

2021



# 매쓰메딕

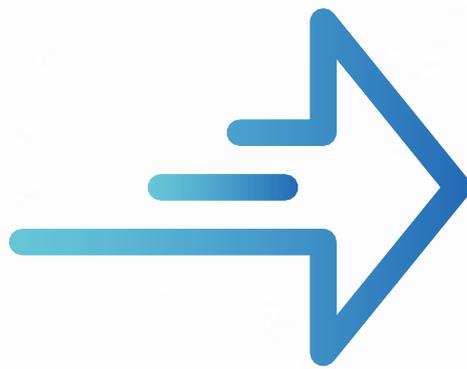
객관식을 주관식으로!

change

정답은 PDF에서만  
제공됩니다.

객

관식



주

관식

1번

 $\frac{1}{4^2} + 3^0$  의 값은?

# 11467

3번

수열  $\{a_n\}$  이 모든 자연수  $n$  에 대하여

$$a_{n+1} = 3a_n$$

을 만족시킨다.  $a_2 = 2$  일 때,  $a_4$  의 값은?

# 11469

2번

 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 2n + 1}{2n^2 + 7}$  의 값은?

# 11468

4번

수열  $\{a_n\}$  에 대하여  $\sum_{n=1}^{\infty} (2a_n - 5) = 2017$  일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  의 값은?

# 11470

5번

$\log 2 = a, \log 3 = b$  라 할 때,  $\log \frac{4}{15}$  를  $a, b$  로 나타낸 것은?

# 11471

7번

첫째항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$  이

$$a_1 = 4a_3, a_2 + a_3 = -12$$

를 만족시킬 때,  $a_5$  의 값은?

# 11473

6번

수열  $\{a_n\}$  이 모든 자연수  $n$  에 대하여

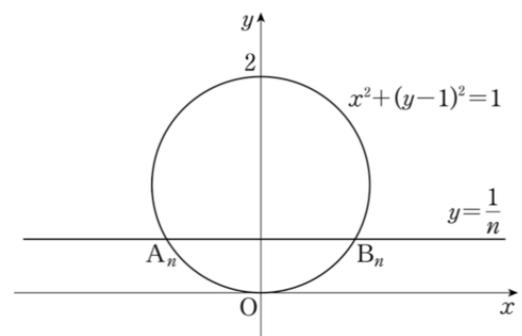
$$a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{k}{a_n + 2}$$

를 만족시킬 때,  $a_3 = \frac{3}{2}$  이 되도록 하는 상수  $k$  의 값은?

# 11472

8번

그림과 같이 자연수  $n$  에 대하여 직선  $y = \frac{1}{n}$  과 원  $x^2 + (y - 1)^2 = 1$  의 두 교점을 각각  $A_n, B_n$  이라 하자. 선분  $A_n B_n$  의 길이를  $l_n$  이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(l_n)^2$  의 값은?

