

2021 EBS 수능특강 수학1 3. 삼각함수의 뜻과 그래프 (1)

이 콘텐츠는 「콘텐츠산업 진흥법」, 「저작권법」에 따라 보호됩니다.  
본 콘텐츠의 무단 배포 시, 콘텐츠산업 진흥법과 저작권법에 의거하여 책임을 질 수 있습니다.

p46 2번 단순변형

1. 반지름의 길이가 4, 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{4}$ 인  
부채꼴의 호의 길이는?

- ①  $\frac{\pi}{4}$     ②  $\frac{\pi}{2}$     ③  $\frac{3}{4}\pi$   
④  $\pi$     ⑤  $\frac{5}{4}\pi$

p48 2번 단순변형

2. 중심각의 크기가 2(라디안)이고 넓이가  
36인 부채꼴의 호의 길이는?

- ① 6    ② 8    ③ 10  
④ 12    ⑤ 14

p41 3번 단순변형

3.  $\cos\theta = -\frac{1}{3}$ 일 때,  $\sin\theta \times \tan\theta$ 의 값은?

- ①  $-\frac{10}{3}$     ②  $-\frac{8}{3}$     ③  $-\frac{5}{3}$   
④  $\frac{5}{3}$     ⑤  $\frac{8}{3}$

p41 4번 단순변형

4.  $\cos\theta = -\frac{1}{3}$ 일 때,  $\tan\theta - \sin\theta$ 의 값은?  
(단,  $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ )

- ①  $\frac{5\sqrt{2}}{3}$     ②  $2\sqrt{2}$     ③  $\frac{7\sqrt{2}}{3}$   
④  $\frac{8\sqrt{2}}{3}$     ⑤  $3\sqrt{2}$

p41 3번 단순변형

5.  $\tan\theta = 3$ 일 때,  
 $\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$ 의 값은?

- ① 0    ②  $\frac{1}{3}$     ③  $\frac{1}{2}$   
④  $\frac{2}{3}$     ⑤ 1

p48 5번 단순변형

6.  $\sin\theta - \cos\theta = \frac{1}{2}$ 일 때,  
 $8\sin\theta\cos\theta$ 의 값을 구하시오. (단답형)

p48 5번 응용변형

7.  $\sin\theta + \cos\theta = \frac{2}{3}$ 일 때,  
 $\sin^3\theta + \cos^3\theta$ 의 값은?

- ①  $\frac{19}{27}$     ②  $\frac{20}{27}$     ③  $\frac{7}{9}$
- ④  $\frac{22}{27}$     ⑤  $\frac{23}{27}$

p48 5번 응용변형

8.  $\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 일 때,  
 $\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$ 의 값을 구하시오.  
(단답형)

p48 5번 응용변형

9.  $\sin\theta + \cos\theta = \sin\theta\cos\theta$ 일 때,  
 $\sin\theta\cos\theta$ 의 값은  $a + b\sqrt{2}$ 이다.  
 $10a - b$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $a, b$ 는 유리수이다.) (단답형)

p48 5번 응용변형

10.  $\log_2\sin\theta + \log_2\cos\theta = -4$ 일 때,  
 $\log_2(\sin\theta + \cos\theta) = \frac{1}{2}(\log_2x - 4)$   
를 만족하는  $x$ 의 값을 구하시오. (단답형)

p43 5번 단순변형

11. 함수  $y = 2\sin x + 1$ 의 최댓값은?

- ① 1    ② 2    ③ 3
- ④ 4    ⑤ 5

p43 5번 단순변형

12. 함수  $f(x) = 2\cos(x + \frac{\pi}{2}) + 3$ 의 최솟값은?

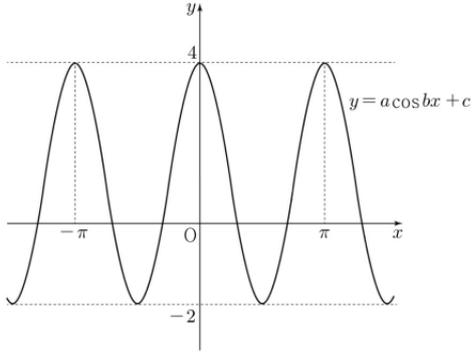
- ① 1    ② 2    ③ 3
- ④ 4    ⑤ 5

p43 5번 응용변형

13. 함수  $f(x) = a\sin x + 1$ 의 최댓값을  $M$ ,  
최솟값을  $m$ 이라 하자.  $M - m = 6$ 일 때,  
양수  $a$ 의 값은?

