2021 EBS 수능특강 수학1 4. 사인법칙과 코사인법칙(1)

p57 2번 단순 변형

1. 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킬 때, 선분 BC의 길이를 구하여라.

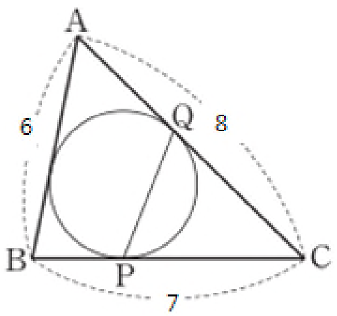
(가) $\sin A \times \sin(B+C) = \frac{9}{16}$

(나) 반지름의 길이가 8인 원에 내접한다.

①8 ②10 ③12 ④14 ⑤16

p59 4번 단순 변형

2.



그림과 같이 $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=7$, $\overline{CA}=8$인 삼각형 ABC에 내접하는 원이 선분 BC와 만나는 점을 P, 선분 CA와 만나는 점을 Q 라 할 때, 선분 PQ의 길이는?

① $\frac{7\sqrt{10}}{6}$ ② $\frac{8\sqrt{10}}{7}$ ③ $\frac{9\sqrt{10}}{8}$

④ $\frac{10\sqrt{10}}{9}$ ⑤ $\frac{11\sqrt{10}}{10}$

p61 6번 단순 변형

3. $b\cos C = c\cos B + a$를 만족시킬 때, 다음 중 삼각형 ABC의 모양으로 항상 옳은 것은?

① 정삼각형

② $b=c$인 이등변삼각형

③ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형

④ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형

⑤ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

p63 7번 단순 변형

4. $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=6$인 삼각형 ABC에서 $\sin(B+C) = \frac{2}{3}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는?

①8 ②9 ③10 ④11 ⑤12

p63 8번 단순 변형

5. $\overline{AD} // \overline{BC}$이고, $\overline{AB}=\overline{CD}$인 등변사다리꼴 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 사각형 ABCD의 넓이는 $16\sqrt{2}$이다. (나) 두 대각선 AC, BD가 이루는 예각의 크기는 45°이다.

$\overline{AC}^2$을 구하시오

①60 ②64 ③68 ④72 ⑤76

p64 1번 단순 변형

6. $\overline{AB}=4$인 삼각형 ABC가 넓이가 9π인 원에 내접할 때, $\sin(\angle BCA)$의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

p64 2번 단순 변형

7. 삼각형 ABC가

$\overline{AB}=15$,

$\cos(\angle ABC)=\frac{2\sqrt{6}}{5}$, $\cos(\angle BCA)=\frac{\sqrt{7}}{4}$

를 만족시킬 때, 선분 $\overline{AC}$의 길이는?

①5 ②4 ③3 ④2 ⑤1

p64 3번 단순 변형

8. $\overline{AB}=5$이고 $\angle CAB=100^\circ$, $\angle ABC=20^\circ$인 삼각형 ABC의 외접원의 넓이는?

① $\frac{23}{3}\pi$ ② 8π ③ $\frac{25}{3}\pi$

④ $\frac{26}{3}\pi$ ⑤ 9π

p64 3번 응용 변형

9. $\triangle ABC$에서 $a=2$, $b=4$, $c=3$일 때, $\triangle ABC$에 외접하는 외접원의 반지름의 길이 R의 값은? (단, $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$, $\overline{AB}=c$)

① $\frac{8\sqrt{15}}{15}$ ② $\frac{8\sqrt{6}}{15}$ ③ $\frac{8\sqrt{3}}{15}$

④ $\frac{5\sqrt{6}}{16}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{16}$

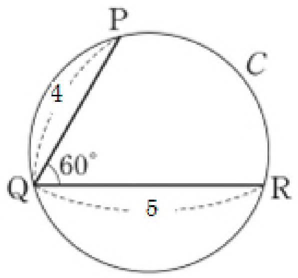
p65 5번 단순 변형

10. 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}=4:5:6$일 때, 삼각형 ABC의 세 각 중 크기가 최대인 각의 크기를 θ라 하자. $\cos\theta$의 값은?

