

bmimtyo's mean velocity-internal division



물체가 등가속도 직선 운동할 때, 평균속도라는 개념을 이용해 문제를 푸는 경우가 많습니다.

처음 속도를 v_i , 나중 속도를 v_f 라 하면, 평균속도를 구하는 식은 다들 아시다시피 $\frac{v_i + v_f}{2}$ 입니다.

물체가 등가속도 직선 운동을 하긴 하는데, 구간에 따라 그 가속도가 서로 다른 경우도 있습니다.

전체 구간의 평균속도를 구하고 싶으면, 각 구간에서의 평균속도를 모아서 이들의 평균을 구할 수 있습니다.

이때, 각 구간에서 운동하는 시간의 비를 고려해야 합니다.

※ 최근에 나온 기출문제 5개와 수능특강 한 문제를 실었습니다. 그중 한 문제는 제가 약간 변형을 했습니다.

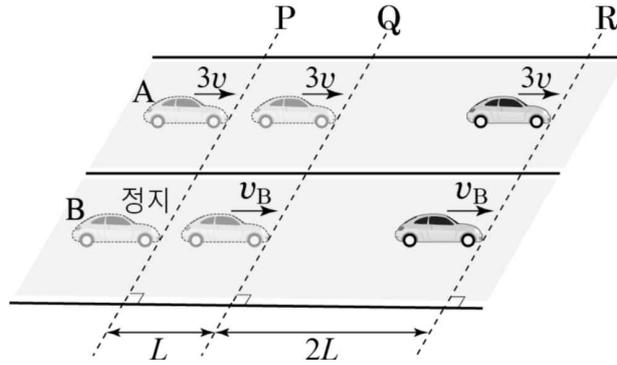
※ 가속도가 구간에 따라 다른 등가속도 직선 운동의 경우 속도-시간 그래프를 그려서 보는 게 편할 수 있습니다. 해설에서 속도-시간 그래프를 활용하였습니다.

※ 그냥 전체 변위를 전체 시간으로 나누는 방법으로 평균속도를 구할 수 있습니다. 아래 내용을 한번 연습해보시고 자신에게 더 맞는 방법을 고르겠다는 생각으로 봐주시면 좋겠습니다.

※ 속도-시간 그래프를 컴퓨터로 그리는 것보다 종이에 그려서 삼입하는 게 나을 것 같습니다. 양해 바랍니다.

2019년 9월 교육청 고2 18번

그림과 같이 직선 도로에서 자동차 A가 기준선 P를 $3v$ 의 속력으로 통과하는 순간, P에 정지해 있던 자동차 B가 출발하여 두 자동차는 도로와 나란하게 운동하여 기준선 R를 동시에 통과한다. A는 R에 도달할 때까지 일정한 속력 $3v$ 로 운동한다. B는 P에서 기준선 Q까지 등가속도 운동을 하여 Q를 속력 v_B 로 통과하고, 이후 R까지 v_B 의 일정한 속력으로 운동한다. P에서 Q까지의 거리는 L , Q에서 R까지의 거리는 $2L$ 이다. v_B 는? (단, 자동차의 크기는 무시한다.) [3점]



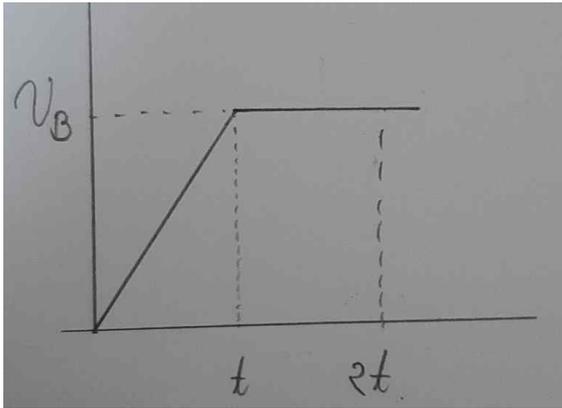
- ① $4v$ ② $5v$ ③ $6v$ ④ $7v$ ⑤ $8v$

두 자동차 A, B는 P에서 동시에 출발하여 R에 동시에 도달하였습니다.