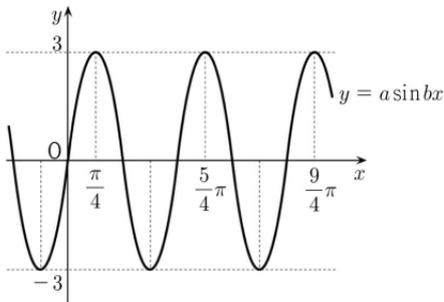
- ① 1    ② 2    ③ 3
- ④ 4    ⑤ 5

14. 세 양수  $a, b, c$ 에 대하여 함수  $y = a \cos bx + c$ 의 그래프가 그림과 같을 때,  $2a + b + c$ 의 값은?



- ① 7    ② 8    ③ 9  
④ 10    ⑤ 11

15. 두 양수  $a, b$ 에 대하여 삼각함수  $y = a \sin bx$ 의 그래프가 그림과 같을 때,  $ab$ 의 값을 구하시오. (단답형)



## 정답 및 해설

1	④	2	④	3	②	4	④	5	④
6	3	7	⑤	8	14	9	11	10	18
11	③	12	①	13	③	14	③	15	6

1) 정답 ④

[출제범위] 삼각함수의 뜻과 그래프

$$l = 4 \times \frac{\pi}{4} = \pi$$

$\therefore \pi$

필수 개념

$$l = r\theta$$

2) 정답 ④

[출제범위] 삼각함수의 뜻과 그래프

$$36 = \frac{1}{2} \times r^2 \times 2$$

$$\Leftrightarrow 36 = r^2$$

$$\Leftrightarrow 6 = r (\because r > 0)$$

$$l = 6 \times 2 = 12$$

$\therefore 12$

필수 개념

$$S = \frac{1}{2} r^2 \theta = \frac{1}{2} r l$$

$$l = r\theta$$

3) 정답 ②

[출제범위] 삼각함수의 뜻과 그래프

$$\begin{aligned} & \sin\theta \times \tan\theta \\ &= \sin\theta \times \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \\ &= \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} \\ &= \frac{1 - \cos^2\theta}{\cos\theta} \\ &= \frac{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2}{-\frac{1}{3}} \\ &= \frac{\frac{8}{9}}{-\frac{1}{3}} \\ &= -\frac{8}{3} \\ &\therefore -\frac{8}{3} \end{aligned}$$

필수 개념

$$\begin{aligned} \tan\theta &= \frac{\sin\theta}{\cos\theta}, \\ \cos^2\theta + \sin^2\theta &= 1 \end{aligned}$$

다른 풀이

$$\begin{aligned} \cos\theta &= -\frac{1}{3} \\ \sin^2\theta + \cos^2\theta &= 1 \\ \sin^2\theta &= \frac{8}{9} \\ \sin\theta &= \pm \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \tan\theta &= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\pm \frac{2\sqrt{2}}{3}}{-\frac{1}{3}} = \mp 2\sqrt{2} \\ \sin\theta \times \tan\theta &= \pm \frac{2\sqrt{2}}{3} \times (\mp 2\sqrt{2}) = -\frac{8}{3} \end{aligned}$$

4) 정답 ④

[출제범위] 삼각함수의 뜻과 그래프

$$\begin{aligned} \cos^2\theta + \sin^2\theta &= 1 \\ \Leftrightarrow \left(\frac{1}{9}\right) + \sin^2\theta &= 1 \\ \Leftrightarrow \sin^2\theta &= \frac{8}{9} \\ \Leftrightarrow \sin\theta &= -\frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (\because \pi < \theta < \frac{3}{2}\pi) \\ \tan\theta - \sin\theta &= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} - \sin\theta \\ &= \frac{-\frac{2\sqrt{2}}{3}}{-\frac{1}{3}} - \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \\ &= 2\sqrt{2} + \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{8}{3}\sqrt{2} \\ \therefore \frac{8}{3}\sqrt{2} \end{aligned}$$