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{1}{11}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

p65 6번 단순 변형

11.



그림과 같이 원 C 위의 세 점 P, Q, R가

$\overline{\mathrm{PQ}}=4$, $\overline{\mathrm{QR}}=5$, $\angle PQR=60^\circ$

를 만족시킬 때, 원 C의 넓이는?

p65 7번 단순 변형

12. 삼각형 ABC가

$\dfrac{\sin A}{6}=\dfrac{\sin B}{8}=\dfrac{\sin C}{9}$

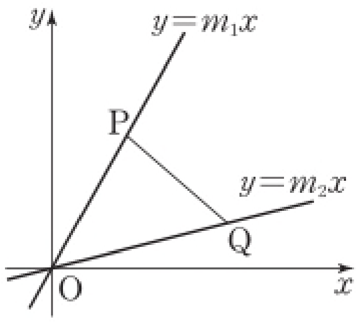
를 만족시킬 때, $\cos A$의 값은?

p65 8번 단순 변형

13. $\overline{\mathrm{AB}}=4$이고 $\angle ABC=135^\circ$인 삼각형 ABC의 넓이가 $8\sqrt{2}$일 때, $\overline{\mathrm{AC}}^2$의 값을 $a+b\sqrt{2}$ 라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 양의 유리수이다)

p66 1번 단순 변형

14.



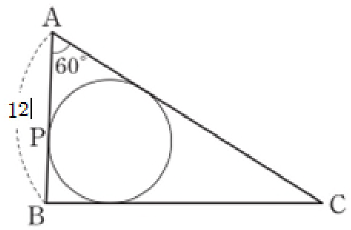
두 양수 m_1, m_2에 대하여 그림과 같이 직선 $y=m_1x$ 위의 제1사분면의 점 P와 직선 $y=m_2x$ 위의 제1사분면의 점 Q가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 직선 $y=m_1x$, $y=m_2x$가 이루는 예각의 크기는 60°이다. (나) $\overline{\mathrm{PQ}}=3$

선분 $\overline{\mathrm{OP}}$의 길이의 최댓값이 M일 때, M^2의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)

p66 2번 단순 변형

15. 그림과 같이 $\overline{AB}=12$이고, $\angle BAC=60^\circ$인 삼각형 ABC에 내접하는 원이 선분 AB와 만나는 점을 P라 하자. 점 P가 선분 AB를 2:1로 내분하는 점일 때, 선분 BC의 길이는?



정답 및 해설

1	③	2	③	3	④	4	①	5	②
6	④	7	②	8	③	9	①	10	①
11	7π	12	$\frac{109}{144}$	13	112	14	12	15	28

1) 정답③

[출제범위] 사인법칙과 코사인법칙

$A+B+C=180^\circ$ 이므로 조건 (가)에서

$\sin A \times \sin(180^\circ - A) = \frac{9}{16}$

$\sin A \times \sin A = \frac{9}{16}$이고, $0^\circ < A < 180^\circ$ 이므로

$\sin A = \frac{3}{4}$

따라서 조건 (나)에서 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 8이므로 사인법칙에 의하여

$\frac{\overline{BC}}{\sin A} = 2\times 8$

$\overline{BC} = 16\sin A$

$= 16\times\frac{3}{4}$

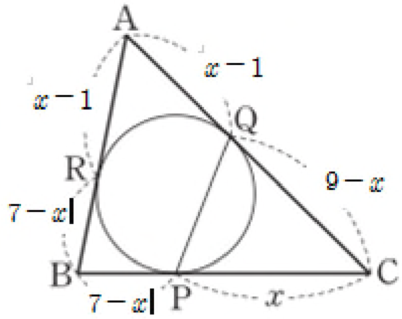
$= 12$

필수 개념
▶사인법칙 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$

2)정답③

[출제범위] 수학적 귀납법

$\overline{CP}=\overline{CQ}$이므로 삼각형 그 PCQ는 이등변삼각형이다.



