

제 2 교시

수학 영역(나형)

5 지 선 다 형

1. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 5)$ 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

2. 방정식 $\left(\frac{1}{4}\right)^{-x} = 64$ 를 만족시키는 실수 x 의 값은? [2점]

- ① -3 ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ 3 ⑤ 9

3. θ 가 제3사분면의 각이고 $\cos\theta = -\frac{4}{5}$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은?

[2점]

- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

4. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 + a_3 = 2(a_1 + 12)$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공차는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

5. $\int_5^2 2t dt - \int_5^0 2t dt$ 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

6. 모든 실수에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$(x-1)f(x) = x^2 - 3x + 2$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 두 곡선 $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ 와 $y = \sin 4x$ 가

만나는 점의 개수는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

8. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y = -x$ 가 곡선 $y = a^x$ 과
만나는 점의 좌표를 $(p, -p)$, 곡선 $y = a^{2x}$ 과 만나는 점의
좌표를 $(q, -q)$ 라 할 때, $\log_a pq = -8$ 이다. $p + 2q$ 의 값은?

[3점]

- ① 0 ② -2 ③ -4 ④ -6 ⑤ -8

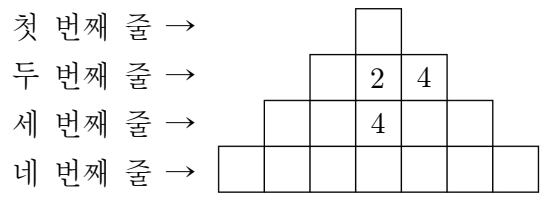
9. 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2 + ax + 1$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 9$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

10. 그림은 16개의 칸 중 3개의 칸에 다음 규칙을 만족시키도록 수를 써 넣은 것이다.

(가) 가로로 인접한 두 칸에서 오른쪽 칸의 수는 왼쪽 칸의 수의 2배이다.
 (나) 세로로 인접한 두 칸에서 아래쪽 칸의 수는 위쪽 칸의 수의 2배이다.



이 규칙을 만족시키도록 나머지 칸에 수를 써 넣을 때, 네 번째 줄에 있는 모든 수의 합은? [3점]

- ① 119
- ② 127
- ③ 135
- ④ 143
- ⑤ 151

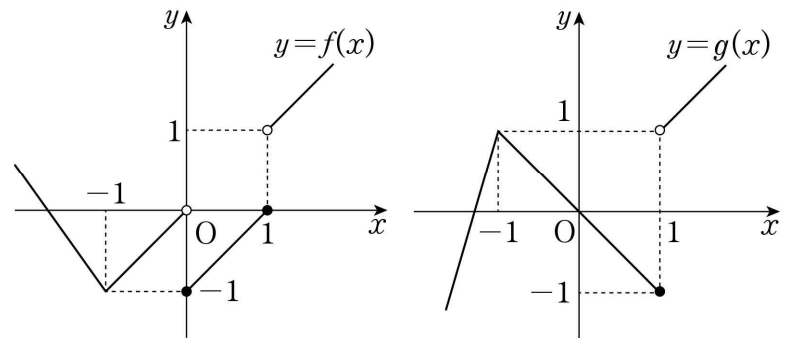
11. 등차수열 $\{a_n\}$, 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여 $a_1 = b_1 = 3$ 이고

$$b_3 = -a_2, a_2 + b_2 = a_3 + b_3$$

일 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① -9 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 9

12. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

- < 보 기 >
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)g(x) = -1$
 - ㄴ. $f(1)g(1) = 0$
 - ㄷ. 함수 $f(x)g(x)$ 는 $x=1$ 에서 불연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ

- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

13. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 x 축에 접한다. 함수 $g(x)=(x-3)f'(x)$ 에 대하여 곡선 $y=g(x)$ 가 y 축에 대하여 대칭일 때, $f(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

14. 세 숫자 1, 2, 3 만을 사용하여 일곱 자리의 자연수를 만들 때, 세 숫자 1, 2, 3을 모두 한 번 이상씩 사용하고 숫자 2를 반드시 짝수 번째 자리에만 오도록 놓는 경우의 수를 구하려고 한다. 다음은 이것을 구하는 과정의 일부이다.

일곱 자리의 자연수를 만들 때, 짝수 번째 자리는 세 군데이므로 숫자 2는 많아야 세 번 사용할 수 있다.

(i) 숫자 2를 한 번 사용한 경우
 2를 십의 자리에 오도록 놓으면 조건을 만족시키도록 만들 수 있는 자연수는 나머지 자리에 1, 1, 1, 1, 1, 3 또는 1, 1, 1, 1, 3, 3 또는 1, 1, 1, 3, 3, 3 또는 1, 1, 3, 3, 3, 3 또는 1, 3, 3, 3, 3, 3을 나열한 것이므로 그 경우의 수는 (가)이다.

2를 짝수 번째 자리에 한 번 오도록 놓는 경우의 수는 세 군데 중 한 군데를 선택하는 경우의 수와 같으므로 ${}_3C_1$ 이다.

