

2021  
수특

2021 . EBS 수능특강 수학1 5. 등차수열과 등비수열(1)

이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」, 「저작권법」에 따라 보호됩니다.  
본 콘텐츠의 무단 배포 시, 콘텐츠산업 진흥법과 저작권법에 의거하여 책임을 질 수 있습니다.

p73 1번 단순 변형

1. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  
 $a_1 + a_2 = 7$ ,  $a_3 + a_4 + a_5 = 33$  일 때,  $a_6$ 의 값은?  
① 16    ② 17    ③ 18    ④ 19    ⑤ 20

p75 3번 단순 변형

4. 3과 13사이에  $k$ 개의 수를 넣어 만든 수열  
3,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ , ...,  $a_k$ , 13  
가 이 순서대로 등차수열을 이루고 모든 수의  
합이 120일 때,  $a_7$ 의 값을 구하시오.

p73 2번 단순 변형

2. 세 수  $2$ ,  $\log_9 a$ ,  $3\log_3 2$   
은 이 순서대로 등차수열을 이룬다. 양수  $a$ 의  
값을 구하시오.

p77 5번 단순 변형

5. 첫째항이 2인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  
 $a_3 + 18 = 6a_2$  일 때,  $a_5 - a_4$ 의 값은?  
① 116    ② 112    ③ 108    ④ 104    ⑤ 100

p75 3번 단순 변형

3. 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의  
합을  $S_n$ 이라 하자.  
 $a_{11} = 20$ ,  $S_{11} = 341$  일 때,  $S_6$ 의 값은?

p77 6번 단순 변형

6. 세 수  $\cos \frac{2\pi}{3}$ ,  $2\sin \frac{1}{2}\pi$ ,  $k$  가 이 순서대로  
등비수열을 이룰 때,  $k$ 의 값을 구하시오.  
① -8    ② -7    ③ -6    ④ -5    ⑤ -4

p79 7번 단순 변형

7. 공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 = 243$ ,  $a_2 a_3 a_4 = 27$ 일 때,

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_7 = \frac{q}{p} \left\{ 1 - \left( \frac{1}{r} \right)^7 \right\} \text{이다.}$$

$\frac{q}{r} + p$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

- ① 250    ② 251    ③ 252    ④ 253    ⑤ 254

p80 2번 단순 변형

10. 등차수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_3 - a_6 = 9$ ,  $a_{10} = 20$ 일 때,  $a_k < 0$ 을 만족시키는 자연수  $k$ 의 최솟값은?

- ① 17    ② 16    ③ 15    ④ 14    ⑤ 13

p79 8번 단순 변형

8. 공비가 실수인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째 항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$S_5 = 6$ ,  $S_{10} = 72$ 일 때,  $S_{15}$ 의 값은?

- ① 778    ② 788    ③ 798    ④ 808    ⑤ 818

p80 1번 단순 변형

9. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 = 5$ ,  $a_3 = 15$ 일 때,  $a_6$ 의 값은?

- ① 27    ② 28    ③ 29    ④ 30    ⑤ 31

## 정답 및 해설

1	②	2	72	3	219	4	8	5	③
6	①	7	②	8	③	9	④	10	①

1) 정답 ②

[출제범위: 등차수열과 등비수열]

등차수열  $\{a_n\}$ 의 공차를  $d$ 라 하자.

$$a_1 + a_2 = a_1 + (a_1 + d) = 7 \text{에서}$$

$$2a_1 + d = 7 \quad \text{ⓐ}$$

$$a_3 + a_4 + a_5 = 33 \text{에서}$$

$a_4$ 는  $a_3$ 과  $a_5$ 의 등차중항이므로

$$a_3 + a_5 = 2a_4$$

$$\text{이때 } a_3 + a_4 + a_5 = 2a_4 + a_4 = 3a_4 = 33$$

이므로  $a_4 = 11$  이다.

$$a_1 + 3d = 11 \quad \text{ⓑ}$$

$3 \times \text{ⓐ} - \text{ⓑ}$ 을 하면

$$5a_1 = 10$$

$$a_1 = 2$$

$a_1 = 2$  을 ⓐ에 대입하면

$$4 + d = 7$$

$$d = 3$$

따라서  $a_1 = 2$ ,  $d = 3$ 이므로

$$a_6 = 2 + 5 \times 3$$

$$= 17$$

### 필수 개념

▶ 등차수열의 일반항

$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad a_1 \text{은 초항, } d \text{는 공차}$$

2) 정답 72

[출제범위: 등차수열과 등비수열]