$\overline{CP}=x$로 놓으면

$\overline{BP}=7-x$

이때 삼각형 ABC에 내접하는 원이 선분 AB와 만나는 점을 R라 하면

$\overline{BR}=7-x$이므로

$\overline{AR}=6-(7-x)$
$=x-1$

$\overline{AQ}=x-1$이므로

$\overline{CQ}=8-(x-1)$
$=9-x$

$\overline{CP}=\overline{CQ}$에서

$x=9-x$

$2x=9$

$x=\frac{9}{2}$

한편 삼각형 ABC에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{CA}^2-2\times\overline{BC}\times\overline{CA}\times\cos C$

$6^2=7^2+8^2-2\times7\times8\times\cos C$

$\cos C=\frac{7^2+8^2-6^2}{2\times7\times8}$
$=\frac{77}{112}=\frac{11}{16}$

따라서 삼각형 PCQ에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{PQ}^2=\overline{CP}^2+\overline{CQ}^2-2\times\overline{CP}\times\overline{CQ}\times\cos C$

$=\left(\frac{9}{2}\right)^2+\left(\frac{9}{2}\right)^2-2\times\frac{9}{2}\times\frac{9}{2}\times\frac{11}{16}$

$=\frac{81}{4}+\frac{81}{4}-2\times\frac{9}{2}\times\frac{9}{2}\times\frac{11}{16}=\frac{405}{32}$

이므로

$$\overline{\mathrm{PQ}}=\frac{\sqrt{405}}{\sqrt{32}}=\frac{9\sqrt{5}}{4\sqrt{2}}=\frac{9\sqrt{10}}{8}$$

다른풀이

$\overline{\mathrm{CP}}=x$, $\overline{\mathrm{CQ}}=x$, $\overline{\mathrm{AR}}=x-1$, $\overline{\mathrm{AQ}}=x-1$

$\overline{\mathrm{BP}}=7-x$, $\overline{\mathrm{BR}}=7-x$ 에서

$\overline{\mathrm{AQ}}+\overline{\mathrm{CQ}}=8$이므로

$x-1+x=8$

$2x-1=8$

$x=\frac{9}{2}$

한편 삼각형 ABC에서 코사인법칙에 의하여

$\overline{\mathrm{AB}}^2=\overline{\mathrm{BC}}^2+\overline{\mathrm{CA}}^2-2\times\overline{\mathrm{BC}}\times\overline{\mathrm{CA}}\times\cos C$

$6^2=7^2+8^2-2\times7\times8\times\cos C$

$$\cos C=\frac{7^2+8^2-6^2}{2\times7\times8}=\frac{77}{112}=\frac{11}{16}$$

따라서 삼각형 PCQ에서 코사인법칙에 의하여

$$\overline{\mathrm{PQ}}^2=\overline{\mathrm{CP}}^2+\overline{\mathrm{CQ}}^2-2\times\overline{\mathrm{CP}}\times\overline{\mathrm{CQ}}\times\cos C$$
$$=\left(\frac{9}{2}\right)^2+\left(\frac{9}{2}\right)^2-2\times\frac{9}{2}\times\frac{9}{2}\times\frac{11}{16}$$
$$=\frac{81}{4}+\frac{81}{4}-2\times\frac{9}{2}\times\frac{9}{2}\times\frac{11}{16}=\frac{405}{32}$$

이므로

$$\overline{\mathrm{PQ}}=\frac{\sqrt{405}}{\sqrt{32}}=\frac{9\sqrt{5}}{4\sqrt{2}}=\frac{9\sqrt{10}}{8}$$

