

제 2 교시

수리 영역

‘가형’

성명

수험 번호

1

1. $2^3 + \log_2 4^3$ 의 값은? [2점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - a}{x - 3} = b$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

2. 이차정사각행렬 A, B에 대하여, $A = \begin{pmatrix} 12 \\ 34 \end{pmatrix}$, $2A - B = \begin{pmatrix} 43 \\ 21 \end{pmatrix}$ 가 성립한다. B의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

4. 부등식 $\frac{(x-1)(x-4)(x-5)^2}{(x-3)^2} \leq 0$ 의 해 중 정수의 개수를 구하시오. [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 실수 x 가 다음 조건을 만족할 때, $\log x$ 를 모두 더한 값을 M 이라 하자. M 의 값으로 옳은 것은? [3점]

(가) $[\log x] = 1$

(나) $2\log x - [2\log x] = \log \frac{1}{x} - [\log \frac{1}{x}]$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 다음과 같이 정의된 집합 A 의 임의의 원소인 행렬 X 가 나타내는 일차변환을 $f : X$ 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

$$A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a = c, b = d \text{ (} a, b, c, d \text{는 실수)} \right\}$$

ㄱ. 역변환이 존재하지 않는다.
 ㄴ. 임의의 $\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$ 은 f 에 의해 $y = x$ 위로 옮겨진다.
 ㄷ. $y = x$ 위의 점은 f 에 의해 자기 자신으로 옮겨진다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱㄴ ④ ㄴㄷ ⑤ ㄱㄴㄷ

7. 역행렬이 존재하는 이차정사각행렬 A, B, C 에 대하여 다음이 성립할 때, 옳은 것을 모두 고르시오. [4점]

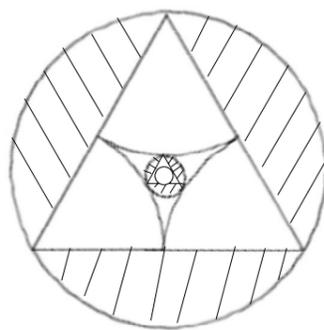
(가) $A^3 B^2 C = AB^2 C^3 = E$

(나) $AB = BA, BC = CB$

ㄱ. $C = (B^{-1})^2 (A^{-1})^3$
 ㄴ. $AC = CA$
 ㄷ. 임의의 자연수 k 에 대하여 $(ABC)^{4k} = E$

- ① ㄱ ② ㄱㄴ ③ ㄱㄷ ④ ㄴㄷ ⑤ ㄱㄴㄷ

8. 반지름의 길이가 2인 원 안에 내접하는 정삼각형을 그리고 각 변의 중점을 표시한다. 다음 그림처럼 삼각형의 각 꼭지점을 중심으로 하고, 두 중점을 지나는 부채꼴 세 개를 그린다. 이 세 부채꼴에 모두 외접하는 원을 그리고 그 안에 내접하는 정삼각형을 그린다. 이와 같은 방법으로 끝없이 그려나갈 때, 어두운 부분의 넓이는 $\frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{a\sqrt{3} - b}$ 에 수렴한다. $a+b$ 의 값으로 옳은 것은? 구하시오. [4점]

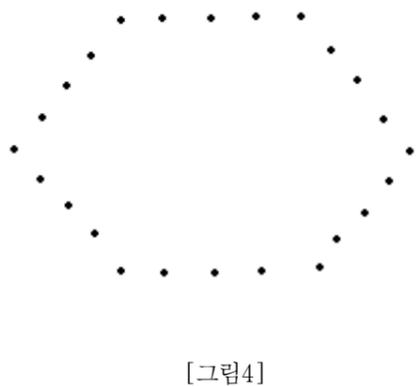
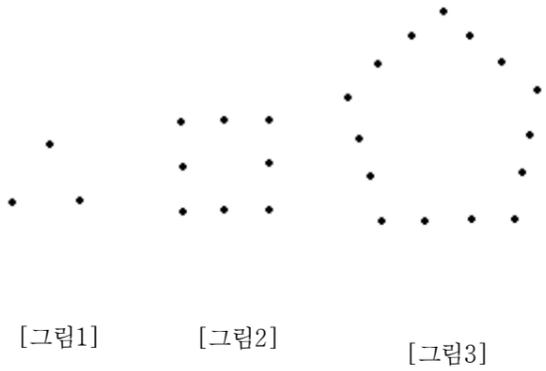


- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{6}{4}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

9. 좌표평면에 초점이 F, F' 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 이 있다. 이 쌍곡선의 한 초점 F 에서 점 $(0, 4\sqrt{3})$ 에 선을 그을 때 생기는 쌍곡선과의 교점을 B 라 하자. B 에서 나머지 초점 F' 에 선분 l 을 그었을 때, l 의 길이를 구하시오. [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

10. 다음 그림과 같이 n 번째 그림에 a_n 개의 점을 찍어 정 $(n+2)$ 각형 모양을 만들 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k}$ 의 값을 구하시오. [3점]



- ① 1 ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

11. 어느 RPG 게임에게서 힘이 S 인 전사 캐릭터의 단위시간당 데미지(D)는 다음과 같이 계산된다.

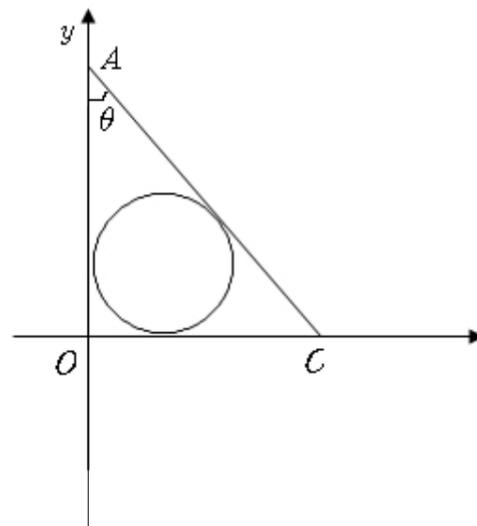
$$D = V \left(\frac{S}{100} \right)^K P$$

(P :무기의 공격력, V :공격속도상수, K :무기보정상수)

도끼의 보정상수는 3.5, 검의 보정상수는 3이고, 힘이 200인 전사가 공격력이 같은 도끼와 검을 들었을 때 단위시간당 데미지가 같았다고 한다. 이 때, 검의 공격 속도는 도끼 공격속도의 m 배이다. m 값으로 옳은 것은? [3점]

- ① $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

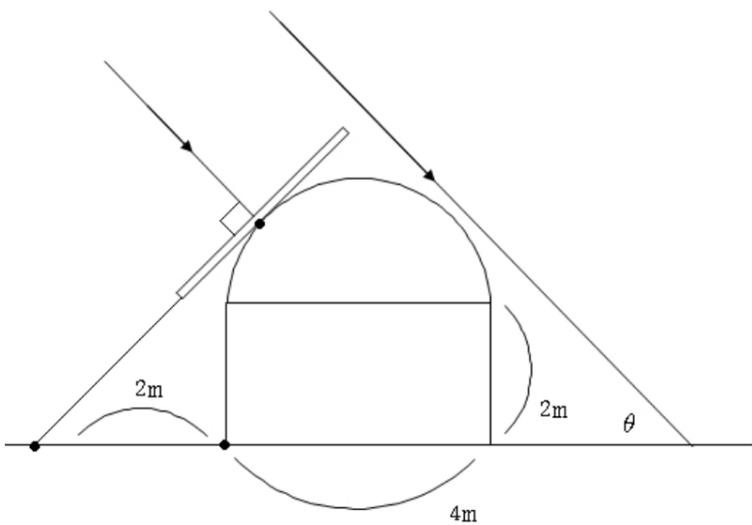
12. 반지름의 길이가 1이며 x 축, y 축에 모두 접하는 원이 있다. 다음 그림과 같이 이 원에 외접하고, $\angle A = \theta$ 인 $\triangle AOC$ 를 그린다. 삼각형 $\triangle AOC$ 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0} \theta S(\theta)$ 의 값으로 옳은 것은? [3점]