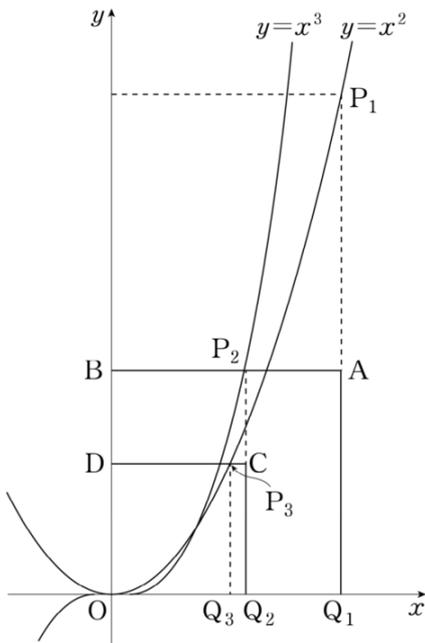


# 11474

9번

그림과 같이 좌표평면에 두 함수  $f(x) = x^2, g(x) = x^3$  의 그래프가 있다. 곡선  $y = f(x)$  위의 한 점  $P_1(a, f(a))(a > 1)$  에서  $x$  축에 내린 수선의 발을  $Q_1$  이라 하자. 선분  $OQ_1$  을 한 변으로 하는 정사각형  $OQ_1AB$  의 한 변  $AB$  가 곡선  $y = g(x)$  와 만나는 점을  $P_2$ , 점  $P_2$  에서  $x$  축에 내린 수선의 발을  $Q_2$  라 하자. 선분  $OQ_2$  를 한 변으로 하는 정사각형  $OQ_2CD$  의 한 변  $CD$  가 곡선  $y = f(x)$  와 만나는 점을  $P_3$ , 점  $P_3$  에서  $x$  축에 내린 수선의 발을  $Q_3$  이라 하자. 두 점  $Q_2, Q_3$  의  $x$  좌표를 각각  $b, c$  라 할 때,  $bc = 2$  가 되도록 하는 점  $P_1$  의  $y$  좌표의 값은?

(단,  $O$  는 원점이고, 두 점  $A, C$  는 제 1 사분면에 있다.)



# 11475

10번

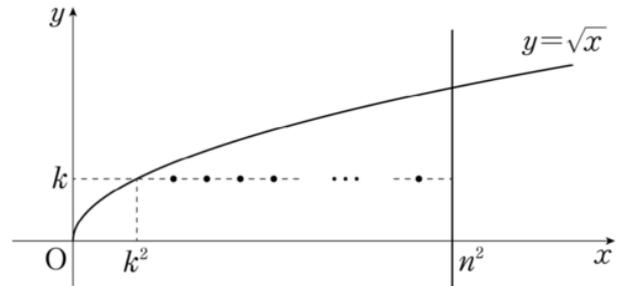
다음은 2 이상의 자연수  $n$  에 대하여 함수  $y = \sqrt{x}$  의 그래프와  $x$  축 및 직선  $x = n^2$  으로 둘러싸인 도형의 내부에 있는 점 중에서  $x$  좌표와  $y$  좌표가 모두 정수인 점의 개수  $a_n$  을 구하는 과정이다.

$n = 2$  일 때, 곡선  $y = \sqrt{x}, x$  축 및 직선  $x = 4$  로 둘러싸인 도형의 내부에 있는 점 중에서  $x$  좌표와  $y$  좌표가 모두 정수인 점은  $(2, 1), (3, 1)$  이므로

$$a_2 = \boxed{(가)}$$

이다.

3 이상의 자연수  $n$  에 대하여  $a_n$  을 구하여 보자.



위의 그림과 같이  $1 \leq k \leq n - 1$  인 정수  $k$  에 대하여 주어진 도형의 내부에 있는 점 중에서  $x$  좌표가 정수이고,  $y$  좌표가  $k$  인 점은

$$(k^2 + 1, k), (k^2 + 2, k), \dots, (\boxed{(나)}, k)$$

이므로 이 점의 개수를  $b_k$  라 하면

$$b_k = \boxed{(나)} - k^2$$

이다. 따라서

$$a_n = \sum_{k=1}^{n-1} b_k = \boxed{(다)}$$

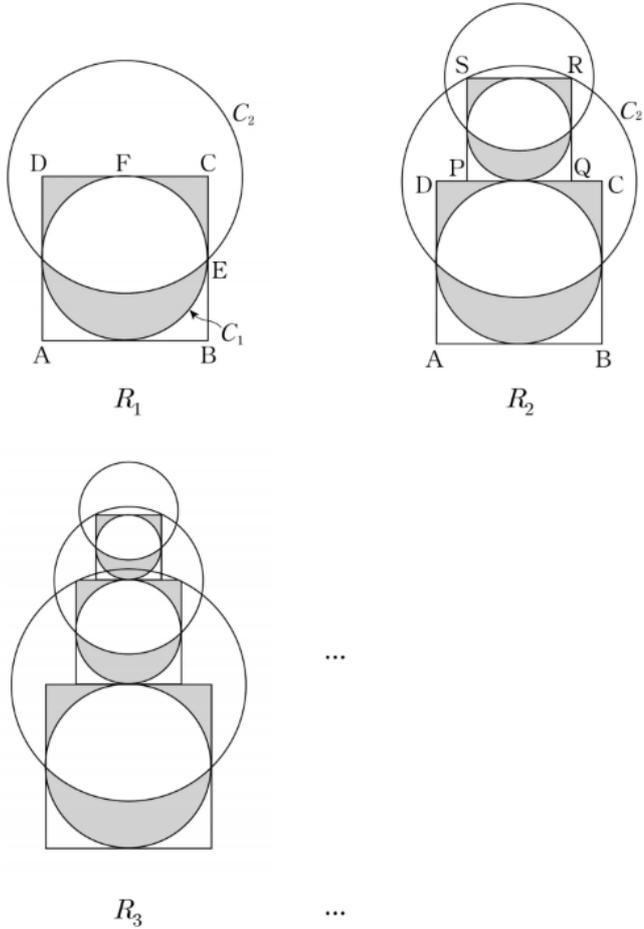
이다.