A의 평균속도와 B의 평균속도가 같아야 합니다.

A는 등속도 운동하였으므로 A의 평균속도는 $3v$ 입니다.

B의 운동 상태를 속도-시간 그래프를 통해 보겠습니다.

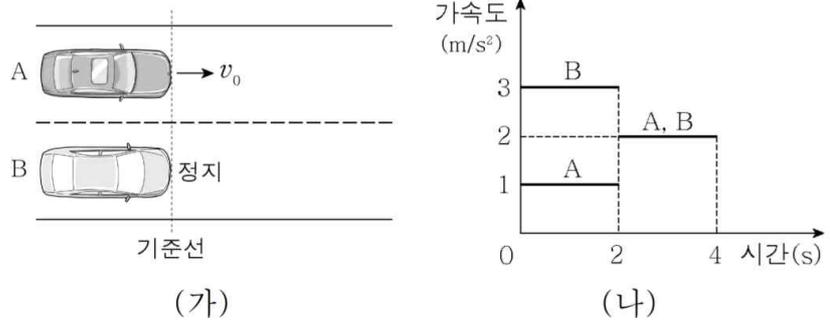


구간을 $(0, t)$, $(t, 2t)$ 두 개로 나눕니다. 각 구간의 평균속도는 $\frac{v_B}{2}$, v_B 입니다.

구간 운동 시간이 t 로 같으므로 전체 구간 $(0, 2t)$ 의 평균속도는 이들의 평균인 $\frac{3v_B}{4}$ 이고, 이 값이 $3v$ 여야 하므로 $v_B = 4v$ 입니다. 정답은 ①입니다.

2017년 10월 교육청 17번

그림 (가)는 직선 도로에서 0초일 때 자동차 A가 기준선을 v_0 의 속력으로 통과하고, 자동차 B는 정지 상태에서 A와 같은 방향으로 출발하는 모습을 나타낸 것이다. 0초에서 4초까지, A, B의 이동 거리는 서로 같다. 그림 (나)는 A, B의 가속도를 시간에 따라 나타낸 것이다.

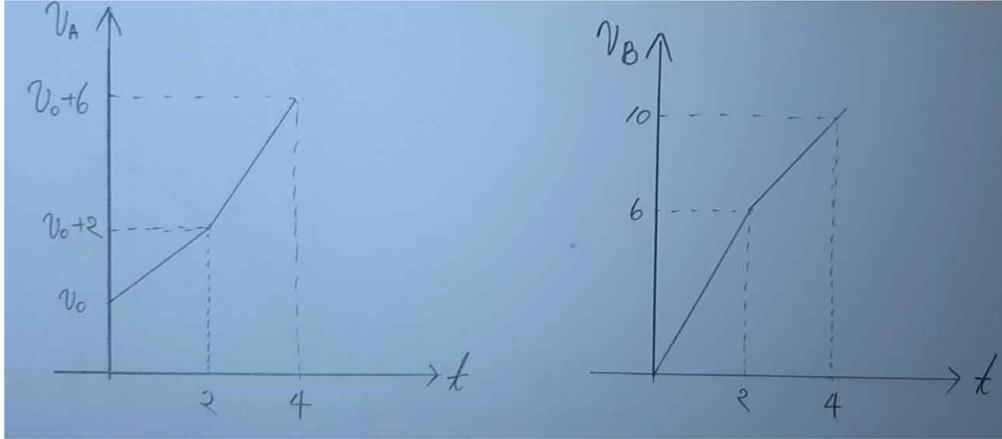


v_0 은? (단, A, B는 도로와 평행한 직선 경로를 따라 운동한다.) [3점]

- ① 1m/s ② 2m/s ③ 3m/s ④ 4m/s ⑤ 5m/s

0초에서 4초까지 A, B의 이동 거리는 서로 같으므로 0초에서 4초까지 A, B의 평균속도가 같습니다.

