

제 2 교시

수학 영역(나형)

홀수형

5지선다형

1. $\log_2 \frac{1}{8}$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

2. $\tan\left(-\frac{4\pi}{3}\right)$ 의 값은? [2점]

- ① $-\sqrt{3}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

3. $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x + 2)$ 의 값은? [2점]

- ① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

4. 세 수 $a, \frac{9}{2}, a+4$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

5. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식

$$2\cos^2 x = 3\sin x$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3\pi}{2}$ ④ 2π ⑤ $\frac{5\pi}{2}$

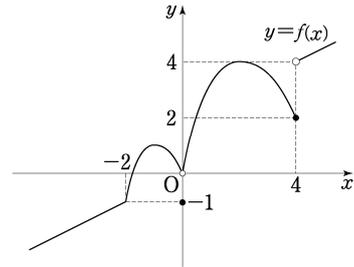
6. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{4}, \quad P(A \cup B^c) = \frac{5}{6}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? (단, B^c 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

7. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

8. 어느 학급 학생 35명을 대상으로 I교재와 J교재에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 I교재와 J교재 중 하나를 선택하였고, 각 학생이 선택한 교재별 인원수는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	I교재	J교재	합계
남학생	10	11	21
여학생	8	6	14
합계	18	17	35

이 조사에 참여한 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 I교재를 선택한 학생일 때, 이 학생이 여학생일 확률은? [3점]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{8}{17}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{4}{7}$

9. $f(0) = 1$ 인 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = 2x + 1$$

이다. $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

10. 네 문자 A, B, C, D 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 일렬로 나열할 때, 첫 번째 자리와 마지막 자리의 문자가 서로 같은 경우의 수는? [3점]

- ① 64 ② 80 ③ 96 ④ 112 ⑤ 128

11. 두 양수 a, b 가

$$a^b = b^{\frac{a}{3}}, b = 4a$$

를 만족시킬 때, b 의 값은? [3점]

- ① $2^{\frac{12}{11}}$ ② $2^{\frac{15}{11}}$ ③ $2^{\frac{18}{11}}$ ④ $2^{\frac{21}{11}}$ ⑤ $2^{\frac{24}{11}}$

12. $\int_0^3 |x^2 - 4| dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{25}{3}$ ② 8 ③ $\frac{23}{3}$ ④ $\frac{22}{3}$ ⑤ 7

13. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t ($t > 0$)에서의 위치가 각각

$$x_1(t) = t, \quad x_2(t) = t^2 - 3t$$

이다. 두 점 P와 Q가 서로 반대방향으로 움직이는 시각 t 의 범위는? [3점]

- ① $0 < t < \frac{3}{2}$ ② $0 < t < 2$ ③ $0 < t < 3$
 ④ $0 < t < \frac{7}{2}$ ⑤ $0 < t < 4$

14. 주머니에 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3의 숫자가 하나씩 적혀 있는 9개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 두 공에 적혀 있는 두 숫자의 차가 1일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{7}{18}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

15. 다음은 공차가 2 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 \times {}_8C_0 + a_2 \times {}_8C_1 + a_3 \times {}_8C_2 + \dots + a_9 \times {}_8C_8$$

의 값을 구하는 과정의 일부이다.

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차가 2 이므로 $a_n = a_1 + 2(n-1)$ 이고
주어진 식의 값을 m 이라 하면

$$\begin{aligned} m &= a_1 \times {}_8C_0 + (a_1 + 2) \times {}_8C_1 + \dots + (a_1 + 16) \times {}_8C_8 \\ &= a_1 \times ({}_8C_0 + {}_8C_1 + \dots + {}_8C_8) \\ &\quad + \boxed{(가)} \times ({}_8C_1 + 2 \times {}_8C_2 + \dots + 8 \times {}_8C_8) \end{aligned}$$

이다. $k \times {}_8C_k = 8 \times {}_7C_{\boxed{(나)}}$ 이므로

$${}_8C_1 + 2 \times {}_8C_2 + \dots + 8 \times {}_8C_8 = \boxed{(다)}$$

이다. 그러므로
:

위의 (가), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 하고, (나)에 알맞은
식을 $f(k)$ 라 할 때, $\frac{q}{f(p) \times f(9-p)}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{64}{3}$ ② $\frac{128}{3}$ ③ $\frac{256}{3}$ ④ $\frac{512}{3}$ ⑤ $\frac{1024}{3}$

16. $0 \leq x < 2\pi$ 에서 부등식

$$\log_4 \left(\sqrt{3} - 2\cos \frac{x}{2} \right) < \log_4 (2 + \sqrt{6}) - \frac{1}{4}$$

의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $3\alpha + \beta$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{9\pi}{2}$ ② 4π ③ $\frac{7\pi}{2}$ ④ 3π ⑤ $\frac{5\pi}{2}$

17. $a_1 \neq 0$ 인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\frac{a_n}{S_n} = \frac{1}{3}n^2 + c$$

일 때, $\sum_{n=2}^{10} \frac{S_{n-1}}{S_n}$ 의 값은? (단, c 는 상수이다.) [4점]