위의 (가)에 알맞은 수를  $p$  라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(n), g(n)$  이라 할 때,  $p + f(4) + g(6)$  의 값은?

# 11501

11번

그림과 같이 한 변의 길이가 2 인 정사각형 ABCD 가 있다.  
 이 정사각형에 내접하는 원을  $C_1$  이라 하자. 원  $C_1$  이 변 BC, CD  
 와 접하는 점을 각각 E, F 라 하고, 점 F 를 중심으로 하고 점 E 를  
 지나는 원을  $C_2$  라 하자. 원  $C_1$  의 내부와 원  $C_2$  의 외부의 공통부  
 분인  모양의 도형과, 원  $C_1$  의 외부와 원  $C_2$  의 내부 및 정사각  
 형 ABCD 의 내부의 공통부분인  모양의 도형에 색칠하여  
 얻은 그림을  $R_1$  이라 하자.  
 그림  $R_1$  에서 두 꼭짓점이 변 CD 위에 있고 나머지 두 꼭짓점이 정  
 사각형 ABCD 의 외부에 있으면서 원  $C_2$  위에 있는 정사각형  
 PQRS 를 그리고, 이 정사각형 안에 그림  $R_1$  을 얻는 것과 같은 방  
 법으로 만들어지는  모양과  모양의 도형에 색칠하여 얻  
 은 그림을  $R_2$  라 하자.  
 이와 같은 과정을 계속하여  $n$  번째 얻은 그림  $R_n$  에 색칠되어 있는  
 부분의 넓이를  $S_n$  이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  의 값은?



# 11476

12번

자연수  $m$ 에 대하여 집합  $A_m$  을

$$A_m = \left\{ (a, b) \mid 2^a = \frac{m}{b}, a, b \text{는 자연수} \right\}$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

- ㄱ.  $A_4 = \{(1, 2), (2, 1)\}$
- ㄴ. 자연수  $k$ 에 대하여  $m = 2^k$  이면  $n(A_m) = k$ 이다.
- ㄷ.  $n(A_m) = 1$ 이 되도록 하는 두 자리 자연수  $m$ 의 개수는 23이다.

# 11477

13번

$\sqrt{4} \times \sqrt[3]{8}$ 의 값은?

# 11478

14번

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2}{n} + \frac{1}{2} \right) \text{의 값은?}$$

# 11479

16번

모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n} = 0$ 일 때,  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2a_n + 1}{a_n + 3}$ 의 값은?

# 11481

15번

세 수  $3, -6, a$ 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때,  $a$ 의 값은?

# 11480

17번

등식  $\sum_{k=1}^5 \frac{1}{k} = a + \sum_{k=1}^5 \frac{1}{k+1}$ 을 만족시키는  $a$ 의 값은?

# 11482

18번

다음은 상용로그표의 일부이다.

수	...	7	8	9
...	...	...	...	...
4.0	...	0.6096	0.6107	0.6117
4.1	...	0.6201	0.6212	0.6222
4.2	...	0.6304	0.6314	0.6325
...	...	...	...	...

위의 표를 이용하여 구한  $\log \sqrt{419}$ 의 값은?

# 11483

20번

$$\frac{1}{\log_4 18} + \frac{2}{\log_9 18} \text{의 값은?}$$

# 11485

19번

등비급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2x-3}{7}\right)^n$  이 수렴하도록 하는 정수  $x$ 의 개수는?

