

제 2 교시

수리 영역

‘가형’

성명	
----	--

수험 번호						3			
-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--

1

1. $\log_3 4^2 \cdot \log_2 5 \cdot \log_5 3$ 의 값으로 옳은 것은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 이차정사각행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 AB 의 역행렬 X 의 모든 성분의 합을 구하면? [2점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - a}{x - 2} = b$ 일 때, $a + b$ 의 값으로 옳은 것은?

[2점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

4. $\frac{[x]^2 - 4[x]}{[x] + 3} \leq 0$ 을 만족하는 x 의 범위는

$x < \alpha, \beta \leq x < \gamma$ 이다. $\alpha + \beta + \gamma$ 의 값은?
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수) [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

5. 1, 2, 3, 4, 5 을 3은 항상 2의 뒤, 4의 앞에 있도록 나열하려고 한다. 이 때 나열하는 경우의 수는? [3점]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

6. $x \neq 0$ 인 모든 실수 x 에서 미분 가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $x^2 f(x) = e^{2x} - e^x + 1$ 일 때, $f'(1)$ 의 값으로 옳은 것은? [3점]

- ① $e-2$ ② $e+2$ ③ $2e$ ④ e^2 ⑤ e^2+1

7. 다음과 같이 정의된 함수 $f(x)$ 가 있다. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x^3 - x + 2 & (x < 0) \\ 0 & (x = 0) \\ -x + 2 & (x > 0) \end{cases}$$

$$\neg. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x}$$

ㄴ. $f(f(x))$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

ㄷ. $|f(x)| = k$ 서로 다른 세 실근을 가질 때, 가능한 실수 k 는 3개이다.

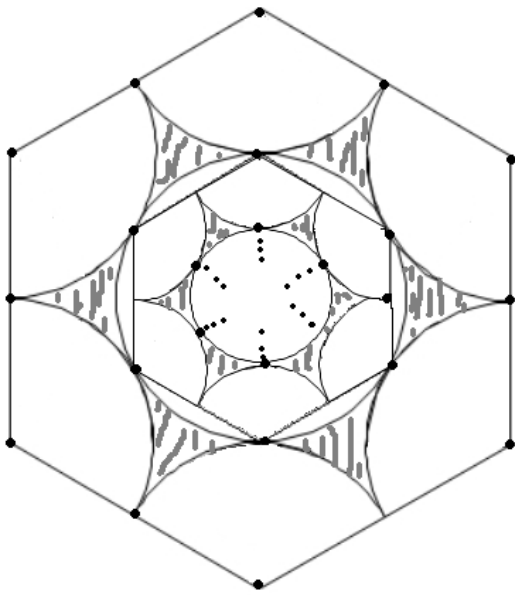
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱㄴ ④ ㄴㄷ ⑤ ㄱㄴㄷ

8. 다음 값들의 대소비교로 옳은 것을 구하시오. [3점]

$$\log_{\frac{1}{2}} A = A, \log_3 B = -B + 2, \log_2 C = \frac{C}{2}$$

- ① $C < B < A$ ② $B < A < C$
③ $C < A < B$ ④ $A < B < C$ ⑤ $A < C < B$

9. 한 변의 길이가 2인 정육각형이 있다. 그림과 같이 각 꼭지점을 중심으로 하고 꼭지점과 각 변의 중점을 이은 선을 반지름으로 하는 호를 그린다. 또, 각 호에 모두 접하는 원을 그리고 각 접점을 연결하여 정육각형을 그린다. 이와 같이 정육각형과 부채꼴, 원을 무한히 그려나갈 때, 어두운 부분의 넓이의 합을 구하시오. [4점]



- ① $2(\pi - \sqrt{3})$ ② $2(2\sqrt{3} - \pi)$
 ③ $4(2\sqrt{3} - \pi)$ ④ $4(\pi - \sqrt{3})$ ⑤ $8(2\sqrt{3} - \pi)$

10. 다음 두 조건을 만족하는 이차 정사각행렬 A, B, C 에 대하여 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

(가) $ABC = E$

(나) $AB + BA = C$

ㄱ. AB 의 역행렬은 $AB + BA$ 이다.