A, B의 운동을 속도-시간 그래프를 통해 보겠습니다. 속도 변화량=가속도-시간 그래프의 밑넓이임을 이용합니다.



B의 평균속도를 먼저 구하겠습니다.

구간을 $(0, 2)$, $(2, 4)$ 두 개로 나눕니다. 각 구간의 평균속도는 3m/s , 8m/s 입니다.

구간 운동 시간이 2초로 같으므로 전체 구간 $(0, 4)$ 의 평균속도는 이들의 평균인 $\frac{11}{2}\text{m/s}$ 입니다.

A의 평균속도를 구해서, 이 값이 $\frac{11}{2}\text{m/s}$ 가 되게 하는 v_0 의 값을 구하고자 합니다.

구간을 $(0, 2)$, $(2, 4)$ 로 나눕니다. 각 구간의 평균속도는 $v_0 + 1\text{m/s}$, $v_0 + 4\text{m/s}$

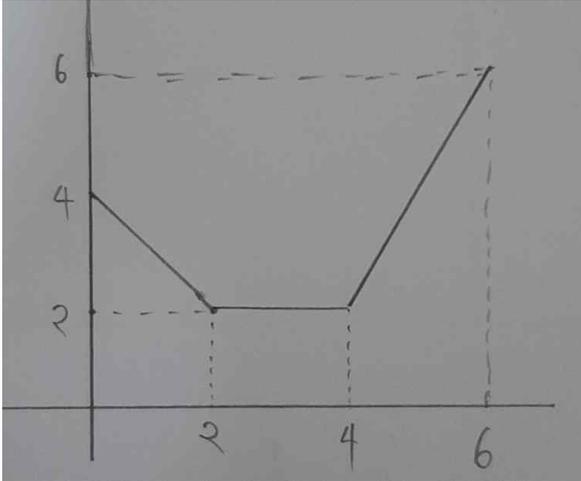
구간 운동 시간이 2초로 같으므로 전체 구간 $(0, 4)$ 의 평균속도는 이들의 평균인 $v_0 + \frac{5}{2}\text{m/s}$ 입니다.

이 값이 $\frac{11}{2}\text{m/s}$ 가 되게 하는 v_0 의 값은 3m/s 입니다. 정답은 ③입니다.

가속도-시간 그래프를 속도-시간 그래프로 변환하기 전에, a 의 값부터 구해야 합니다.

가속도-시간 그래프의 밑넓이=속도 변화량임을 이용하면, Q에서의 속도-P에서의 속도= $2am/s$ 이고, $a = 1m/s^2$ 입니다. 따라서 γ 선택지는 옳습니다.

가속도-시간 그래프를 속도-시간 그래프로 변환하겠습니다.



그래프에서 알 수 있듯, 3초일 때 속력은 $2m/s$ 입니다. 따라서 ι 선택지는 옳습니다.

0초부터 6초까지의 평균 속력을 구하고자 합니다.

구간을 $(0, 2)$, $(2, 4)$, $(4, 6)$ 세 개로 나눕니다. 각 구간의 평균 속력은 $3m/s$, $2m/s$, $4m/s$ 입니다.

구간 운동 시간이 2초로 같으므로 전체 구간의 평균 속력은 이들의 평균인 $3m/s$ 입니다.