# 11484

21번

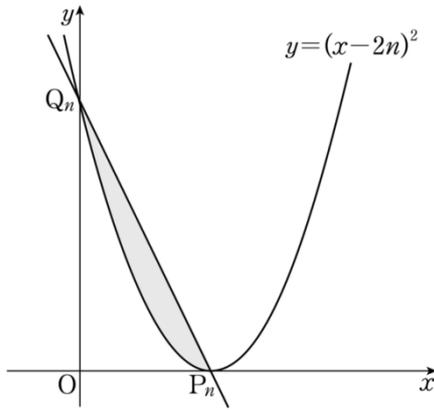
$x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 - \sqrt[3]{81}x + a = 0$ 의 두 근이  $\sqrt[3]{3}$ 과  $b$ 일 때,  $ab$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

# 11486

22번

좌표평면에서 자연수  $n$ 에 대하여 곡선  $y = (x - 2n)^2$ 이  $x$  축,  $y$  축과 만나는 점을 각각  $P_n, Q_n$ 이라 하자.

두 점  $P_n, Q_n$ 을 지나는 직선과 곡선  $y = (x - 2n)^2$ 으로 둘러싸인 영역(경계선 포함)에 속하고  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 자연수인 점의 개수를  $a_n$ 이라 하자. 다음은  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^3}$ 의 값을 구하는 과정이다.



두 점  $P_n, Q_n$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y = \boxed{\text{(가)}} \times x + 4n^2$$

이다.

주어진 영역에 속하는 점 중에서  $x$ 좌표가  $k$ ( $k$ 는  $2n - 1$ 이하의 자연수)이고  $y$ 좌표가 자연수인 점의 개수는

$$\boxed{\text{(나)}} + 2nk \text{ 이므로}$$

$$a_n = \sum_{k=1}^{2n-1} (\boxed{\text{(나)}} + 2nk)$$

이다.

따라서  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^3} = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n), g(k)$ 라 하고, (다)에 알맞은 수를  $p$ 라 할 때,  $p \times f(3) \times g(4)$ 의 값은?

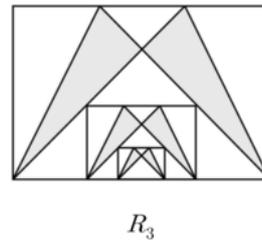
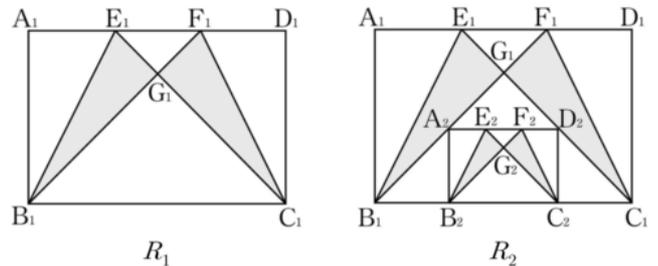
# 11487

23번

그림과 같이  $\overline{A_1B_1} = 2, \overline{B_1C_1} = 3$ 인 직사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분  $A_1D_1$ 을 삼등분하는 점 중에서  $A_1$ 에 가까운 점부터 차례대로  $E_1, F_1$ 이라 하고, 선분  $B_1F_1$ 과 선분  $C_1E_1$ 의 교점을  $G_1$ 이라 하자. 삼각형  $B_1G_1E_1$ 과 삼각형  $C_1F_1G_1$ 의 내부에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 선분  $B_1C_1$  위에 두 꼭짓점  $B_2, C_2$ 가 있고, 선분  $B_1G_1$  위에 꼭짓점  $A_2$ , 선분  $C_1G_1$  위에 꼭짓점  $D_2$ 가 있으며  $\overline{A_2B_2} : \overline{B_2C_2} = 2 : 3$ 인 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다. 선분  $A_2D_2$ 를 삼등분하는 점 중에서  $A_2$ 에 가까운 점부터 차례대로  $E_2, F_2$ 라 하고, 선분  $B_2F_2$ 와 선분  $C_2E_2$ 의 교점을  $G_2$ 라 하자. 삼각형  $B_2G_2E_2$ 와 삼각형  $C_2F_2G_2$ 의 내부에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



...