ㄴ. $AB^2A = BA^2B$

ㄷ. $C^{-1}BC^{-1}B^{-1} = BC^{-1}B^{-1}C^{-1}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱㄴ ④ ㄴㄷ ⑤ ㄱㄴㄷ

11. 원 $x^2 + y^2 = 6$ 과 포물선 $y^2 = x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 하자. S 를 x 축으로 회전시킨 회전체의 부피를 $(a\sqrt{6} - b)\pi$ 라 할 때, $a+3b$ 의 값을 구하시오. (a, b 는 유리수) [3점]

- ① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

12. 초점을 공유하는 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 과 포물선 $y^2 = 12x$ 가 있다. 이 두 곡선의 교점을 P , x 좌표가 양수인 초점을 F 라 할 때, \overline{FP} 의 길이를 구하여라. [4점]

- ① $\frac{15}{4}$ ② 4 ③ $\frac{17}{4}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

13. 전체 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 부분집합인 A, B 에 대하여 $n(A \cap B) = k$ ($k = 0, 1, \dots, 8$)일 때, 가능한 (A, B) 의 개수를 $g(k)$ 라 하자. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

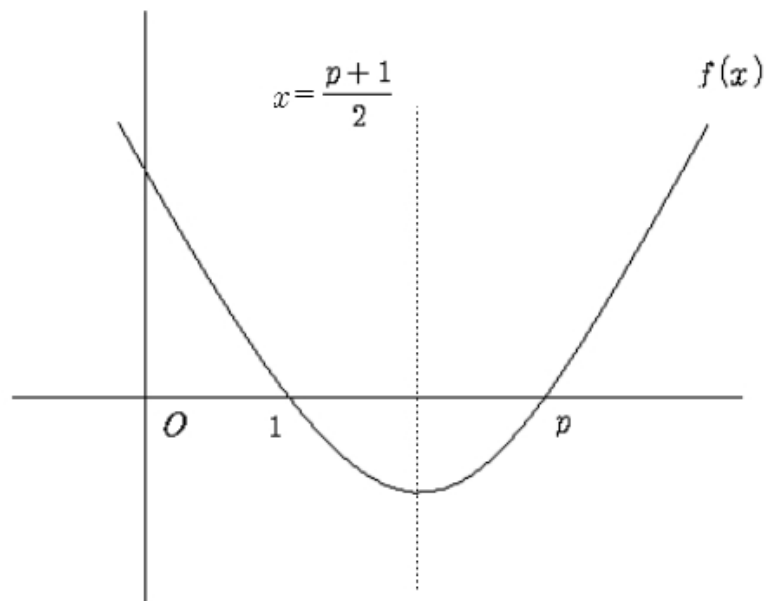
- ㄱ. $g(0) = 3^8$
 ㄴ. $g(8-k) = g(k)$
 ㄷ. $\frac{1}{4^8} \sum_{k=0}^8 (8-k)g(k) = 6$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱㄷ ④ ㄴㄷ ⑤ ㄱㄴㄷ

14. 다음 그림과 같이 $f''(x) > 0$, $f(1) = f(p) = 0$ 이며, $x = \frac{p+1}{2}$ 에서 대칭인 미분 가능한 함수 $f(x)$ 가 있다.

$\int_0^p f(x)dx < 0$ 일 때, 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?

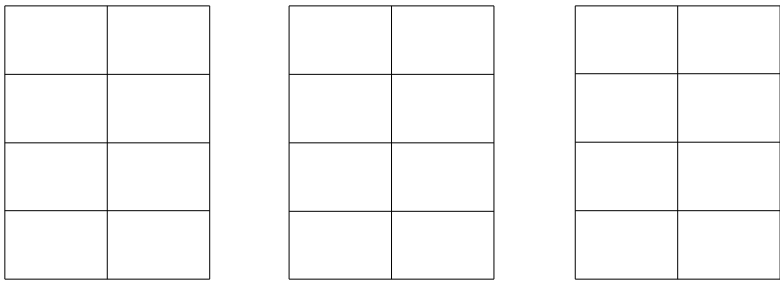
[4점]



- ㄱ. $\int_0^1 f(x)dx < \int_1^p |f(x)|dx$
 ㄴ. $\int_0^{p+1} f(x)dx = \int_0^p f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx$
 ㄷ. $\frac{f'(p)}{2} > \int_1^p |f(x)|dx$

- ① ㄴ ② ㄱㄴ ③ ㄱㄷ ④ ㄴㄷ ⑤ ㄱㄴㄷ

15. 남학생 16명, 여학생 8명 총 정원이 24명인 학급에서 자리배치를 하고 있다. 자리는 세 분단으로 이루어져 있고, 각 분단은 4열 2행으로 배치되어 있다. 두 분단은 남,녀 짝으로 배치하며 한 분단은 남은 8명의 남학생을 배치한다. 자리는 임의로 정해진다고 할 때, 다음 중 옳은 것만을 모두 고르면? [3점]