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

13. 다음 그림과 같이 총 높이가 4m이고, 지붕이 반구 모양인 건물의 정면도가 있다. 이 건물은 지붕에 납작한 판 모양의 태양열 발전기를 이용하여 건물 내에 전력을 공급하며, 발전의 효율을 최대로 하기 위해 발전기 판은 태양빛을 수직으로 받게끔 조절한다. 어느 날, 오전 10시 가량 태양빛은 다음 그림과 같이 지면에 θ 의 각도를 이루며 입사했고, 발전판을 연장시켰을 때, 지면과 만나는 곳으로부터 건물까지의 최소거리는 2m였다. 이 때, $\cos\theta$ 의 값을 구하면? [4점]

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, 발전판의 두께는 무시한다.)



- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

14. 연속확률변수 X 에 대하여 $P(0 \leq X \leq x) = x^3 - x^2 + x$ 이 성립할 때 X 의 평균을 구하시오. (단, $x \geq 0$) [3점]

- ① 1 ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

15. 꼭지점 a, b, c, d 의 연결 관계가 행렬 A 와 같은 그래프가 있다. a 를 출발하여 한 점을 거쳐 b 로 가는 경로의 수를 $l_{(A)}$ 라 하자. a 와, b, c, d 중 한 곳을 잇는 길을 하나 더 놓을 때의 연결 관계를 나타낸 행렬을 B 라 할 때, $l_{(B)} = l_{(A)} + 1$ 이 성립한다. 조건을 만족하는 행렬 B 의 1열 성분의 합을 p , 3열 성분의 합을 q 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$A = \begin{matrix} & a & b & c & d \\ a & 0 & 2 & 1 & 0 \\ b & 2 & 0 & 1 & 0 \\ c & 1 & 1 & 0 & 1 \\ d & 0 & 0 & 1 & 0 \end{matrix}$$

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

16. 주머니 속에 1부터 $2n$ 까지의 숫자가 쓰여진 카드가 들어있다. 각 카드의 개수는 다음 조건을 만족한다.

(가) 홀수가 쓰여진 카드는 쓰여진 숫자의 3배만큼 들어있다.
ex) 1은 3개, 3은 9개, 5는 15개

(나) 짝수가 쓰여진 카드는 쓰여진 숫자의 2배만큼 들어있다.
ex) 2는 4개, 4는 8개, 6은 12개

이 주머니 속에 들어있는 카드를 모두 꺼내서 나열하여 정수를 만들 때, 이 정수가 짝수일 확률을 P_{2n} 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} P_{2n}$ 의 값으로 옳은 것은? [4점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

17. $x \geq 0$ 에서 정의된 미분 가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 다음 조건을 만족할 때, 옳은 것을 모두 고르시오.

[4점]

- (가) $f'(x) > 0, f'(2) = 1$
- (나) $f(x) - x = 0$ 의 해집합 = $\{0, 2\}$
- (다) $0 \leq x \leq a < 2$ 인 모든 x 에 대하여 $f''(x) < 0$ 인 a 가 존재.

- ㄱ. $y = f(x)$ 가 $y = x$ 와 접하는 곳이 존재한다.
- ㄴ. $0 < x < 2$ 에서 $f(f(x)) > f(x)$
- ㄷ. $\int_0^2 \sqrt{1 + \{f'(f(x))f'(x)\}^2} dx < \int_0^2 \sqrt{1 + \{f'(x)\}^2} dx$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱㄴ ④ ㄱㄷ ⑤ ㄱㄴㄷ

