* 2020년 3월 (4월시행) 교육청 모의고사 고3수학 가형 18번.

$1 \le |m| < n \le 10$ 에 대하여 두 정수 m, n 이 m의 n제곱근이 존재한다. 순서쌍 (m, n)의 개수?

→ 5의 3제곱근 $\Leftrightarrow \sqrt[3]{5}$. ∴ n이 홀수이면 m이 양수이든, 음수이든 1개 존재 ····· ①.

n이 짝수이면 m이 양수일 때 2개 존재. ····· ②.

①에서 $n=3, 5, 7, 9$ 일 때 가능한 m의 개수는 4, 8, 12, 16.

→ ex) $n=3$ 이라면 $\sqrt[3]{1}, \sqrt[3]{-1}, \sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{-2}$ 와 같이 4개 존재.

②에서 $n=2, 4, 6, 8, 10$ 일 때 가능한 m의 개수는 1, 3, 5, 7, 9.

→ ex) $n=6$ 이라면 $\sqrt[6]{1}, \sqrt[6]{2}, \sqrt[6]{3}, \sqrt[6]{4}, \sqrt[6]{5}$ 와 같이 5개 존재.

∴ ①과 ②에서 구하는 순서쌍의 개수는 $40+25=65$ 개

→ 박스 내용으로 변경해 보면

(i) $m>0$ 이면 항상 1개 존재. ∴ $m=1, 2, 3, \cdots, 9$ 일 때 $n=$ 9개, 8개, 7개, ···, 1개

∴ (가) $= 9+8+7+\cdots+1 = 45$

(ii) $m<0$ 이면 n이 홀수일 때만 1개 존재. ∴ $m=-1$ 일 때 $n=3, 5, 7, 9$ 가능.

∴ (나) $= 4+4+3+3+2+2+1+1 = 20$.

* 2020년 3월 (4월 시행) 교육청 모의고사 고3 수학 나형 14번.

1, 2, 3 을 사용하여 6자리의 자연수 작성 → 중복허용.

1, 2, 3 각각 한 번 이상씩 사용 + 2는 짝수번째 자리에만 가능 → 2를 (개수) 기준으로 분류.

(i) 2가 1개일 때 → 2가 자리할 수 있는 자리 선택 + 1, 3을 하나 이상 선택하여 자리 배치

⇒ ${}_3C_1 \times ({}_2\Pi_6 - 2)$. (${}_2\Pi_6$는 1, 3으로 6개 택하고 배열, 2는 1번으로 or 3번으로 구성된 경우)

(ii) 2가 2개일 때

⇒ ${}_3C_2 \times ({}_2\Pi_5 - 2)$

(iii) 2가 3개일 때

⇒ ${}_3C_3 \times ({}_2\Pi_4 - 2)$

∴ (i)(ii)(iii)에서 구하는 경우의 수는

$3 \times 62 + 3 \times 30 + 1 \times 14 = 186 + 90 + 14 = 290$ //

∴ (가) $= {}_2\Pi_6 - 2 = 62$, (나) $= {}_3C_1 \times ({}_2\Pi_6 - 2) = 186$, (다) $= {}_3C_3 \times ({}_2\Pi_4 - 2) = 14$.