그러므로 숫자 2를 한 번 사용했을 때 일곱 자리의 자연수를 만들 수 있는 경우의 수는 (나)이다.

(ii) 숫자 2를 두 번 사용한 경우
 : (중략)

(iii) 숫자 2를 세 번 사용한 경우
 2를 모든 짝수 번째 자리에 오도록 놓으면 조건을 만족시키도록 만들 수 있는 자연수는 홀수 번째 자리에 1, 3을 모두 한 번 이상씩 사용하여 나열한 것이므로 그 경우의 수는 (다)이다.

따라서 (i), (ii), (iii)에 의해 구하는 경우의 수는 290이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때, $p+q+r$ 의 값은? [4점]

- ① 262 ② 267 ③ 272 ④ 277 ⑤ 282

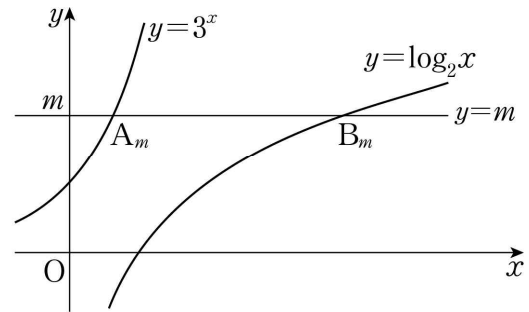
15. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \sum_{k=1}^n k a_k$$

를 만족시킨다. $a_1 = 2$ 일 때, $a_2 + \frac{a_{51}}{a_{50}}$ 의 값은? [4점]

- ① 47 ② 49 ③ 51 ④ 53 ⑤ 55

16. 그림과 같이 자연수 m 에 대하여 두 함수 $y=3^x$, $y=\log_2 x$ 의 그래프와 직선 $y=m$ 이 만나는 점을 각각 A_m , B_m 이라 하자. 선분 $A_m B_m$ 의 길이 중 자연수인 것을 작은 수부터 크기순으로 나열하여 a_1, a_2, a_3, \dots 이라 할 때, a_3 의 값은? [4점]



- ① 502 ② 504 ③ 506 ④ 508 ⑤ 510

17. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
 $a_3 = 42$ 일 때, 다음 조건을 만족시키는 4 이상의 자연수 k 의
 값은? [4점]

(가) $a_{k-3} + a_{k-1} = -24$
 (나) $S_k = k^2$

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

18. $a > 0$ 인 상수 a 에 대하여 함수 $f(x) = |(x^2 - 9)(x + a)|$ 가
 오직 한 개의 x 값에서만 미분가능하지 않을 때, 함수 $f(x)$ 의
 극댓값은? [4점]

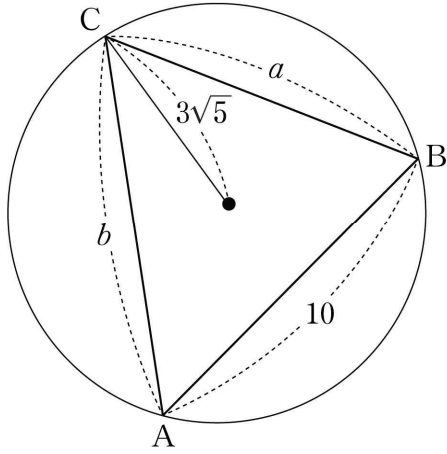
- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

19. 길이가 각각 10, a , b 인 세 선분 AB, BC, CA를 각 변으로 하는 예각삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 세 꼭짓점을 지나는 원의 반지름의 길이가 $3\sqrt{5}$ 이고

$$\frac{a^2 + b^2 - ab \cos C}{ab} = \frac{4}{3}$$

일 때, ab 의 값은? [4점]

- ① 140 ② 150 ③ 160 ④ 170 ⑤ 180



20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x f(t)dt + f(x)$$

라 할 때, 함수 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 에서 극댓값 0을 갖는다.
 (나) 함수 $g(x)$ 의 도함수 $y=g'(x)$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

$f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

21. 이차함수 $g(x) = x^2 - 6x + 10$ 에 대하여 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x) = 0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.
- (나) 함수 $(g \circ f)(x)$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, 방정식 $g(f(x)) = m$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
- (다) 방정식 $g(f(x)) = 17$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 합은? [4점]

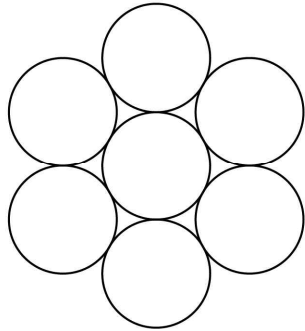
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

단답형

22. $\sum_{k=1}^5 k^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^4 + 3x^2 + 9x - 27$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