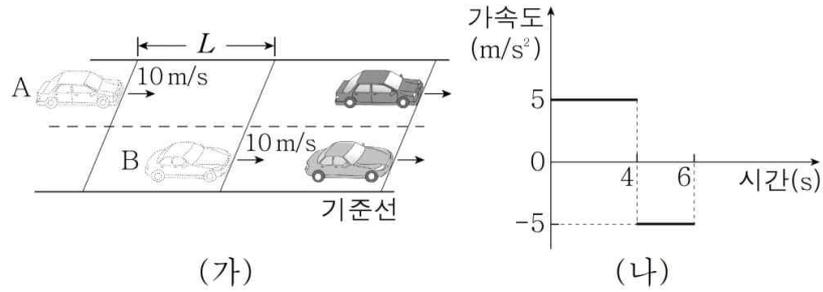
따라서 δ 선택지는 옳습니다. 정답은 ⑤입니다.

여기까지 구간 운동 시간이 같은 문제를 풀어봤습니다.

남은 세 문제는 각 구간 운동 시간이 서로 다릅니다.

2018년 3월 교육청 7번

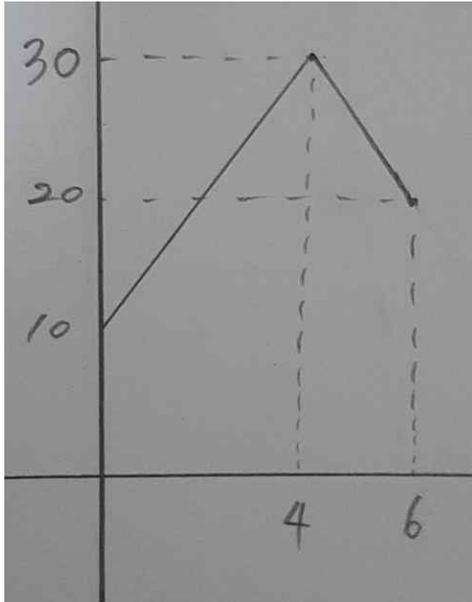
그림 (가)는 자동차 A, B가 평행한 직선 경로를 따라 각각 가속도 운동과 등속도 운동을 하는 모습을 나타낸 것이다. 0초일 때 A, B의 속력은 모두 10m/s이고, B는 A보다 L 만큼 앞에 있다. 6초일 때, A, B는 기준선을 동시에 통과한다. 그림 (나)는 A의 가속도를 시간에 따라 나타낸 것이다.



L 은? (단, A, B의 크기는 무시한다.)

- ① 60m ② 70m ③ 90m ④ 100m ⑤ 130m

B는 등속도 운동을 하므로 B의 이동 거리는 60m입니다. L은 A의 이동 거리에서 60m를 뺀 값입니다. A의 이동 거리를 구하기 위해 가속도-시간 그래프를 속도-시간 그래프로 변환하겠습니다.



밑넓이를 구해서 계산할 수도 있지만, 평균속도를 이용해서 구해보겠습니다.

구간을 (0, 4), (4, 6) 두 개로 나눕니다. 각 구간의 평균속도는 20m/s, 25m/s입니다.

구간 운동 시간이 같지 않습니다. 이럴 때는 평균속도를 구할 때 단순히 20m/s, 25m/s의 평균인 22.5m/s로 구하면 안 됩니다.

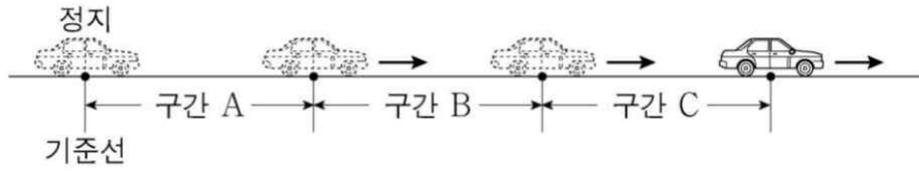
구간 운동 시간의 비는 2:1입니다. 우리가 수학에서 내분점을 계산하듯이 평균속도를 구하면

$$\bar{v} = \frac{2 \times 20 + 1 \times 25}{2 + 1} = \frac{65}{3} \text{ m/s입니다.}$$

6초 동안 A가 이동한 거리는 $\frac{65}{3} \times 6 = 130\text{m}$ 이므로 $L = 70\text{m}$ 입니다. 정답은 ㉔입니다.