- ㄱ. 특정한 남학생이 남학생과 짝이 될 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.
- ㄴ. 2행 이내의 자리에 앉게 될 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.
- ㄷ. 남학생이 여학생과 짝이 되는 사건과 2행 이내 자리에 앉게 되는 사건은 독립이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱㄴ ④ ㄴㄷ ⑤ ㄱㄴㄷ

16. 다음은 확률변수 X 의 확률분포표이며 다음 조건을 만족한다.

X	1	2	3	4
$P(X = k)$	p_1	p_2	p_3	p_4

- (가) 각 확률은 작은 것부터 순서대로 나열했을 때 등차수열을 이룬다.
- (나) 가장 큰 확률은 가장 작은 확률의 2배이다.

확률변수 X 중 평균이 최대가 될 때의 확률변수를 X' 이라 할 때, $P(X' = 3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

- ① $\frac{5}{18}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{7}{18}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

17. 포물선 $y^2 = 8x$ 위의 점 P 에 대하여 $\overline{OP} = \overline{OF}$ 를 만족할 때, \overline{FP} 의 길이로 옳은 것은? [3점]

- ① $-1 + \sqrt{5}$ ② $-2 + 2\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{2}$
- ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $1 + \sqrt{5}$

18. 다음과 같이 정의된 행렬 A, B 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a = d, b = -c \right\}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

ㄱ. $X \in A, Y \in A$ 일 때, 일차변환 $f: X, g: Y$ 에 대해 $f \circ g = g \circ f$ 이다.

ㄴ. 일차변환 $p: B$ 에 대하여 $Q = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$ 가 옮겨지는

점을 Q' 라 할 때, $\overline{OQ} = \overline{OQ'}$ 이다.

ㄷ. $X \in A$ 일 때, 일차변환 $f: X, p: B$ 에 대하여 $f \circ p = p \circ f$ 이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱㄴ ④ ㄱㄷ ⑤ ㄱㄴㄷ

19. 행렬 $A = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ 가 나타내는 회전변환

$f: A$ 에 의하여 원 $(x-2)^2 + y^2 = 1$ 이 회전할 때 회전한 원은 $y = \sqrt{3}x$ 와 접한다. $\cos\theta$ 를 구하시오.

(단, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

20. $y = |\log_2 x|$ 가 $y = -x^2 + a$ 와 만날 때 생기는 두 점을 각각 $A_a(p_a, q_a), B_a(p'_a, q'_a)$ ($p_a < p'_a$),

$y = -x^2 + b$ ($b > a$)과 만났을 때 생기는 두 점을 각각 $A_b(p_b, q_b), B_b(p'_b, q'_b)$ ($p_b < p'_b$)라 하자.

다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

ㄱ. $q_b > q_a + (b - a)$

ㄴ. $q'_b = q_a$ 일 때, $\triangle A_a B_b B_a$ 의 넓이는 $\triangle A_a B_b A_b$ 의 넓이와 같다.

ㄷ. $p_b p'_b < p_a p'_a$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱㄴ ④ ㄱㄷ ⑤ ㄱㄴㄷ

21. $f(0) = 0$, $f'(x) = (x-2)(x+2)$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가 있다. $0 < t < 2\sqrt{3}$ 에서 정의된 함수 $g_t(x)$ 를

$g_t(x) \begin{cases} = f(x) & (x \leq t) \\ = f(x-a_t) + b_t & (x > t) \end{cases}$ 라 하자.

$g_t(x)$ 가 모든 점에서 미분 가능할 때, $t=k$ 에서 $2a_t - b_t$ 가 최댓값을 가진다. k^2 의 값을 구하시오. [4점]

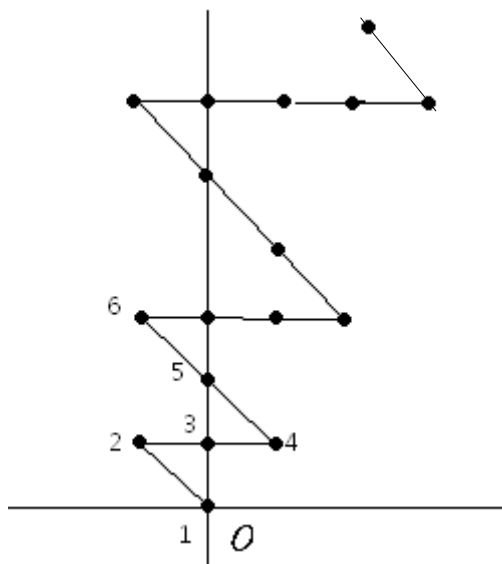
- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