- ① -125 ② -121 ③ -117 ④ -113 ⑤ -109

18. 함수

$$f(x) = x^2 + ax$$

에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$ 을 지나는 직선의 방정식을 $y=g(x)$ 라 하자. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) \geq g(x)$$

를 만족시킨다. $g(3)=1$ 일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{5}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ -1 ④ $-\frac{2}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

19. 그림과 같이 좌표평면에서 제1사분면에 있는 직선

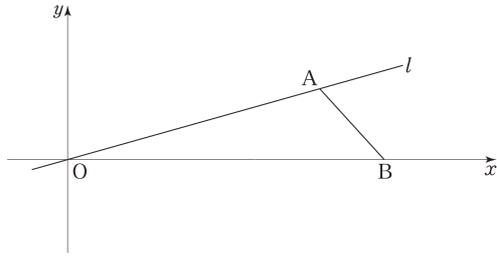
$$l: \sqrt{2}x - 5y = 0$$

위의 점 A와 x 축 위의 점 B에 대하여 $\overline{AB} = 2\sqrt{6}$ 이다.

원점 O에 대하여 세 점 O, A, B를 지나는 원의 중심 (p, q) 가

직선 $y = -\frac{1}{2}x$ 위에 있을 때, $p \times q$ 의 값은?

(단, 점 B의 x 좌표는 양수이다.) [4점]



- ① $-\frac{146}{5}$ ② -30 ③ $-\frac{154}{5}$ ④ $-\frac{158}{5}$ ⑤ $-\frac{162}{5}$

20. $x_1 = 3$ 이고 x_i ($i = 2, 3, 4, 5$)가 정수일 때, 4 이하의 모든 자연수 n 에 대하여

$$|x_{n+1} - x_n| \leq 1$$

을 만족시키는 모든 순서쌍 $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ 중에서 임의로 한 개를 선택한다. 선택한 순서쌍 $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ 에 대하여 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 가 모두 자연수일 확률은? [4점]

- ① $\frac{26}{27}$ ② $\frac{25}{27}$ ③ $\frac{8}{9}$ ④ $\frac{23}{27}$ ⑤ $\frac{22}{27}$

21. 최고차항의 계수가 1 이고

$$f(0) = 0, \int_0^{2021} f(x) dx = \int_2^{2021} f(x) dx$$

를 만족시키는 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_0^2 f(x) dx = 0$

ㄴ. 방정식 $f(x) = 0$ 은 열린 구간 $(0, 2)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

ㄷ. 곡선 $y = f(x)$ 가 직선 $y = x$ 에 접할 때, $f(2) = 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. ${}_3H_4$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = -2x^3 + 11x^2 - 3$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_5 = (a_1)^5, \quad a_2 \times a_4 = 64$$

일 때, a_7 의 값을 구하시오. [3점]

25. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이

$$\sum_{k=1}^{10} (2a_k - k) = 35, \quad \sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k) = 3$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{10} (3a_k + b_k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 모양과 크기가 같은 검은 구슬 6개, 흰 구슬 2개, \bigcirc 가 적힌 구슬 3개가 있다. 이 11개의 구슬을 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 아래 [그림]처럼 좌우가 대칭이 되도록 나열하는 경우의 수를 구하시오. [4점]



[그림]

27. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 두 함수

$$y = \frac{x}{f(x)} + 1, \quad y = \frac{x+3}{f(x-1)}$$

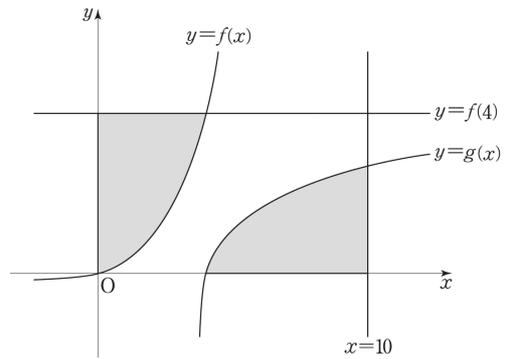
이 모두 $x=3$ 에서 불연속일 때, $f(0)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 두 상수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = 2^{x-a} + b$ 가 있다.

함수 $y = f(x)$ 의 역함수의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 함수를 $y = g(x)$ 라 하자.
두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $f(x)$ 의 그래프는 원점을 지난다.
(나) 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = f(4)$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 곡선 $y = g(x)$ 와 직선 $x = 10$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 같다.

$2^{a+1} - 10b$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 모든 항이 정수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = (a_n)^2 - 1$$

을 만족시키고, 수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_{n+1} = b_n + 2^{a_n}$$

을 만족시킨다. 수열 $\{b_{4n-3}\}$ 이 등차수열이고, $b_2 = 7$, $b_{11} = \frac{27}{2}$ 일

때, $(b_1)^{a_1+a_2+a_3} \times b_3 = k$ 이다. $8k$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 = \frac{1}{4}x^4 + 6x^2 - 8x + 8$$

$$(나) f(x) - g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x$$

함수

$$y = f(x)g(x) + 2xf(x) + 5$$

가 $x = a$ 에서 극댓값 b 를 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.

(단, a , b 는 상수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.