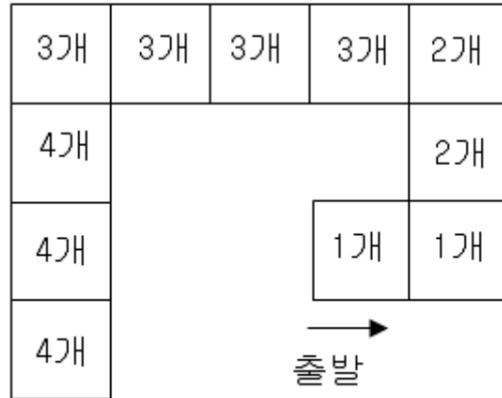
18. 음함수 $x^2 + 4xy + 4y^2 = 9$ (1,1)에서의 미분계수로 옳은 것은? [3점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

19. 다음과 같은 조건으로 벽돌을 쌓으며 한 칸씩 이동해 나간다.

- (가) 첫 칸에는 한 개를 쌓는다.
- (나) 2^n 번째 칸에서 벽돌을 쌓고 90° 좌회전 한다.
- (다) 회전하기 전 까진 바로 이전에 쌓던 개수만큼의 벽돌을 쌓고, 회전하고 나서는 이전에 쌓던 개수보다 하나 더 쌓아나간다.

n 번째 칸에서 쌓은 벽돌을 a_n 이라 하면 $a_1 = 1, a_2 = 1, a_3 = 2, a_4 = 2 \dots$ 이고, 그림으로 나타내면 다음과 같다.



⋮ <위에서 본 그림>

$S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_{2^{n+1}} - S_{2^n}}{S_{2^{n+3}} - S_{2^{n+1}}}$ 의 값을 구하시오

[4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

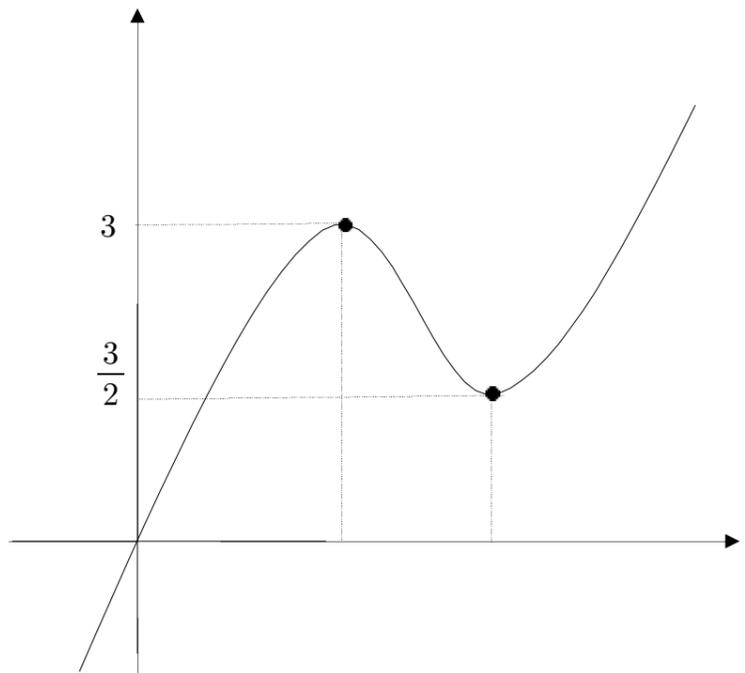
20. 밑이 $a(a > 1)$ 인 지수함수 $f(x) = a^x$ 와,
 $g(x) = (\frac{1}{a})^{x-p} + q$ 가 있다. $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 교점을 A ,
 $y = f(x)$ 와 $y = g(0)$ 의 교점을 Q , $g(x)$ 의 y 절편을 P 라
 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $g(0) > 0$)
 [4점]

- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$ 을 만족할 때, $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 $x = \frac{p}{2}$ 에 대해 대칭이다.
- ㄴ. 임의의 $g(x)$ 에 대해 $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) - \beta = 0$ 인 β 가 각각 존재한다.
- ㄷ. $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) > 0$ 이면 \overline{AP} 의 기울기의 크기는 \overline{AQ} 의 기울기의 크기보다 작다.