세 수  $2, \log_9 a, 3\log_3 2$ 은 이 순서대로 등차수열을 이루므로 등차중항의 성질에 의하여

$$2\log_9 a = 2 + 3\log_3 2$$

학습자료의 모든 것, EBS 분석·변형문제

이때

$$(\text{좌변}) = 2\log_9 a$$

$$= \log_3 a$$

$$(\text{우변}) = 2 + 3\log_3 2$$

$$= \log_3 9 + \log_3 2^3$$

$$= \log_3 (9 \times 2^3)$$

$$= \log_3 72$$

이므로

$$\log_3 a = \log_3 72$$

$$\therefore a = 72$$

### 필수 개념

▶ 등차중항

세 수  $a, x, b$ 가 등차수열을 이룰 때,

$2x = a + b$ 이고,  $x$ 를 등차중항이라고 한다.

3) 정답 219

[출제범위: 등차수열과 등비수열]

$$S_{11} = \frac{11(a_1 + a_{11})}{2} = \frac{11(a_1 + 20)}{2} = 341 \text{ 에서}$$

$$\therefore a_1 = 42$$

한편 세 수  $a_1, a_6, a_{11}$  는 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$a_6 = \frac{a_1 + a_{11}}{2} = \frac{42 + 20}{2} = 31$$

따라서

$$S_6 = \frac{6(a_1 + a_6)}{2}$$

$$= \frac{6(42 + 31)}{2}$$

$$= 219$$

다른 풀이

$$S_{11} = \frac{11(2a_1 + 10d)}{2} = 341 \text{ 에서}$$

$$2a_1 + 10d = 62$$

나무아카데미 [www.namuacademy.com](http://www.namuacademy.com)

$$a_{11} = a_1 + 10d = 20$$

에서  $a_1 = 42$ ,  $d = -\frac{11}{5}$ 이다.

$$S_6 = \frac{6(2a_1 + 5d)}{2} = \frac{6\left(84 + 5 \times \left(-\frac{11}{5}\right)\right)}{2} = 219$$

#### 필수 개념

▶ 등차수열의 합

$$S_n = \frac{n\{2a + (n-1)d\}}{2} = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

4) 정답 8

[출제범위: 등차수열과 등비수열]

첫째 항이 3, 항의 개수가  $k+2$ , 제  $(k+2)$  항이 13 인 등차수열의 합이 120이므로

$$\frac{(k+2)(3+13)}{2} = 120$$

$$8(k+2) = 120, \therefore k = 13$$

주어진 등차수열의 공차를  $d$ 라 하면 13는 제 15항이므로

$$13 = 3 + 14d, \quad d = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

$$\begin{aligned} \therefore a_7 &= 3 + 7d \\ &= 3 + 7 \times \frac{5}{7} = 8 \end{aligned}$$

#### 필수 개념

▶ 등차수열의 합

$$S_n = \frac{n\{2a + (n-1)d\}}{2} = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

5) 정답 ③

[출제범위: 등차수열과 등비수열]

등비수열  $\{a_n\}$ 의 공비를  $r$ 라 하자.

$$a_1 = 2 \text{이므로 } a_3 + 18 = 6a_2 \text{에서}$$

$$2r^2 + 18 = 6 \times 2r$$

$$r^2 - 6r + 9 = 0$$

$$(r-3)^2 = 0$$

$$r = 3$$

$$\begin{aligned} \therefore a_5 - a_4 &= 2 \times 3^4 - 2 \times 3^3 \\ &= 162 - 54 = 108 \end{aligned}$$

#### 필수 개념

▶ 등비수열의 일반항

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \quad a_1 \text{은 초항, } r \text{는 공비}$$

6) 정답 ①

[출제범위: 등차수열과 등비수열]

$$\cos \frac{2\pi}{3} = \cos\left(\pi - \frac{1}{3}\pi\right) = -\cos\left(\frac{1}{3}\pi\right) = -\frac{1}{2}$$

$$2 \sin \frac{1}{2}\pi = 2 \times 1 = 2$$

세 수  $-\frac{1}{2}$ , 2,  $k$ 가 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$-\frac{1}{2} \times k = 2^2$$

$$\therefore k = -8$$

#### 다른 풀이

공비를  $r$ 이라고 하자.

$$-\frac{1}{2}, 2, k \text{가 등비수열을 이루므로 } -\frac{1}{2} \times r = 2$$

이므로  $r = -4$ 이다.

$$2 \times r = k$$

$$2 \times (-4) = k$$

$$k = -8 \text{이다.}$$

#### 필수 개념

▶ 삼각함수의 성질

$$\cos(180^\circ - x) = -\cos x^\circ$$

$$\cos(180^\circ + x) = -\cos x^\circ$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos x$$

$$\cos(\pi + x) = -\cos x$$

**필수 개념**

▶ 등비중항

세 수  $a, x, b$ 가 등비수열을 이룰 때,  
 $x^2 = a \times b$ 이고,  $x$ 를 등비중항이라고 한다.