...

# 11488

24번

두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 의 일반항이

$$a_n = \frac{(-1)^n + 3}{2}, b_n = p \times (-1)^{n+1} + q$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $p, q$ 는 실수이다.)

&lt;보기&gt;

- ㄱ. 수열  $\{a_n\}$ 은 발산한다.
- ㄴ. 수열  $\{b_n\}$ 이 수렴하도록 하는 실수  $p$ 가 존재한다.
- ㄷ. 두 수열  $\{a_n + b_n\}, \{a_n b_n\}$ 이 모두 수렴하면  $\lim_{n \rightarrow \infty} \{(a_n)^2 + (b_n)^2\} = 6$  이다.

# 11489

26번

첫째항이 7, 공차가 3인 등차수열의 제7항은?

# 11491

25번

 $\log_6 2 + \log_6 3$ 의 값은?

# 11490

27번

수열  $\{a_n\}$ 은 첫째항이 3이고 공비가  $\frac{1}{2}$ 인 등비수열이다.  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값은?

# 11492

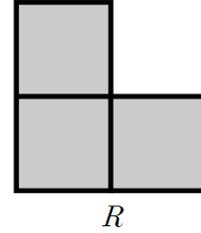
28번

10 이하의 자연수  $a$ 에 대하여  $\left(a\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든  $a$ 의 값의 합은?

# 11493

30번

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 3개로 이루어진 도형  $R$ 가 있다.

 $R$ 

자연수  $n$ 에 대하여  $2n$ 개의 도형  $R$ 를 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 만든 직사각형의 넓이를  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=10}^{15} a_n$ 의 값은?

# 11495

29번

$\log 1.44 = a$ 일 때,  $2 \log 12$ 를  $a$ 로 나타낸 것은?

# 11494

31번

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{m}{5}\right)^{n+1} + 2}{\left(\frac{m}{5}\right)^n + 1} = 2$ 가 되도록 하는 자연수  $m$ 의 개수는?

# 11496

32번

자연수  $n$ 에 대하여  $n(n - 4)$ 의 세제곱근 중 실수인 것의 개수를  $f(n)$ 이라 하고,  $n(n - 4)$ 의 네제곱근 중 실수인 것의 개수를  $g(n)$ 이라 하자.  $f(n) > g(n)$ 을 만족시키는 모든  $n$ 의 값의 합은?

# 11497

33번

첫째항이 양수이고 공비가  $-2$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^9 (|a_k| + a_k) = 66$$

일 때,  $a_1$ 의 값은?

# 11498

34번

자연수  $n$ 에 대하여 원점을 지나는 직선과 곡선  $y = -(x - n)(x - n - 2)$ 가 제1사분면에서 접할 때, 접점의  $x$ 좌표를  $a_n$ , 직선의 기울기를  $b_n$ 이라 하자. 다음은  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

원점을 지나고 기울기가  $b_n$ 인 직선의 방정식은  $y = b_n x$ 이다. 이 직선이 곡선  $y = -(x - n)(x - n - 2)$ 에 접하므로 이차방정식  $b_n x = -(x - n)(x - n - 2)$ 의 근  $x = a_n$ 은 중근이다.

그러므로 이차방정식

$$x^2 + \{b_n - 2(n + 1)\}x + n(n + 2) = 0$$

에서 이차식

$$x^2 + \{b_n - 2(n + 1)\}x + n(n + 2)$$

는 완전제곱식으로 나타내어진다.