ㄹ. (보너스) $\lim_{n \rightarrow \infty} g(x) = \beta$ 일 때의 AP 의 기울기를 p_β , AQ 의 기울기를 q_β 라 할 때, $\beta(p_\beta - q_\beta) > 0$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱㄴ ④ ㄱㄷ ⑤ ㄱㄴㄷ

21. 함수 $f(x)$ 의 개형이 다음과 같을 때, 방정식
 $kf(x) = \sqrt{1 - \{f(x) - 2\}^2}$ 의 근의 개수를 $g(k)$ 라 하자.
 $g(k) = p$ 의 근이 존재할 때, 가능한 p 값의 합을 구하시오.
 [4점]



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

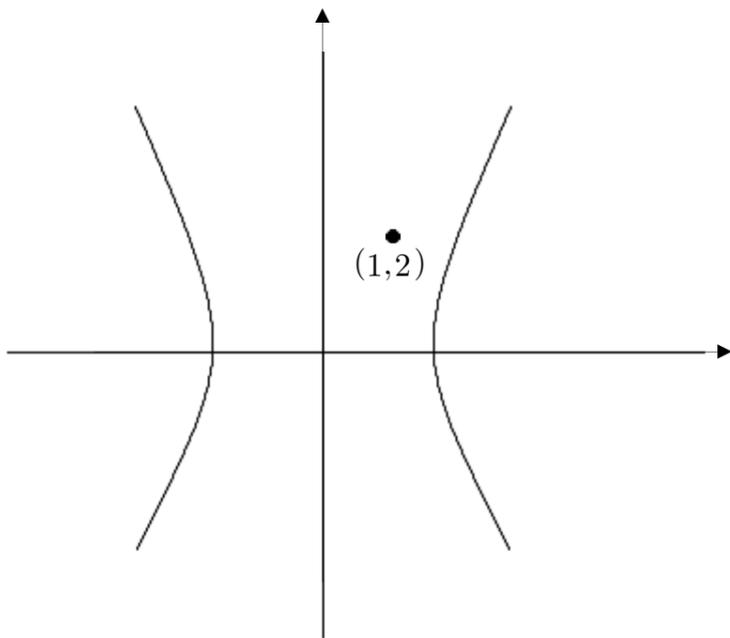
‘가형’

단답형

22. 다섯 가지의 색을 모두 사용하여 정육면체를 칠할 때, 가능한 경우의 수는? (단, 이웃한 면은 다른 색으로 칠한다.)

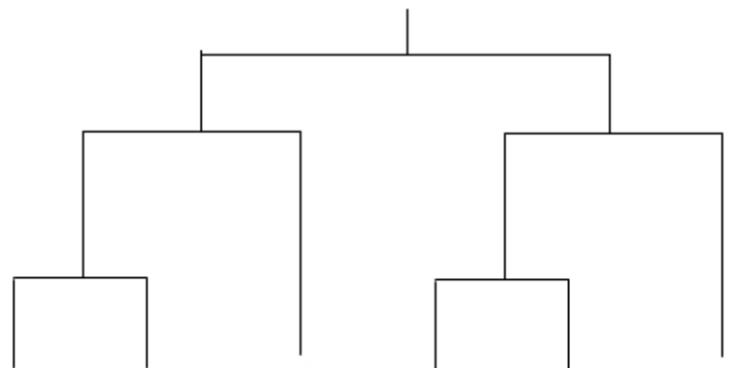
[3점]

23. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$ 밖의 한 점 (1,2)에서 이 쌍곡선에 그은 두 접선이 x 축과 이루는 각을 각각 θ_1, θ_2 라 할 때, $5|\tan(\theta_1 + \theta_2)|$ 의 값은? [3점]



