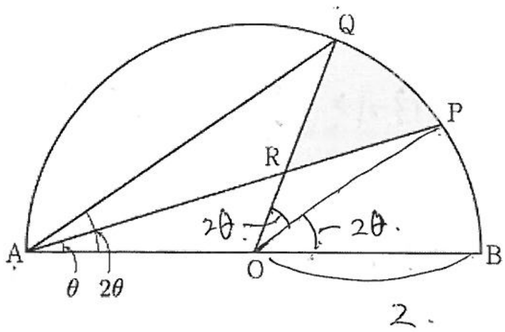
* 2018년4월 시행 교육청 모의고사 고3수학 가형 20번.



도형 RPQ의 넓이는 부채꼴 OPQ에서 삼각형 OPR을 뺀 도형이고, 그 외의 다른 연산으로 접근하는 것은 비현실적이다. 결국 $\overline{OR}$의 길이를 찾아내야 $\triangle OPR$을 구하고, 전체 계산이 가능하다.

$\overline{OP}=\overline{OQ}=\overline{AO}=\overline{OB}=r=2$. $\angle QOB=4\theta$, $\angle POB=2\theta$, $\therefore \angle QOP=2\theta$ (중심각과 원주각)

$\triangle AOQ$에서 $\overline{AR}$은 각A의 이등분선. $\therefore \overline{AQ}:\overline{AO}=\overline{QR}:\overline{OR}=2-\overline{OR}:\overline{OR}$

식이 하나이므로 미지수도 하나로 맞춤.

$\overline{AQ}=4\cos 2\theta$ 이므로

$4\cos 2\theta : 2 = 2-\overline{OR}:\overline{OR} \rightarrow 4-2\overline{OR}=4\cos 2\theta \cdot \overline{OR}$.

$\therefore \overline{OR}=\dfrac{4}{2+4\cos 2\theta}=\dfrac{2}{1+2\cos 2\theta}$. $\therefore \triangle OPR=\dfrac{1}{2}\times\overline{OP}\times\overline{OR}\times\sin 2\theta=\dfrac{2\sin 2\theta}{1+2\cos 2\theta}$

부채꼴 OPQ는 $\dfrac{1}{2}\times 2^2\times 2\theta=4\theta$.

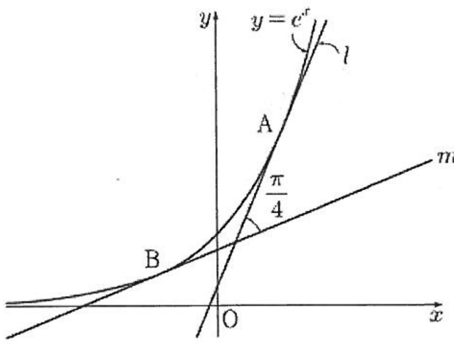
$$\therefore \lim_{\theta\to 0+}\frac{S(\theta)}{\theta}=\lim_{\theta\to 0+}\frac{1}{\theta}\times\left(4\theta-\frac{(2\sin 2\theta)}{1+2\cos 2\theta}\right)=\lim_{\theta\to 0+}\left(4-\frac{2}{1+2\cos 2\theta}\times\frac{\sin 2\theta}{\theta}\times\frac{2}{2}\right)$$

$$=4-\frac{4}{3}=\frac{8}{3}.$$

$\rightarrow$ $A(-2,0)$, $O(0,0)$, $B(2,0)$, $P(2\cos 2\theta, 2\sin 2\theta)$, $Q(4\cos 2\theta, 4\sin 2\theta)$

$R(x_1, y_1)$이라 할 때, 직선의 방정식을 세운 뒤 연립해서 $\overline{OR}$의 길이를 구할 수도 있다.

* 2018년4월 시행 교육청 모의고사 고3 수학 가형 16번.



$A(t, e^t)$, $B(-t, e^{-t})$. $(t>0)$

두 점 A, B를 지나는 직선의 기울기는 $\dfrac{e^t-e^{-t}}{t-(-t)} = \dfrac{e^t-e^{-t}}{2t} = ?$

직선 l의 기울기 $= e^t$.
직선 m의 기울기 $= e^{-t}$

직선 l과 m이 이루는 예각의 크기 $\frac{\pi}{4}$.

∴ tan의 덧셈정리에서

$$\frac{e^t-e^{-t}}{1+e^t\cdot e^{-t}} = \frac{e^t-e^{-t}}{2} = \tan\frac{\pi}{4} = 1 = \frac{e^{2t}-1}{2e^t}.$$

∴ $e^{2t}-2e^t-1=0$ 에서 $e^t = \dfrac{2\pm\sqrt{4-4\cdot1\cdot(-1)}}{2}$ 에서 $e^t = 1+\sqrt{2}\ (>0)$

∴ $t = \ln(1+\sqrt{2})$.

$$\therefore \frac{e^t-e^{-t}}{2t} = \frac{e^t-e^{-t}}{2}\times\frac{1}{t} = \frac{1}{t} = \frac{1}{\ln(1+\sqrt{2})}\ //$$