

* 2020년 3월 (4월시험) 고등형 2의고사 23수학 가형 30번.

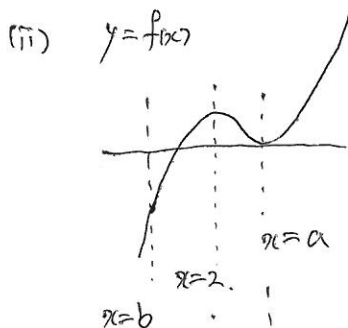
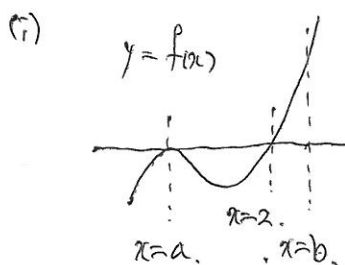
$$f(x) = 4x^3 + \dots, \text{ 실수 } t, \quad g(x) = \int_t^x f(s) ds.$$

(가) $f'(a) = 0$, (a 는 상수)

(나) 함수 $|g(x) - g(a)|$ 의 이분 \rightarrow 한군데.

\rightarrow $f(x)$ 는 사차함수고, 방정식 $f(x) = g'(a)$ 는 상동근 형태를 띄어야 한다. 또한 $f(x)$ 역시 극대, 극소 존재.

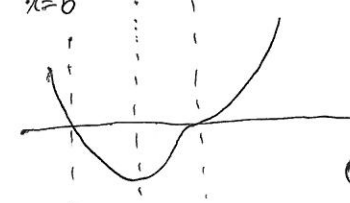
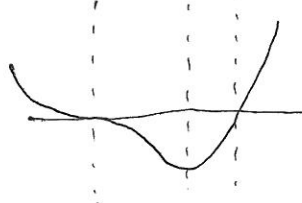
\rightarrow 실수 t 에 대하여 $g(a) = h(t)$, $h(3) = 0$, $h(t)$ 는 $t=2$ 일 때 $\max = 27$.



(i) $b=3$, (ii) $a=3$ 이라 하면,

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad f(x) &= 4(x-a)^2(x-2) \\ &= 4(x^2 - 2ax + a^2)(x-2) \\ &= 4(x^3 - 2(1+a)x^2 + (4a+a^2)x - 2a^2) \\ &= 4x^3 - 8(1+a)x^2 + (16a+4a^2)x - 8a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad f(x) &= 4(x-2)(x-3)^2 \\ &= 4(x-2)(x^2 - 6x + 9) \\ &= 4(x^3 - 8x^2 + 21x - 18) \\ &= 4x^3 - 32x^2 + 84x - 72. \end{aligned}$$



$y=g(x)$, ($a < 2 < b$).

$y=g(x)$, ($b < 2 < a$).

(i) (ii) $2 \int_2^3 f(x) dx = 27$.

(i)에서 $\left[x^4 - \frac{8(1+a)}{3}x^3 + (16a+4a^2)x^2 - 8a^2x \right]_2^3$

$$= (81 - 72 - 72a + 72a + 18a^2 - 24a^2) - (16 - \frac{64}{3} - \frac{64}{3}a + 32a + 8a^2 - 16a^2)$$

$$= 2a^2 - \frac{32}{3}a + \frac{43}{3} = 27. \quad \therefore 6a^2 - 32a - 38 = 0 \text{ 에서 } 3a^2 - 16a - 19 = (3a-19)(a+1) = 0.$$

$\therefore a = -1$, ($\because a < 2$). $f(x) = 4(x+1)^2(x-2)$, $f(5) = 4 \times 36 \times 3 = 12 \times 36 = 360 + 72 = 432$.

(ii)에서 $\left[x^4 - \frac{32}{3}x^3 + 42x^2 - 72x \right]_2^3 = (81 - 288 + 378 - 216) - (16 - \frac{256}{3} + 168 - 144) = 27$ (불가)

($\because \frac{256}{3}$ 은 정수가 아닌 유리수. \therefore 계산결과가 27이라는 정수도 나올 수 없다)