24. 최근 10전의 전적이 6승 4패인 테니스선수가 있다. 이 후의 5번 경기에서 3승 2패를 했더니 최근 10전 전적이 5승 5패가 되었다. 승·패의 순서가 다르다면 다른 경우라고 할 때, 이 선수의 최근 15전 전적으로 가능한 경우의 수를 구하시오. [4점]

25. 다음 대진표처럼 6팀끼리 승부를 가리게 되는 운동 경기가 진행 중이다. 지난 대회 우승팀인 A팀이 다른 팀에게 승리할 확률은 70%이며 천적인 B팀에게 승리할 확률은 20%이다. B팀의 경우, A팀을 제외한 모든 팀에 대하여 승리할 확률이 20%이다. A팀에게 가장 유리한 배치가 되었을 때, B팀이 A팀을 꺾고 우승할 확률은 $\frac{p}{q}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수) [3점]

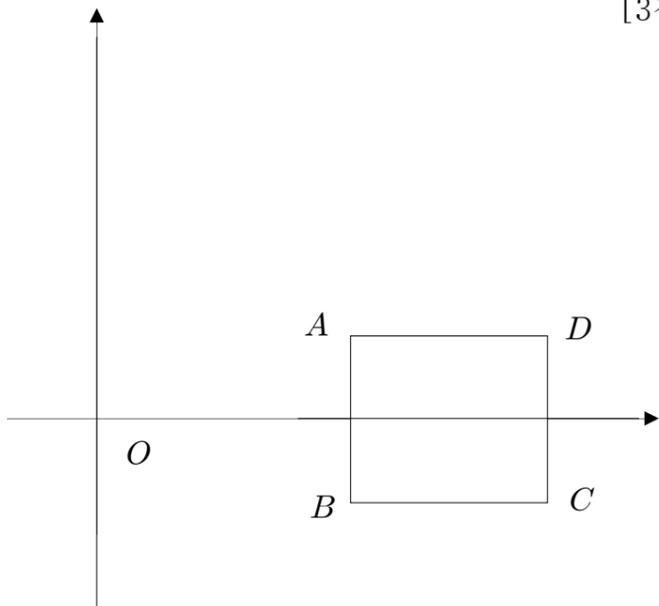


26. 가로와 세로의 길이가 3, 세로의 길이가 2인 직사각형 ABCD가 다음 그림처럼 좌표평면에 놓여있다. 직사각형은 x 축에 대칭이며, 가로와 세로는 각각 x 축, y 축과 평행하다.

일차변환 $f : \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{10}} & \frac{-3}{\sqrt{10}} \\ \frac{3}{\sqrt{10}} & \frac{1}{\sqrt{10}} \end{pmatrix}$ 에 의해

점 A 가 y 축 위의 점 A' 으로 이동한다고 할 때, \overline{OD} 와 x 축이 이루는 각도는 θ 이다. $\cot\theta$ 의 값을 구하면?

[3점]



27. 확률변수 X 에 대하여 다음 등식이 성립한다.

$$P(x = k) = \frac{4}{ak(k+1)} (k = 1, 2, 3, \dots)$$

이 때, $P(x=3)$ 의 값을 $\frac{p}{q}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을

구하시오.

[3점]

28. 중심이 각각 M_1, M_2 인 구 $C_1 : x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$ 과 구 $C_2 : x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1$ 이 외접하고 있다.

평면 $\alpha : (z-4) + \sqrt{2}y = 0$ 과 평면 $\beta : 2\sqrt{2}(z-1) + y = 0$ 가 xy 평면 위에 교선 l 을 가진다. 구 C_1 의 중심 M_1 에서 교선 l 에 내린 수선의 발을 R 이라 하고, 평면 α 와 구 C_2 가 만나는 교원 위의 점을 X 라 하자.

$\overrightarrow{M_1R} \cdot \overrightarrow{M_1X}$ 가 최대일 때의 $\angle M_1M_2X$ 를 θ 라 할 때,

$9\cos\theta$ 의 값을 구하시오.

