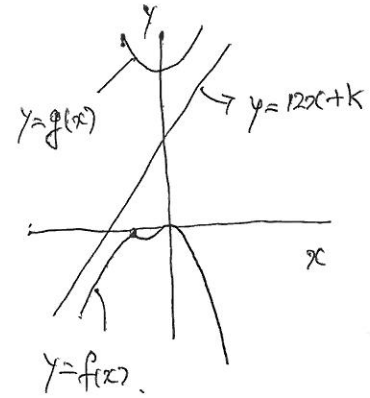
* 2020년 3월 (4월시행) 교육청 모의고사 고3수학 나형 28번.

자연수 a, $f(x)=-x^4-2x^3-x^2=-x^2(x+1)^2$, $g(x)=3x^2+a$.

모든 실수 x에 대하여 $f(x)\le 12x+k\le g(x)$ 를 만족시키는 자연수 k는 3개.



→ $y=12x+k$가 $y=f(x)$와 접할 때를 먼저 확인 (∵ $f(x)$에는 미지수가 없으므로 고정된 상태) 하고, 조건에 맞춰서 $g(x)$를 정하면 된다.

(i) $y=12x+k$와 $y=f(x)$와의 교점을 $P(t, f(t))$라 하면

$f'(t)=-4t^3-6t^2-2t=12$ 에서 $2t^3+3t^2+t+6=0$.

$(t+2)(2t^2-t+3)=0$ 에서 $t=-2$. $f(-2)=-4$.

∴ $y=12x+k$가 $(-2,-4)$를 만족하므로 접할 때의 k는 $k=20$.

따라서 $k=20, 21, 22$일 때는 $y=12x+k$가 $y=g(x)$보다 작거나 같고, $k=23$부터는 크다.

$g(x)$에서도 접하는 경우를 찾아보면 (기울기 12인 직선이 y절편이 증가함에 따라 $g(x)$와 제일 먼저 만나는 점도 결국에 접점이 된다) $g'(x)=6x$에서 $x=2$일 때이다.

∴ $g(2)=12+a$ 에서 접선은 $y_2=12(x-2)+12+a=12x+a-12$.

$k=20, 21, 22$는 성립, $k=23$은 불가여야 하므로 $22\le a-2<23$.

∴ $a=34$ (∵ a는 자연수)//

* 2020년 3월 (4월시행) 교육청 모의고사 고3 수학 나형 27번.

$v(t) = 3t^2 - 12t + 9 = 3(t^2-4t+3) = 3(t-1)(t-3)$. → 운동 방향은 $t=1$, $t=3$ 일 때 바뀐다.

$x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ (원점출발, 적분상수 $=0$)

$A = A(t=1) = x(1) = 1-6+9 = 4$.

점P가 A에서 방향을 바꾼 순간부터 다시 A로 돌아올 때까지 움직인 거리

$t=1$. $x=4,\ t\neq 1$. $\int |v(t)|dt$.

$\therefore\ x(t) = t^3-6t^2+9t = 4$ 에서 $t^3-6t^2+9t-4 = (t-1)(t^2-5t+4) = (t-1)^2(t-4)$.

$$\int_1^4 |v(t)|\,dt = -\int_1^3 \{3t^2-12t+9\}\,dt + \int_3^4 \{3t^2-12t+9\}\,dt$$

$$= -\left[t^3-6t^2+9t\right]_1^3 + \left[\ \right]_3^4$$

$$= -\{27-54+27-(1-6+9)\} + \{64-96+36-(27-54+27)\}$$

$$= 4+4 = 8$$ //