필수 개념

$$\begin{aligned} \tan\theta &= \frac{\sin\theta}{\cos\theta}, \\ \cos^2\theta + \sin^2\theta &= 1 \end{aligned}$$

다른 풀이

$$\begin{aligned} \cos\theta &= -\frac{1}{3} \\ \sin^2\theta &= 1 - \cos^2\theta = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \\ \sin\theta &= -\frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (\because \pi < \theta < \frac{3}{2}\pi) \\ \tan\theta &= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{-\frac{2\sqrt{2}}{3}}{-\frac{1}{3}} = 2\sqrt{2} \\ \tan\theta - \sin\theta &= 2\sqrt{2} - \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = \frac{8}{3}\sqrt{2} \\ \therefore \frac{8}{3}\sqrt{2} \end{aligned}$$

5) 정답 ④

[출제범위] 삼각함수의 뜻과 그래프

$$\begin{aligned} &\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} \\ &= \frac{\sin\theta(1+\cos\theta) - \sin\theta(1-\cos\theta)}{1-\cos^2\theta} \\ &= \frac{\sin\theta + \sin\theta\cos\theta - \sin\theta + \sin\theta\cos\theta}{1-\cos^2\theta} \\ &= \frac{2\sin\theta\cos\theta}{\sin^2\theta} = \frac{2}{\tan\theta} = \frac{2}{3} \\ \therefore \frac{2}{3} \end{aligned}$$

필수 개념

$$\begin{aligned} \tan\theta &= \frac{\sin\theta}{\cos\theta}, \\ \cos^2\theta + \sin^2\theta &= 1, \\ (x-y)(x+y) &= x^2 - y^2 \end{aligned}$$

다른 풀이

$$\begin{aligned} \tan\theta = 3 &\Leftrightarrow \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{3t}{t} \text{라 하자.} \\ (\text{단, } 0 < \theta < 90^\circ \text{라 하자.}) \\ \sin^2\theta + \cos^2\theta &= 9t^2 + t^2 = 1 \\ t &= \pm \frac{1}{\sqrt{10}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan\theta = 3, \sin\theta &= \frac{3}{\sqrt{10}}, \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} &= \frac{\frac{3}{\sqrt{10}}}{1-\frac{1}{\sqrt{10}}} - \frac{\frac{3}{\sqrt{10}}}{1+\frac{1}{\sqrt{10}}} \\ &= \frac{3}{\sqrt{10}} \left( \frac{1+\frac{1}{\sqrt{10}}}{(1-\frac{1}{\sqrt{10}})(1+\frac{1}{\sqrt{10}})} - 1 + \frac{1}{\sqrt{10}} \right) \\ &= \frac{3}{\sqrt{10}} \left( \frac{2}{1-\frac{1}{10}} \right) \\ &= \frac{2}{3} \\ \therefore \frac{2}{3} \end{aligned}$$

6) 정답 3

[출제범위] 삼각함수의 뜻과 그래프

$$\begin{aligned} \sin\theta - \cos\theta &= \frac{1}{2}, \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1, \\ (\sin\theta - \cos\theta)^2 &= \sin^2\theta + \cos^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta \\ \Leftrightarrow \frac{1}{4} &= 1 - 2\sin\theta\cos\theta \\ \Leftrightarrow \frac{3}{4} &= 2\sin\theta\cos\theta \\ \Leftrightarrow 3 &= 8\sin\theta\cos\theta \\ \therefore 3 \end{aligned}$$

필수 개념

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab,$$

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

7) 정답 ⑤

[출제범위] 삼각함수의 뜻과 그래프

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = (\sin\theta + \cos\theta)^2 - 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{4}{9} - 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{18} = \sin\theta\cos\theta$$

$$\sin^3\theta + \cos^3\theta$$

$$= (\sin\theta + \cos\theta)(\sin^2\theta - \sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)$$

$$= \frac{2}{3} \times \left(1 + \frac{5}{18}\right)$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{23}{18} = \frac{23}{27}$$

$$\therefore \frac{23}{27}$$

필수 개념

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab,$$

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1,$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