필수 개념

▶코사인법칙

삼각형 ABC에서

(1) $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

(2) $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

(3) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

3)정답④

[출제범위] 수학적 귀납법

코사인법칙에 의하여

$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$,

$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$

이므로

$$b\times\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=c\times\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}+a$$

$$\frac{a^2+b^2-c^2}{2a}=\frac{a^2+c^2-b^2}{2a}+a$$

이 식의 양변에 $2a$를 곱하면

$a^2+b^2-c^2=a^2+c^2-b^2+2a^2$

이 식을 정리하면

$2b^2=2c^2+2a^2$

$b^2=c^2+a^2$

따라서 삼각형 ABC는 $\angle B=90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

4) 정답①

[출제범위] 수학적 귀납법

삼각형 ABC에서 $A+B+C=180^\circ$ 이므로

$\sin(B+C)=\sin(180^\circ-A)=\sin A$

즉, $\sin A=\frac{2}{3}$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}\times\sin A=\frac{1}{2}\times4\times6\times\frac{2}{3}=8$

필수 개념

▶삼각형의 넓이

삼각형 ABC에서 두 변의 길이와 그 끼인 각의 크기가 주어질 때 삼각형 ABC의 넓이를 S라 하면

$S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ca\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C$

5)정답②

[출제범위] 수학적 귀납법

등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AC}=\overline{BD}$이므로 조건 (나)에서 사각형 ABCD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}\times\sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{AC}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\frac{\sqrt{2}}{4}\times\overline{AC}^2$

조건 (가)에서

$\frac{\sqrt{2}}{4}\times\overline{AC}^2=16\sqrt{2}$

따라서 $\overline{AC}^2=64$

필수 개념

▶사각형의 넓이

사각형의 두 대각선의 길이를 각각 a, b라 하고 두 대각선의 끼인각의 크기를 θ라고 할 때, 사각형의 넓이 S는

$S=\frac{1}{2}ab\sin\theta$ 이다.

6)정답④

[출제범위] 수학적 귀납법

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$\pi R^2=9\pi$에서

$R=3$

$\angle BCA=\theta$라 하면 사인법칙에 의하여

$\frac{\overline{AB}}{\sin\theta}=2\times3$

즉, $\sin\theta=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

7)정답②

[출제범위] 수학적 귀납법

삼각형 ABC에서

$\angle BCA=\angle C$, $\angle ABC=\angle B$

$\cos B=\frac{2\sqrt{6}}{5}$이므로

$\sin B=\sqrt{1-\left(\frac{2\sqrt{6}}{5}\right)^2}$

$=\frac{1}{5}$

$\cos C=\frac{\sqrt{7}}{4}$이므로

$\sin C=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2}$

$=\frac{3}{4}$

따라서 사인법칙에 의하여 $\frac{\overline{AC}}{\sin B}=\frac{\overline{AB}}{\sin C}$이므로

$\frac{\overline{AC}}{\frac{1}{5}}=\frac{15}{\frac{3}{4}}$에서

$\frac{3}{4}\times\overline{AC}=\frac{1}{5}\times15$

즉, $\overline{AC}=4$

8)정답 ③

[출제범위] 수학적 귀납법

$\angle ACB=\angle C$라 하자.

삼각형 ABC에서 $A=100^\circ$, $B=20^\circ$ 이므로

$$C=180^\circ-(100^\circ+20^\circ)=60^\circ$$

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{AB}}{\sin C}=2R$$

$$\frac{5}{\sin 60^\circ}=2R$$

$$\frac{10}{\sqrt{3}}=2R$$

$$R=\frac{5}{\sqrt{3}}$$

따라서 삼각형 ABC의 외접원의 넓이는

$$\pi\times\left(\frac{5}{\sqrt{3}}\right)^2=\frac{25}{3}\pi$$

필수 개념

▶사인법칙

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

9)정답①

[출제범위] 수학적 귀납법

사인법칙에 의해서 $\frac{a}{\sin A}=2R$이므로, $\sin A$ 값만 알면 외접원의 반지름을 알 수 있다.