그런데  $a_n > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} x^2 + \{b_n - 2(n + 1)\}x + n(n + 2) \\ = \{x - \sqrt{n(n + 2)}\}^2 \end{aligned}$$

에서

$$a_n = \boxed{\text{(가)}}, b_n = \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

따라서  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

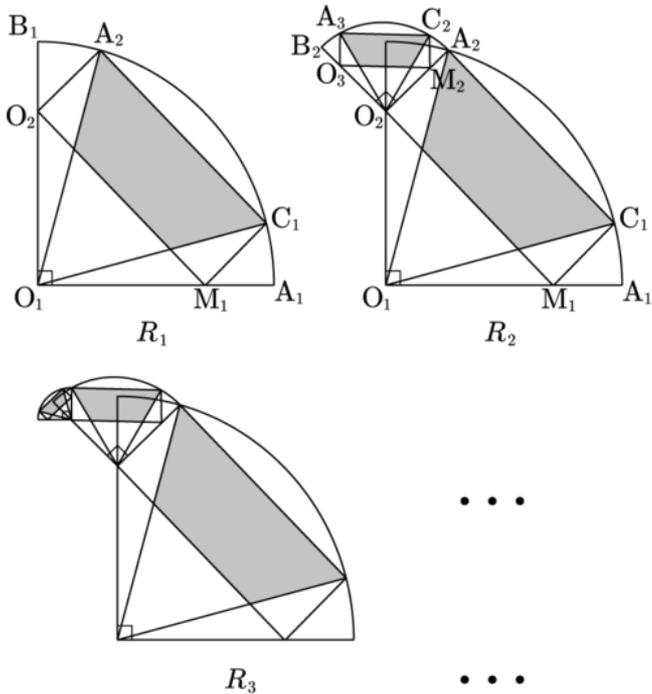
위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n), g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 값을  $\alpha$ 라 할 때,  $2f(\alpha) + g(\alpha)$ 의 값은?

# 11499

35번

그림과 같이 중심이  $O_1$ , 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴  $O_1A_1B_1$ 에서 두 선분  $O_1A_1, O_1B_1$  위에 두 점  $M_1, O_2$ 를 각각  $\overline{O_1M_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}\overline{O_1A_1}, \overline{O_1O_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\overline{O_1B_1}$ 이 되도록 정하자. 두 점  $M_1, O_2$ 와 호  $A_1B_1$  위의 두 점  $C_1, A_2$ 를 꼭짓점으로 하는 직사각형  $O_2M_1C_1A_2$ 를 그리고, 직사각형  $O_2M_1C_1A_2$ 와 삼각형  $O_1C_1A_2$ 의 내부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에 중심이  $O_2$ , 반지름의 길이가  $\overline{O_2A_2}$ 이고 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴  $O_2A_2B_2$ 를 점  $B_2$ 가 부채꼴  $O_1A_1B_1$ 의 외부에 있도록 그리고, 두 선분  $O_2A_2, O_2B_2$  위에 두 점  $M_2, O_3$ 을 각각  $\overline{O_2M_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\overline{O_2A_2}, \overline{O_2O_3} = \frac{\sqrt{2}}{2}\overline{O_2B_2}$ 가 되도록 정하자. 두 점  $M_2, O_3$ 과 호  $A_2B_2$  위의 두 점  $C_2, A_3$ 을 꼭짓점으로 하는 직사각형  $O_3M_2C_2A_3$ 을 그리고, 직사각형  $O_3M_2C_2A_3$ 과 삼각형  $O_2C_2A_3$ 의 내부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



# 11500

## 빠른 정답표

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| 1. 3                       | 21. 12                     |
| 2. $\frac{3}{2}$           | 22. 120                    |
| 3. 18                      | 23. $\frac{147}{80}$       |
| 4. $\frac{5}{2}$           | 24. 5                      |
| 5. $3a - b - 1$            | 25. $\neg, \perp, \square$ |
| 6. 6                       | 26. 25                     |
| 7. 3                       | 27. 6                      |
| 8. 8                       | 28. 9                      |
| 9. 16                      | 29. $a + 2$                |
| 10. 137                    | 30. 450                    |
| 11. $\frac{30 - 5\pi}{6}$  | 31. 5                      |
| 12. $\neg, \perp, \square$ | 32. 6                      |
| 13. 4                      | 33. $\frac{3}{31}$         |
| 14. $\frac{1}{2}$          | 34. 4                      |
| 15. 12                     | 35. $\frac{4}{3}$          |
| 16. -2                     |                            |
| 17. $\frac{5}{6}$          |                            |
| 18. 1.3111                 |                            |
| 19. 6                      |                            |
| 20. 2                      |                            |