2019학년도 수능 11번 변형

그림과 같이 기준선에 정지해 있던 자동차가 출발하여 직선 경로를 따라 운동한다. 자동차는 구간 A에서 등가속도, 구간 B에서 등속도, 구간 C에서 등가속도 운동한다. A, B, C의 길이는 모두 같고, 자동차가 구간을 지나는데 걸린 시간은 A에서가 C에서의 4배이다.

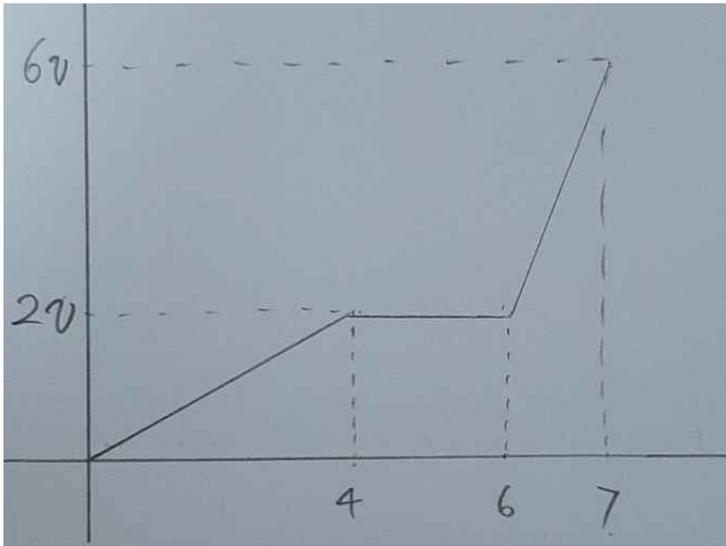


구간 A에서의 평균 속력이 v 일 때, 자동차가 출발할 때부터 구간 C를 지날 때까지의 평균 속력은? [3점]

- ① $\frac{8}{7}v$ ② $\frac{10}{7}v$ ③ $\frac{12}{7}v$ ④ $2v$ ⑤ $\frac{16}{7}v$

구간 A에서의 평균 속력이 v 이므로 자동차가 구간 B로 진입할 때의 속력은 $2v$ 입니다.
 자동차가 구간 A를 지나는 데 걸린 시간이 구간 C를 지나는 데 걸린 시간의 4배이므로 구간 C에서
 의 평균 속력은 $4v$ 입니다.

이 사실과 각 구간의 길이가 동일하다는 조건을 통해 속도-시간 그래프를 그립니다. 시간 축에 간단한
 자연수가 나오도록 합니다.



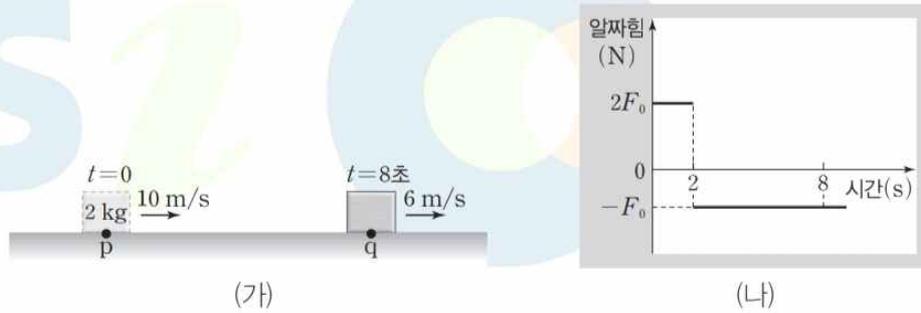
구간을 $(0, 4)$, $(4, 6)$, $(6, 7)$ 세 개로 나눕니다. 각 구간에서의 평균 속력은 $v, 2v, 4v$ 입니다.