코사인 법칙에 의해 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$에서

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$=\frac{4^2+3^2-2^2}{2\times4\times3}=\frac{7}{8}$$ 이다.

$$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}$$

$$=\sqrt{1-\left(\frac{7}{8}\right)^2}=\frac{\sqrt{15}}{8}$$ 이다.

$\frac{a}{\sin A}=2R$ 에 의해,

$$R=\frac{a}{2\sin A}$$

$$=\frac{2}{2\times\frac{\sqrt{15}}{8}}=\frac{8\sqrt{15}}{15}$$

필수 개념

▶코사인법칙

삼각형 ABC에서

(1) $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

(2) $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

(3) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

다른풀이

헤론의 공식에 의해

$$S=\sqrt{\frac{9}{2}\times\frac{5}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}}=\frac{3\sqrt{15}}{4}$$

$$\because\ s=\frac{2+4+3}{2}=\frac{9}{2}$$

$S=\frac{1}{2}\times a\times b\times\sin C$이므로

$$\frac{3\sqrt{15}}{4}=\frac{1}{2}\times2\times4\times\sin C$$

$$\sin C=\frac{3\sqrt{15}}{16}$$

사인법칙에 의해 $\frac{c}{\sin C}=2R$에서

$$\frac{3}{3\frac{\sqrt{15}}{16}}=2R$$

$$R=\frac{8}{\sqrt{15}}=\frac{8\sqrt{15}}{15}$$

$$(\because\ s=\frac{2+4+3}{2}=\frac{9}{2})$$

필수 개념

▶헤론의 공식

삼각형ABC에서,

$a=\overline{BC},\ b=\overline{CA},\ c=\overline{AB}$ 일 때, 삼각형의 넓이 S는

$$S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$a=\overline{BC},\ b=\overline{CA},\ c=\overline{AB}$$

$$s=\frac{a+b+c}{2}$$

10) 정답①

[출제범위] 수학적 귀납법

선분 CA의 길이가 최대이므로

$\angle B=\theta$

양수 k에 대하여 $\overline{AB}=4k,\ \overline{BC}=5k,\ \overline{CA}=6k$라 하면 코사인법칙에 의하여

$\overline{CA}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2-2\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\cos\theta$

$(6k)^2=(4k)^2+(5k)^2-2\times4k\times5k\times\cos\theta$

따라서

$$\cos\theta=\frac{(4k)^2+(5k)^2-(6k)^2}{2\times4k\times5k}=\frac{5k^2}{40k^2}=\frac{1}{8}$$

필수 개념

▶코사인법칙

삼각형 ABC에서

(1) $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

(2) $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

(3) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

11) 정답 7π

[출제범위] 수학적 귀납법

삼각형 PQR에서 코사인법칙에 의하여

$$\overline{PR}^2=\overline{PQ}^2+\overline{QR}^2-2\times\overline{PQ}\times\overline{QR}\times\cos(\angle PQR)$$

$$=4^2+5^2-2\times4\times5\times\frac{1}{2}$$

$$=21$$

이므로

$\overline{PR}=\sqrt{21}$

이 때, 원 C의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{PR}}{\sin(\angle PQR)}=2R$$