[4점]

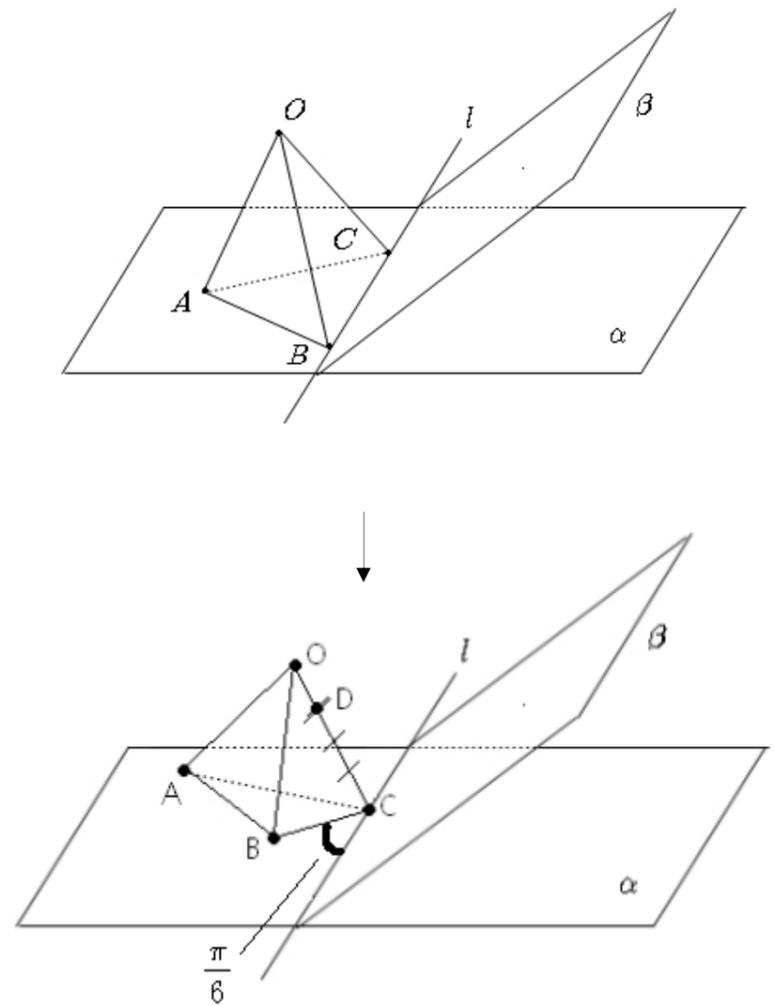
29. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$ 와 양수 t 에 대해 정의된 함수 $g_t(x) = tx$ 가 있다.

$f(x)$ 와 $g_t(x)$ 에 대하여 다음 조건이 성립할 때,

$\left| \int_2^4 f'(x) dx \right|$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 임의의 실수 x 에 대해 $f(x) > 0$ 이다.
- (나) $|f(x) - g_t(x)|$ 가 미분 불가능한 점의 개수를 $n(t)$ 라 할 때, $n(t)$ 는 $t=1, t=3$ 에서만 불연속이다.
- (다) $\frac{f(x)}{x} = f'(x)$ 의 근은 2, 4이다. ($f'(2) > f'(4)$)

30. 다음 그림과 같이 평면 α 와 평면 β 가 만나서 생기는 교선을 l 이라 할 때, 정사면체 $OABC$ 가 l 과 한 모서리를 공유하며 평면 α 위에 놓여있다. $\triangle OBC$ 는 평면 β 와 직교하며, 이 직교를 유지하면서 정사면체 $OABC$ 를 점 C 를 중심으로 $\frac{\pi}{6}$ 회전 시킨다. \overline{OC} 를 1:3으로 내분하는 점을 D 라 할 때, $\triangle ABD$ 를 포함하는 평면이 평면 β 과 이루는 각을 θ 라 하자. $36\cos^2\theta$ 를 구하시오. [4점]



- ※ 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.