구간 운동 시간이 같지 않으므로 전체 구간의 평균 속력을 구할 때 단순히 이들의 평균인 $\frac{7}{3}v$ 로 구하
 면 안 됩니다.

구간 운동 시간의 비는 $4:2:1$ 입니다. 이전 문제보다 구간 개수가 한 개 더 많지만 구하는 방법이 같
 습니다. 전체 구간의 평균 속력은 $\frac{4 \times v + 2 \times 2v + 1 \times 4v}{4 + 2 + 1} = \frac{12}{7}v$ 입니다. 정답은 ㉓입니다.

2021학년도 수능 대비 수능특강 1강 3점 수능 테스트 11번

그림 (가)와 같이 수평면에서 질량이 2 kg 인 물체가 직선 운동을 한다. 물체는 수평면상의 점 p , q 를 각각 시간 $t=0$, $t=8\text{초}$ 일 때 통과하며, p , q 에서 물체의 속력은 각각 10 m/s , 6 m/s 이다. 그림 (나)는 p 를 지나는 순간부터 물체에 작용하는 알짜힘을 시간에 따라 나타낸 것으로, 알짜힘의 방향이 오른쪽일 때 양(+)이다.



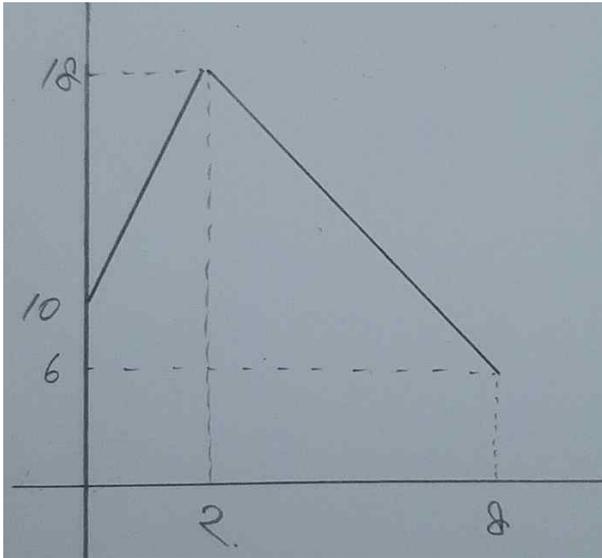
p 와 q 사이의 거리는? (단, 물체의 크기는 무시한다.)

- ① 85 m ② 100 m ③ 125 m ④ 135 m ⑤ 150 m

F_0 의 정확한 값을 문제에서 요구하지 않았습니다. 단지 $(0, 2)$ 에서의 가속도의 크기와 $(2, 8)$ 에서의 가속도의 크기 비가 $2:1$ 임을 이용하면 됩니다. 2초일 때 물체의 속력을 v 라 하겠습니다.

$$\frac{v-10}{2} : \frac{v-6}{6} = 2:1 \text{에서 } v = 18\text{m/s입니다.}$$

속도-시간 그래프를 그리겠습니다.



구간을 $(0, 2)$, $(2, 8)$ 두 개로 나눕니다. 각 구간에서의 평균 속력은 14m/s , 12m/s 입니다.

구간 운동 시간이 같지 않으므로 전체 구간의 평균 속력을 이들의 평균인 13m/s 로 구하면 안 됩니다.

구간 운동 시간의 비는 $1:3$ 입니다. 내분하듯 평균 속력을 계산하면

$$\bar{v} = \frac{1 \times 14 + 3 \times 12}{1 + 3} = \frac{25}{2} \text{m/s입니다.}$$

p 와 q 사이의 거리는 8초 동안 물체의 이동 거리입니다.

이 값은 $\frac{25}{2} \times 8 = 100\text{m}$ 입니다. 정답은 ㉔입니다.