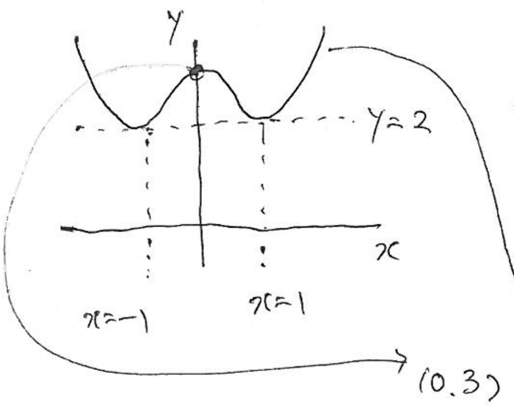
* 2018년 7월 시행 교육청 고3 수학 나형 20번.

$f(x)=x^4+\cdots$, for $\forall x$, $f'(-x)=-f'(x)$.

→ $f'(x)$는 원점대칭, ∴ $f(x)$는 y축 대칭.

- 원점대칭함수의 적분함수는 y축 대칭 (항상 참)
- y축대칭함수의 적분함수는
  - 점대칭 (항상 참)
  - 원점대칭 (적분상수가 0일 때만 참)

$f'(1)=0$, $f(1)=2$. ∴ $f'(-1)=0$, $f(-1)=2$, $f'(0)=0$ → y축 대칭인 4차함수라면 $x=0$일 때 극값을 가져야 한다.



$f'(x)=4x(x^2-1)=4x^3-4x$

$f(x)=x^4-2x^2+C$ 에서 (1,2)를 만족하므로

$f(x)=x^4-2x^2+3$.

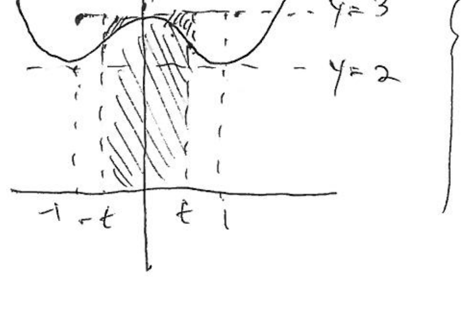
ㄱ. True. ㄴ. 모든 실수 k에 대하여 $\int_{-k}^{0} f(x)dx=\int_{0}^{k} f(x)dx$ (True, y축 대칭).

ㄷ. $0<t<1$, 모든 실수 t에 대하여 $\int_{-t}^{t} f(x)dx<6t$.

$$\int_{-t}^{t} f(x)dx = 2\times\int_0^t \{x^4-2x^2+3\}dx = 2\times\left(\frac{t^5}{5}-\frac{2t^3}{3}+3t\right)<6t$$

$$\therefore \frac{t^5}{5}-\frac{2t^3}{3}=t^3\left(\frac{t^2}{5}-\frac{2}{3}\right)<0 \Rightarrow \frac{t^2}{5}-\frac{2}{3}<0 \ (\because t^3>0).$$

$$\therefore -\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}}<t<\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}}$$ ($(0<t<1)$이 이 구간에 포함되므로 True).



$\int_{-t}^{t} f(x)dx=\boxed{\ }$. $6t=\boxed{\ }+\boxed{\ }$

→ ∴ True.

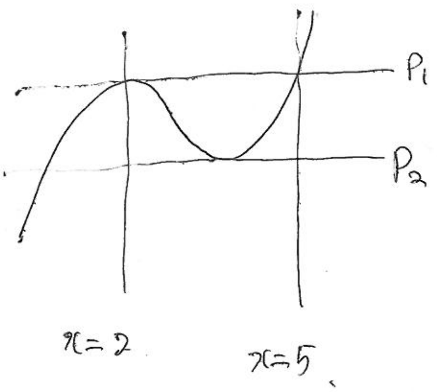
* 2018년 7월 시행 교육청 모3수학 나형 17번.

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ ($f(0) = 0$)

(가) $f(2) = f(5)$ → 극대, 극소 존재.

(나) 방정식 $f(x) - p = 0$ ($\Leftrightarrow f(x) = p$)의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되게 하는

실수 p의 최댓값은 $f(2)$.



왼쪽 그림과 다른 y값에서 p가 형성되면 방정식 $f(x) - p = 0$의 서로 다른 실근의 개수는 1 또는 3이다.

∴ p값들은 3차함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값을 의미한다.

$f'(2) = 0$. $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ 이므로

① $12 + 4a + b = 0$

② $8 + 4a + 2b = 125 + 25a + 5b$ ($f(2) = f(5)$)

①에서 $b = -4a - 12$ 이므로 ②에 대입하면 $8 + 4a - 8a - 24 = 125 + 25a - 20a - 60$

∴ $9a = -81$. ∴ $a = -9$, $b = 24$. $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x$.

∴ $\int_0^2 f(x)\,dx = \left[\frac{x^4}{4} - 3x^3 + 12x^2\right]_0^2 = 4 - 24 + 48 = 28$