$\dfrac{\sqrt{21}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2R$에서

$$R=\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}}=\sqrt{7}$$

따라서 원 C의 넓이는

$\pi\times(\sqrt{7})^2=7\pi$

필수 개념

▶코사인법칙

삼각형 ABC에서

(1) $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

(2) $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

(3) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

필수 개념

▶사인법칙

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

12) 정답 $\frac{109}{144}$

[출제범위] 수학적 귀납법

$\frac{\sin A}{6}=\frac{\sin B}{8}=\frac{\sin C}{9}$에서

$\sin A:\sin B:\sin C=6:8:9$

또 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙에 의하여

$\sin A=\frac{a}{2R}$, $\sin B=\frac{b}{2R}$, $\sin C=\frac{c}{2R}$이므로

$a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$

$=6:8:9$

이때 양수 k에 대하여 $a=6k$, $b=8k$, $c=9k$로 놓으면 코사인법칙에 의하여

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$이므로

$(6k)^2=(8k)^2+(9k)^2-2\times 8k\times 9k\times\cos A$

$\cos A=\frac{(8k)^2+(9k)^2-(6k)^2}{2\times 8k\times 9k}$

$=\frac{109k^2}{144k^2}$

$=\frac{109}{144}$

필수 개념
▶코사인법칙 삼각형 ABC에서 (1) $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ (2) $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$ (3) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

13)정답 112

[출제범위] 수학적 귀납법

삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin(\angle ABC)$

$=\frac{1}{2}\times 4\times\overline{BC}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\sqrt{2}\times\overline{BC}$

이므로

$\sqrt{2}\times\overline{BC}=8\sqrt{2}$에서 $\overline{BC}=8$

따라서 코사인법칙에 의하여

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2-2\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\cos(\angle ABC)$

$=4^2+8^2-2\times 4\times 8\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$=16+64+32\sqrt{2}$

$=80+32\sqrt{2}$ 이므로

$p=80,\ q=32$ $\quad\therefore p+q=112$

$a=80,\ b=32$

$a+b=112$

필수 개념
▶코사인법칙 삼각형 ABC에서 (1) $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ (2) $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$ (3) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

14)정답12

[출제범위] 수학적 귀납법

삼각형 POQ에서 $\angle POQ=60^\circ$ 이므로

삼각형 POQ의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙에 의하여

$\frac{\overline{PQ}}{\sin(\angle POQ)}=2R$

$\frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2R$에서 $R=\sqrt{3}$

즉, 두 점 P,Q의 위치에 상관없이 삼각형 POQ의 외접원의 반지름의 길이는 $\sqrt{3}$로 일정하다.

따라서 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$인 원에 내접하는 삼각형의 한 변의 길이의 최댓값은 지름의 길이와 같으므로 선분 OP의 길이의 최댓값은 $2\sqrt{3}$이다.

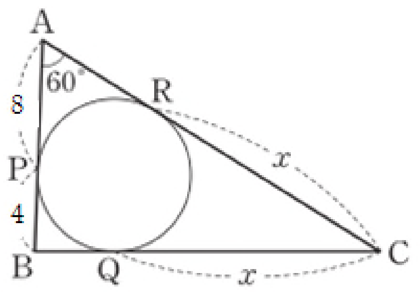
즉, $M^2=(2\sqrt{3})^2=12$

필수 개념
▶사인법칙 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$

필수 개념
▶코사인법칙 삼각형 ABC에서 (1) $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ (2) $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$ (3) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

15)정답 28

[출제범위] 수학적 귀납법



$\overline{\mathrm{CQ}}=\overline{\mathrm{CR}}=x$라 하면

$\overline{\mathrm{AP}}=12\times\frac{2}{3}=8$,

$\overline{\mathrm{BP}}=12\times\frac{1}{3}=4$ 이므로

$\overline{\mathrm{BC}}=4+x$, $\overline{\mathrm{AC}}=8+x$

($\because$ $\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{BQ}}$, $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{AR}}$)

이때 코사인법칙에 의하여

$\overline{\mathrm{BC}}^2=\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2-2\times\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{AC}}\times\cos 60^\circ$

$(4+x)^2=12^2+(8+x)^2-2\times12\times(8+x)\times\frac{1}{2}$

$16+8x+x^2=144+64+16x+x^2-96-12x$

따라서 $x=24$이므로

$\overline{\mathrm{BC}}=4+24=28$