단답형

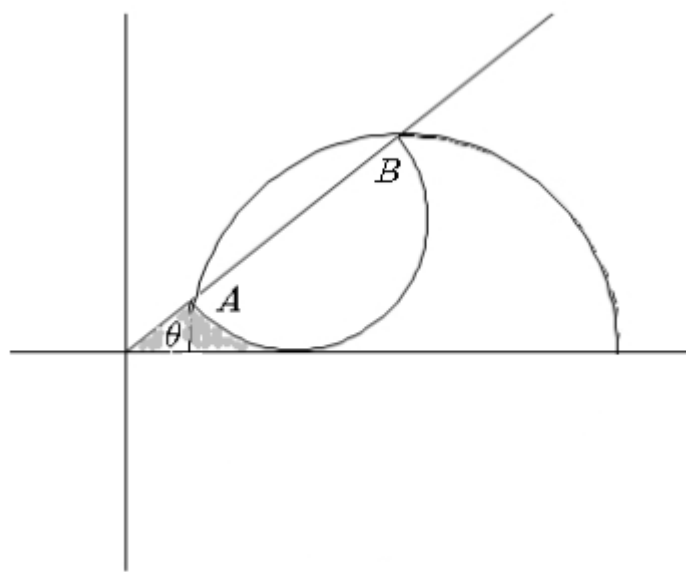
22. 세 함수 $f(x) = 2^x + 3$, $g(x) = \frac{1}{2}x^2$, $h(x) = 4x$ 에 대하여 $f(g(2)) + g(h(1))$ 의 값은? [3점]

23. 수열 a_k ($k = 1, 2, 3, \dots, 100$)에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$, $T_n = \sum_{k=1}^n a_{100-k}$ ($1 \leq n \leq 99$)라 할 때, $S_n + T_n = 4n$, $\sum_{k=1}^{100} a_k = 200$ 이다. a_{100} 의 값을 구하면? [3점]

24. 다음과 같이 대각선의 길이가 $\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, \dots$ 가로의 길이는 $2, 3, 4, 5, \dots$ 가 되도록 좌표평면 위에 점을 찍어 나간다고 할 때, n 번째 점의 좌표를 (x_n, y_n) 이라 하자. $x_{180} + y_{180}$ 의 값을 구하시오. [4점]



25. 다음 그림과 같이 원 $(x-2\sqrt{7})^2 + y^2 = 21$ 이 있다. 원점을 지나고 x 축의 양의 방향과 θ 의 각도를 이루는 직선을 그을 때, 원과 만나는 두 점을 A, B 라 하자. $\overline{AB} = 2\sqrt{7}$ 이며 \overline{AB} 를 지름으로 하는 반원을 그렸을 때, 반원은 x 축에 접한다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는 $p - q\pi$ 이다. $8(p+q)$ 의 값을 구하시오. [4점] (p, q 는 유리수)



26. 어느 RPG 게임에서는 다음 ‘주문서’들을 사용하여 아이템을 강화시킬 수 있다. 한 번 강화하면 실패, 성공에 상관없이 강화가능 횟수 1씩 줄어든다. 주문서들은 선택될 확률은 각각 같고 개수는 충분히 있으며, 주문서의 능력치는 다음과 같다.

20% 주문서: 20%확률로 공격력+5, 실패할 경우
50%확률로 아이템 파괴

80% 주문서: 80%확률로 공격력+2, 실패할 경우
50%확률로 아이템 파괴.

이 주문서들을 무작위로 골라 강화 가능 횟수가 5인 아이템을 강화하다가 파괴되었다고 한다. 이 때, 파손되기 직전에 공격력이 15 ‘초과’ 강화되었을 확률은 $\frac{p}{q}$ 이다. p 의 값은? [4점]

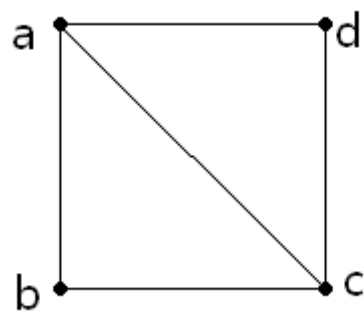
(단, p, q 는 서로소인 자연수, $(\frac{3}{4})^5 = \frac{6}{25}$ 로 계산)

27. $\log_{2n}x$ 가 $y=1$ 과 만나는 점을 A_n 이라 하자.

