

# 수학 영역 (나형)

성명	
----	--

수험번호						-				
------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 시험 시간은 100분으로, 시험시간을 반드시 준수하십시오.
- 문항 수는 30문항으로, 100점 만점입니다.
- 답안지의 필적 확인란에 다음 문구를 정자로 기재하십시오.

ㅋ ㅋ ㅋ ㅋ ㅋ

- 답안지에 성명과 수험번호, 답을 정확히 표기하십시오.
- 문제는 평가원과 교육청 기출문제로 구성되어 있습니다.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

1.  $5^0 \times 25^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? (2점)

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2.  $\sin \frac{7}{3}\pi$ 의 값은? (2점)

- ①  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$     ②  $-\frac{1}{2}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1}$ 의 값은? (2점)

- ①  $-\frac{3}{4}$     ②  $-\frac{1}{4}$     ③ 0    ④  $\frac{1}{4}$     ⑤  $\frac{3}{4}$

4. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 배반사건이고

$$P(A) = P(B), P(A)P(B) = \frac{1}{9}$$

일 때,  $P(A \cup B)$ 의 값은? (3점)

- ①  $\frac{1}{6}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{2}{3}$     ⑤  $\frac{5}{6}$

5. 다항식  $(1+x)^7$ 의 전개식에서  $x^4$ 의 계수는? (3점)

- ① 42      ② 35      ③ 28      ④ 21      ⑤ 14

6.  $\int_0^1 (3x^2 - 2)dx$ 의 값은? (3점)

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

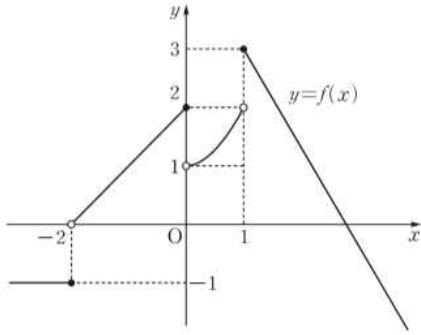
7. 수열  $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{k=1}^7 a_k = \sum_{k=1}^6 (a_k + 1)$$

을 만족시킬 때,  $a_7$ 의 값은? (3점)

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

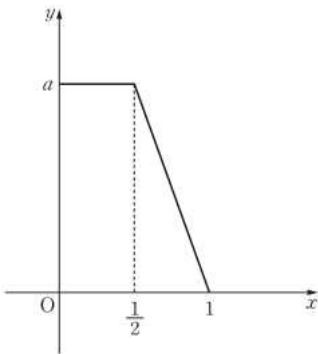
8. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 다음과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? (3점)

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9. 연속확률변수  $X$ 가 갖는 값의 범위는  $0 \leq x \leq 1$ 이고,  $X$ 의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



상수  $a$ 의 값은? (3점)

- ①  $\frac{10}{9}$     ②  $\frac{11}{9}$     ③  $\frac{4}{3}$     ④  $\frac{13}{9}$     ⑤  $\frac{14}{9}$

10. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 2$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n = \begin{cases} a_n - 1 & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \\ a_n + n & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다.  $a_7$ 의 값은? (3점)

- ① 7      ② 9      ③ 11      ④ 13      ⑤ 15

11. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ 을 따르고

$E(X^2) = V(X) + 25$ 를 만족시킬 때,  $n$ 의 값은?  
(3점)

- ① 10      ② 12      ③ 14      ④ 16      ⑤ 18

12. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + ax & (x < 1) \\ bx^2 + x + 1 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이  $x = 1$ 에서 미분가능할 때,  $a + b$ 의 값은? (3점)

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

13. 지수함수  $y = a^x$  ( $a > 1$ )의 그래프와 직선  $y = \sqrt{3}$ 이 만나는 점을  $A$ 라 하자. 점  $B(4, 0)$ 에 대하여  $OA$ 와 직선  $AB$ 가 서로 수직이 되도록 하는 모든  $a$ 의 값의 곱은? (단,  $O$ 는 원점이다.) (3점)

- ①  $3^{\frac{1}{3}}$     ②  $3^{\frac{2}{3}}$     ③  $3$     ④  $3^{\frac{4}{3}}$     ⑤  $3^{\frac{5}{3}}$

14. 그림과 같이 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 카드가 각각 3장씩 12장이 있다. 이 12장의 카드 중에서 임의로 3장의 카드를 선택할 때, 선택한 중에 같은 숫자가 적혀 있는 카드가 2장 이상일 확률은? (4점)



- ①  $\frac{12}{55}$     ②  $\frac{16}{55}$     ③  $\frac{4}{11}$   
 ④  $\frac{24}{55}$     ⑤  $\frac{28}{55}$

15. 최고차항의 계수가 1이고  $f(0) = 0$ 인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(2) = f(5)$

(나) 방정식  $f(x) - p = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되게 하는 실수  $p$ 의 최댓값은  $f(2)$ 이다.