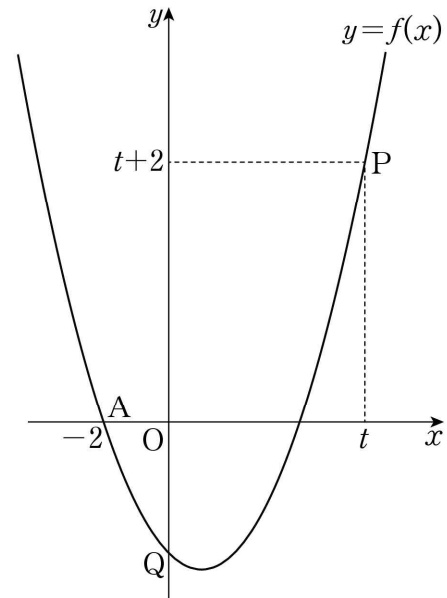
24. 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 7개의 원이 있다.



7개의 원에 서로 다른 7개의 색을 모두 사용하여 색칠하는 경우의 수를 구하시오. (단, 한 원에는 한 가지 색만 칠하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

25. $10 \leq x < 1000$ 인 실수 x 에 대하여 $\log x^3 - \log \frac{1}{x^2}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 x 의 개수를 구하시오. [3점]

26. 최고차항의 계수가 1이고 두 점 $A(-2, 0)$, $P(t, t+2)$ 를 지나는 이차함수 $f(x)$ 가 있다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 Q 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} (\sqrt{2} \times \overline{AP} - \overline{AQ})$ 의 값을 구하시오. (단, $t \neq -2$) [4점]



27. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 속도 $v(t)$ 가 $v(t) = 3t^2 - 12t + 9$ 이다. 점 P가 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 처음으로 운동 방향을 바꾼 순간의 위치를 A라 하자. 점 P가 A에서 방향을 바꾼 순간부터 다시 A로 돌아올 때까지 움직인 거리를 구하시오. [4점]

28. 자연수 a 에 대하여 두 함수

$$f(x) = -x^4 - 2x^3 - x^2, \quad g(x) = 3x^2 + a$$

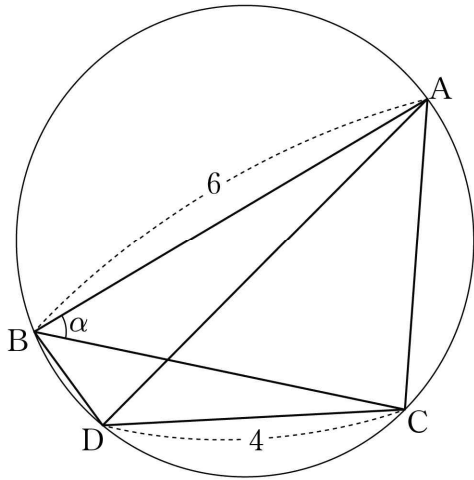
가 있다. 다음을 만족시키는 a 의 값을 구하시오. [4점]

모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$f(x) \leq 12x + k \leq g(x)$$

를 만족시키는 자연수 k 의 개수는 3이다.

29. 그림과 같이 예각삼각형 ABC가 한 원에 내접하고 있다. $\overline{AB}=6$ 이고, $\angle ABC = \alpha$ 라 할 때 $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ 이다. 점 A를 지나지 않는 호 BC 위의 점 D에 대하여 $\overline{CD}=4$ 이다. 두 삼각형 ABD, CBD의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 할 때, $S_1 : S_2 = 9 : 5$ 이다. 삼각형 ADC의 넓이를 S 라 할 때, S^2 의 값을 구하시오. [4점]

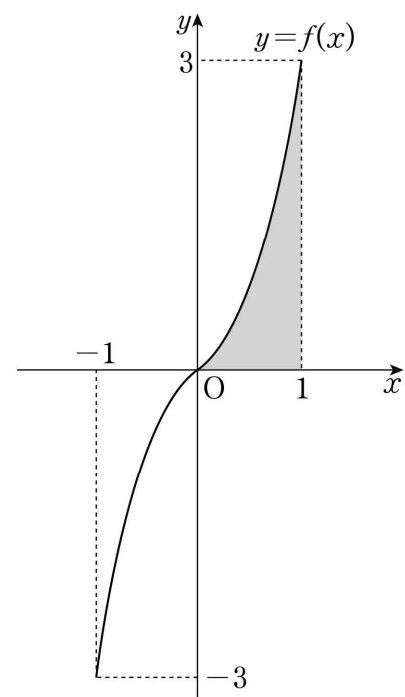


30. 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 는 정의역에서 증가하고 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 가 성립할 때, 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 $g(x) = f(x)$ 이다.
- (나) 닫힌구간 $[2n-1, 2n+1]$ 에서 함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $2n$ 만큼, y 축의 방향으로 $6n$ 만큼 평행이동한 그래프이다. (단, n 은 자연수이다.)

$f(1) = 3$ 이고 $\int_0^1 f(x)dx = 1$ 일 때, $\int_3^6 g(x)dx$ 의 값을 구하시오.

[4점]



- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.