$\angle A_n O A_{n+1} = \alpha_n$ 일 때, $8 \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \tan \alpha_n$ 의 값을 구하시오.

[3점]

28. 다음과 같은 그래프에서 a 에서 d 로 가는 경로의 수를 구하시오. [3점]



29. 반지름의 길이가 1인 원에 다음과 같이

$$\angle A = \frac{\pi}{6}, \overline{AB} = \sqrt{3} - 1 \text{이며}$$

지름을 한 변으로 하는 삼각형 ABC 가 있다.

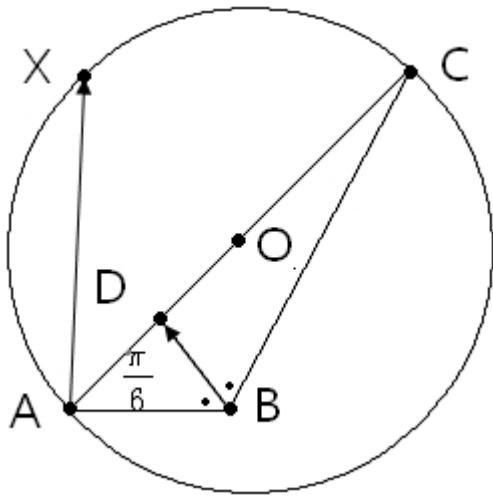
이 때, $\angle B$ 의 이등분선이 \overline{AC} 와 만나는 점을 D 라 하자.

점 X 는 원 C 위를 움직이며 $\overrightarrow{AX} \cdot \overrightarrow{BD}$ 가 최대가

되는 X 를 P 라 할 때, $\angle CAP = \frac{q}{p}\pi$ 이다.

(p 와 q 는 서로소인 자연수) 이 때, $p - q$ 의 값을 구하시오.

[4점]



30. α 평면 위의 점 P 를 지나는 직선 m 과

점 Q 를 지나는 직선 n 이 다음 그림과 같이 점 A 에서

만난다. m 을 α 에 정사영 내린 직선과 평행하며 Q 를

지나는 직선을 m' , n 을 α 에 정사영 내린 직선과

평행하며 P 를 지나는 직선을 n' 이라 하고,

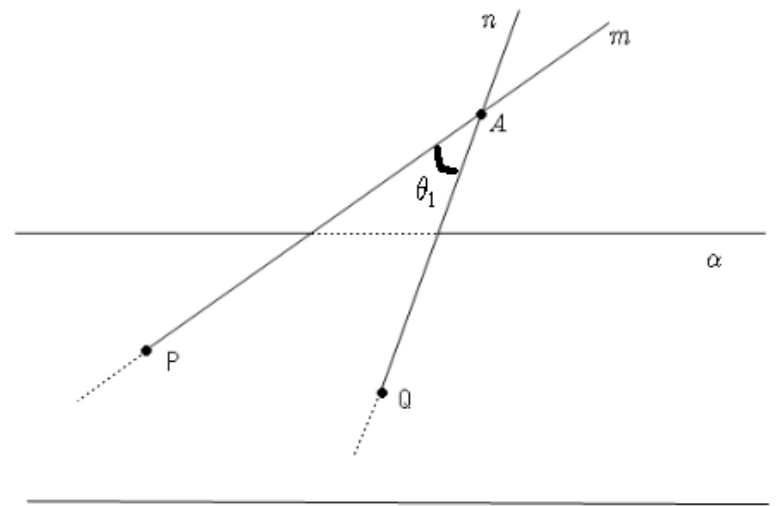
m' 과 n' 의 교점을 C 라 할 때. 다음이 성립한다.

(가) $\overline{AP} = 2\sqrt{5}, \overline{AQ} = 4$

(나) $2\overline{CP} = \sqrt{3}\overline{CQ}$

(다) m 과 n 이 이루는 각이 θ_1 일 때, $\cos\theta_1 = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\triangle ACQ$ 의 넓이를 S 라 할 때, S^2 을 구하시오. [4점]



※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.