8) 정답 14

[출제범위] 삼각함수의 뜻과 그래프

$$(\sin\theta + \cos\theta)^2 = \sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = 1 + 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4} = \sin\theta\cos\theta$$

$$\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} = \frac{\sin^4\theta + \cos^4\theta}{\cos^2\theta\sin^2\theta}$$

$$= \frac{(\sin^2\theta + \cos^2\theta)^2 - 2\sin^2\theta\cos^2\theta}{\cos^2\theta\sin^2\theta}$$

$$= \frac{1 - 2 \times \frac{1}{16}}{\frac{1}{16}} = \frac{\frac{14}{16}}{\frac{1}{16}} = 14$$

$$\therefore 14$$

필수 개념

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab,$$

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

9) 정답 11

[출제범위] 삼각함수의 뜻과 그래프

$$\sin\theta\cos\theta = t \text{라 하자.}$$

$$(\sin\theta + \cos\theta)^2 = \sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\Leftrightarrow \sin^2\theta\cos^2\theta = 1 + 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\Leftrightarrow \sin^2\theta\cos^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 2t - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{1 - \sqrt{1+1}}{1} = 1 - \sqrt{2}$$

$$(\because -1 \leq \sin\theta \leq 1, -1 \leq \cos\theta \leq 1,$$

$$-1 \leq t \leq 1)$$

$$\therefore 10a - b = 10 \times 1 - (-1) = 11$$

필수 개념

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab,$$

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

10) 정답 18

[출제범위] 삼각함수의 뜻과 그래프

$$\log_2\sin\theta + \log_2\cos\theta = -4$$

$$\Leftrightarrow \log_2(\sin\theta\cos\theta) = -4$$

$$\Leftrightarrow \sin\theta\cos\theta = \frac{1}{16}$$

$$\log_2(\sin\theta + \cos\theta) = \frac{1}{2}(\log_2x - 4)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(\sin\theta + \cos\theta) = \frac{1}{2}\log_2\frac{x}{16}$$

$$\Leftrightarrow \log_2(\sin\theta + \cos\theta)^2 = \log_2\frac{x}{16}$$

$$\Leftrightarrow \sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta = \frac{x}{16}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{8} = \frac{x}{16}$$

$$\therefore x = 18$$

필수 개념

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab,$$

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

11) 정답 ③

[출제범위] 삼각함수의 뜻과 그래프

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq 2\sin x \leq 2$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq 2\sin x + 1 \leq 3$$

$$\therefore 3$$

필수 개념

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

12)정답 ①

[출제범위] 삼각함수의 뜻과 그래프

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq 2\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \leq 2$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq 2\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 3 \leq 5$$

∴ 1

필수 개념

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

13)정답 ③

[출제범위] 삼각함수의 뜻과 그래프

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -a \leq a\sin x \leq a$$

$$\Leftrightarrow -a+1 \leq a\sin x + 1 \leq a+1$$

$$M-m = a+1 - (-a+1) = 2a = 6$$

∴ a = 3

필수 개념

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

14)정답 ③

[출제범위] 삼각함수의 뜻과 그래프

위 그래프는 주기가  $\pi$ 이다.

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore y = a\cos 2x + c$$

위 그래프는 최댓값이 4이다.

$$a + c = 4$$

위 그래프는 최솟값이 -2이다.

$$-a + c = -2$$

$$\begin{cases} a + c = 4 & \dots \text{㉠} \\ -a + c = -2 & \dots \text{㉡} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + c = 4 & \dots \text{㉠} \\ -a + c = -2 & \dots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠식에서 ㉡식을 빼면  $2a = 6$

$$\therefore a = 3$$

a = 3을 ㉠식에 대입하면 c = 1

$$\therefore 2a + b + c = 6 + 2 + 1 = 9$$

필수 개념

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

15)정답 6

[출제범위] 삼각함수의 뜻과 그래프

위 그래프는 주기가  $\pi$ 이다.

$$\therefore b = 2$$

위 그래프는 최댓값이 3이고 최솟값이 -3이다.

$$\therefore a = 3$$

$$\therefore ab = 2 \times 3 = 6$$

필수 개념

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$