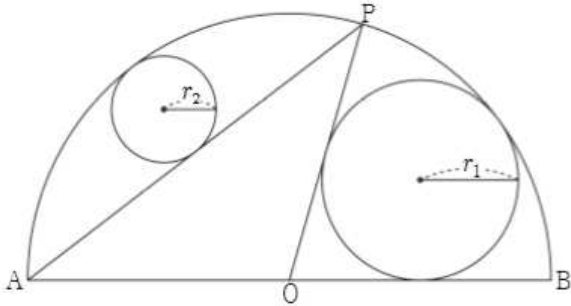
$\int_0^2 f(x)dx$ 의 값은? (4점)

- ① 25                      ② 28                      ③ 31
- ④ 34                      ⑤ 37

16. 네 개의 자연수 1, 2, 4, 8 중에서 중복을 허락하여 세 수를 선택할 때, 세 수의 곱이 100 이하가 되도록 선택하는 경우의 수는? (4점)

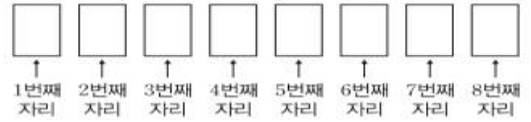
- ① 12                      ② 14                      ③ 16
- ④ 18                      ⑤ 20

17. 그림과 같이 길이가 2인 선분  $AB$ 를 지름으로 하고 중심이  $O$ 인 반원이 있다. 호  $AB$  위에 점  $P$ 를  $\cos(\angle BAP) = \frac{4}{5}$ 가 되도록 잡는다. 부채꼴  $OBP$ 에 내접하는 원의 반지름의 길이가  $r_1$ , 호  $AP$ 를 이등분하는 점과 선분  $AP$ 의 중점을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 반지름의 길이가  $r_2$ 일 때,  $r_1 r_2$ 의 값은? (4점)



- ①  $\frac{3}{40}$     ②  $\frac{1}{10}$     ③  $\frac{1}{8}$     ④  $\frac{3}{20}$     ⑤  $\frac{7}{40}$

14. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은 8개의 자리에 각각 한 장씩 임의로 놓을 때, 8 이하의 자연수  $k$ 에 대하여  $k$ 번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가  $k$  이하인 사건을  $A_k$ 라 하자.



다음은 두 자연수  $m, n$  ( $1 \leq m < n \leq 8$ )에 대하여 두 사건  $A_m$ 과  $A_n$ 이 서로 독립이 되도록 하는  $m, n$ 의 모든 순서쌍  $(m, n)$ 의 개수를 구하는 과정이다.

$A_k$ 는  $k$ 번째 자리에  $k$  이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고,  $k$ 번째 자리를 제외한 7개의 자리에 나머지 7장의 카드가 놓여 있는 사건이므로

$$P(A_k) = \boxed{\text{(가)}}$$

이다.

$A_m \cap A_n$  ( $m < n$ )은  $m$ 번째 자리에  $m$  이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고,  $n$ 번째 자리에  $n$  이하의 자연수 중  $m$ 번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 아닌 자연수가 적힌 카드가 놓여 있고,  $m$ 번째와  $n$ 번째 자리를 제외한 6개의 자리에 나머지 6장의 카드가 놓여 있는 사건이므로

$$P(A_m \cap A_n) = \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

한편, 두 사건  $A_m$ 과  $A_n$ 이 서로 독립이기 위해서는

$$P(A_m \cap A_n) = P(A_m)P(A_n)$$

을 만족시켜야 한다.

따라서 두 사건  $A_m$ 과  $A_n$ 이 서로 독립이 되도록 하는  $m, n$ 의 모든 순서쌍  $(m, n)$ 의 개수는  $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식에  $k=4$ 를 대입한 값을  $p$ , (나)에 알맞은 식에  $m=3, n=5$ 를 대입한 값을  $q$ , (다)에 알맞은 수를  $r$ 라 할 때,  $p \times q \times r$ 의 값은? (4점)

- ①  $\frac{3}{8}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③  $\frac{5}{8}$   
 ④  $\frac{3}{4}$                       ⑤  $\frac{7}{8}$



19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x)g(x) = x(x+3)$ 이다.