7)정답②

[출제범위: 등차수열과 등비수열]

등비수열  $\{a_n\}$ 의 공비를  $r$  ( $r > 0$ ) 이라 하자.

$$a_2 a_4 = a_3^2 \text{이므로}$$

$$a_2 a_3 a_4 = 27 \text{ 에서}$$

$$a_3^3 = 27$$

$$\text{즉, } a_3 = 3$$

$$\text{이때 } a_1 = 243 = 3^5 \text{이므로}$$

$$243r^2 = 3$$

$$r^2 = \frac{1}{81}$$

$$r > 0 \text{이므로}$$

$$r = \frac{1}{9}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_7 = \frac{3^5 \left\{ 1 - \left( \frac{1}{9} \right)^7 \right\}}{1 - \frac{1}{9}}$$

$$= \frac{3^7 \left\{ 1 - \left( \frac{1}{9} \right)^7 \right\}}{8}$$

따라서  $p = 8, q = 3^7, r = 9$ , 이므로

$$\therefore \frac{q}{r} + p = \frac{3^7}{9} + 8 = 251$$

**필수 개념**

▶ 등비수열의 합 ( $a$ 는 초항,  $r$ 은 공비)

$$r > 1, S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$r = 1, S_n = an$$

$$r < 1, S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

8)정답③

[출제범위: 등차수열과 등비수열]

등비수열  $\{a_n\}$ 의 공비를  $r$ 라 하자.

$$r = 1 \text{이면 } S_5 = 5a_1 = 6 \text{에서}$$

$$a_1 = \frac{6}{5}$$

$$\text{이때 } S_{10} = 10a_1 = 12 \text{이므로}$$

$$S_{10} \neq 72$$

따라서  $r \neq 1$

$$S_5 = \frac{a_1(r^5 - 1)}{r - 1} = 6 \quad \dots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$S_{10} = \frac{a_1(r^{10} - 1)}{r - 1} = \frac{a_1(r^5 - 1)(r^5 + 1)}{r - 1} = 72 \quad \dots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$6(r^5 + 1) = 72$$

$$r^5 = 11$$

따라서

$$S_{15} = \frac{a_1(r^{15} - 1)}{r - 1} = \frac{a_1(r^5 - 1)\{(r^5)^2 + r^5 + 1\}}{r - 1} = \frac{6 \times (11^2 + 11 + 1)}{1} = 798$$

**필수 개념**

▶ 인수분해 공식

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

**다른 풀이**

$$S_5 = a + ar + ar^2 + \dots + ar^4 = 6$$

$$S_{10} - S_5 = ar^5 + ar^6 + ar^7 + \dots + ar^9 = ar^5(1 + r + r^2 + r^3 + r^4)$$

$$S_{15} - S_{10} = ar^{10} + ar^{11} + ar^{12} + \dots + ar^{14} \text{ 이므로}$$

$$= ar^{10}(1 + r + r^2 + r^3 + r^4)$$

$S_5, S_{10} - S_5, S_{15} - S_{10}$ 은 공비가  $r^5$ 인 등비수열을 이룬다.

$$S_5 = 6$$

$$S_{10} - S_5 = 72 - 6 = 66$$

$$S_{15} - S_{10} = 66 \times 11 = 726$$

$$S_{15} = 726 + S_{10} = 726 + 72 = 798$$

9) 정답④

[출제범위: 등차수열과 등비수열]

등차수열  $\{a_n\}$ 의 공차를  $d$ 라 하자.

$$a_3 = 5 + 2d = 15 \text{에서}$$

$$d = 5$$

$$\text{따라서 } a_6 = 5 + 5 \times 5 = 30$$

필수 개념

▶ 등차수열의 일반항

$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad a_1 \text{은 초항, } d \text{는 공차}$$

10) 정답①

[출제범위: 등차수열과 등비수열]

등차수열  $\{a_n\}$ 의 공차를  $d$ 라 하면

$$a_3 - a_6 = -3d = 9$$

$$d = -3$$

$$\text{또 } a_{10} = a_1 + 9 \times (-3) = 20 \text{에서}$$

$$a_1 = 47$$

$$\text{이때 } a_k = 47 + (k-1) \times (-3) < 0 \text{에서}$$

$$3k > 50$$

$$k > \frac{50}{3}$$

$\therefore$  자연수  $k$ 의 최솟값은 17이다.

필수 개념

▶ 등차수열의 일반항

$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad a_1 \text{은 초항, } d \text{는 공차}$$