(나)  $g(0) = 1$

$f(1)$ 이 자연수일 때,  $g(2)$ 의 최솟값은?

- ①  $\frac{5}{13}$                       ②  $\frac{5}{14}$                       ③  $\frac{1}{3}$   
 ④  $\frac{5}{16}$                       ⑤  $\frac{5}{17}$

20. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f'(0) = 0, f'(2) = 16$

(나) 어떤 양수  $k$ 에 대하여 두 열린구간  $(-\infty, 0), (0, k)$ 에서  $f'(x) < 0$ 이다.

[보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (4점)

[보기]

ㄱ. 방정식  $f'(x) = 0$ 은 열린구간  $(0, 2)$ 에서 한 개의 실근을 갖는다.

ㄴ. 함수  $f(x)$ 는 극댓값을 갖는다.

ㄷ.  $f(0) = 0$ 이면, 모든 실수  $x$ 에 대하여

$f(x) \geq -\frac{1}{3}$ 이다.

- ① ㄱ    ② ㄴ    ③ ㄱ, ㄷ    ④ ㄴ, ㄷ    ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) a_{2n} = a_n - 1$$

$$(나) a_{2n+1} = 2a_n + 1$$

$a_{20} = 1$ 일 때,  $\sum_{n=1}^{63} a_n$ 의 값은? (4점)

① 704

② 712

③ 720

④ 728

⑤ 736

22.  ${}_4H_2$ 의 값을 구하시오. (3점)

23. 함수  $f(x) = x^3 + 10x$ 에 대하여  $f'(0)$ 의 값을 구하시오. (3점)

24. 닫힌구간  $[-1, 3]$ 에서 두 함수

$$f(x) = 2^x, g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x}$$

의 최댓값을 각각  $a, b$ 라 하자.  $ab$ 의 값을 구하시오. (3점)

25. 곡선  $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 3$ 과 직선  $y = 2x + k$ 가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 곱을 구하시오. (3점)

26. 한 개의 동전을 6번 던질 때, 앞면이 나오는 횟수가 뒷면이 나오는 횟수보다 클 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) (4점)

27. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 방정식  $(f \circ f)(x) = x$ 의 모든 실근이  $0, 1, a, 2, b$ 이다.  $f'(1) < 0, f'(2) < 0, f'(0) - f'(1) = 6$ 일 때,  $f(5)$ 의 값을 구하시오. (단,  $1 < a < 2 < b$ ) (4점)

28. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 -1인 이차함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(0, 0)$ 에서의 접선과 곡선  $y = g(x)$  위의 점  $(2, 0)$ 에서의 접선은 모두  $x$ 축이다.  
 (나) 점  $(2, 0)$ 에서 곡선  $y = f(x)$ 에 그은 접선의 개수는 2이다.  
 (다) 방정식  $f(x) = g(x)$ 는 오직 하나의 실근을 갖는다.

$x > 0$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$g(x) \leq kx - 2 \leq f(x)$$

를 만족시키는 실수  $k$ 의 최댓값과 최솟값을 각각  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha - \beta = a + b\sqrt{2}$ 이다.  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 유리수이다.) (4점)

29. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) |a_n| + a_{n+1} = n + 6 \quad (n \geq 1)$$

$$(나) \sum_{n=1}^{40} a_n = 520$$

$\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값을 구하시오. (4점)

30. 두 함수  $f(x)$ 와  $g(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ x & (x > 0) \end{cases},$$

$$g(x) = \begin{cases} x(2-x) & (|x-1| \leq 1) \\ 0 & (|x-1| > 1) \end{cases}$$

이다. 양의 실수  $k, a, b$  ( $a < b < 2$ )에 대하여, 함수  $h(x)$ 를

$$h(x) = k\{f(x) - f(x-a) - f(x-b) + f(x-2)\}$$

라 정의하자. 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$0 \leq h(x) \leq g(x) \text{ 일 때, } \int_0^2 \{g(x) - h(x)\} dx \text{의 값}$$

이 최소가 되게 하는  $k, a, b$ 에 대하여

$60(k+a+b)$ 의 값을 구하시오. (4점)

