

* 2018년 7월 시행 교육청 고3 수학 나형 30번.

$f(x) = x^3 - 12x = x(x+2\sqrt{3})(x-2\sqrt{3})$, 점 $(a, f(a))$ 를 지나고 기울기가 t 인 직선과

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 3(x+2)(x-2)$$

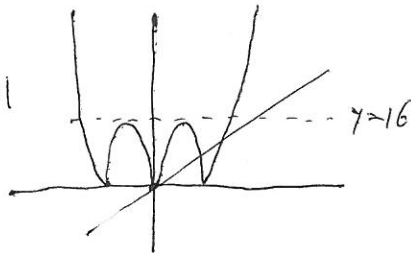
$y = |f(x)|$ 의 그래프와 교점의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

$$f(2) = -16,$$

ex)

$$f'(2\sqrt{3}) = 24.$$

$$y = |f(x)|$$



$a_1 = 0$ 이라면

$$g(0) = 3. \quad ((-2\sqrt{3}, 0), (0, 0), (2\sqrt{3}, 0))$$

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} g(t) = 3, \quad \lim_{t \rightarrow 0^-} g(t) = 3.$$

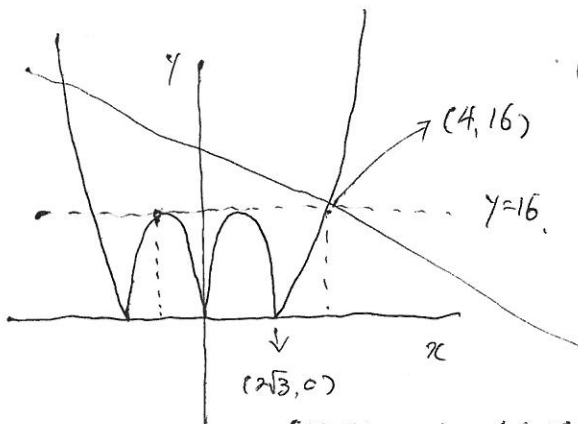
→ 이러한 예를 통해서 $g(t)$ 의 의미를 파악

* 조건: 함수 $g(t)$ 가 $t=k$ 에서 불연속이 되는 k 의 최솟값은 0 이다.

→ 기울기가 음수인 경우에는 연속으로 이루어지고 $t=0$ 이 될 때 처음으로 불연속이 나타난다.

→ $y = |f(x)|$ 의 임의의 점에서 기울기가 음수인 경우, 교점의 개수가 변하고,

x 축과 평행해지는 순간 (기울기가 0 이 될 때) 교점의 개수가 달라져야 한다.



$$(x^3 - 12x = 16 \text{ 에서 } x=4 \text{ (} \because x>0 \text{)})$$

(i) $(a, f(a)) = (4, 16)$ 이면 조건 만족.

그 외에는 불가능. $\therefore a=4$.

$(a>4) \rightarrow t(\text{기울기}) = 0$ 에서 변곡.

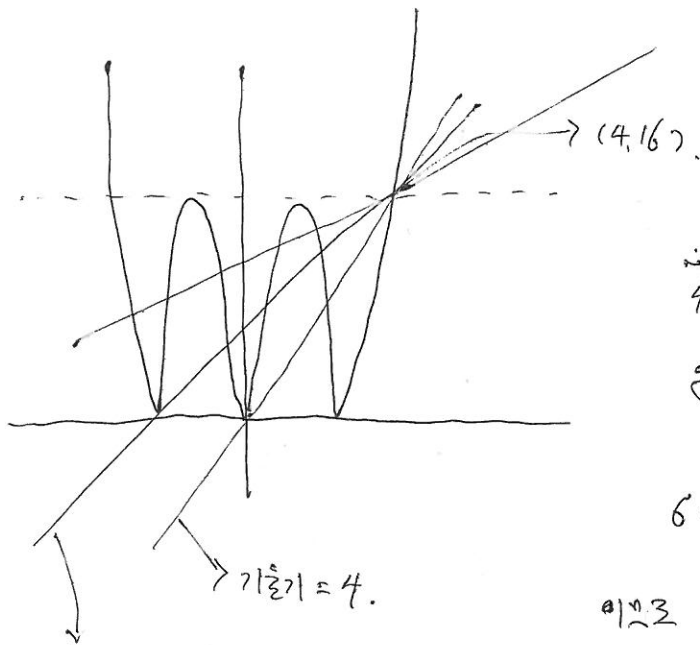
$(a=-2) \rightarrow (t<0)$ 에서 불연속 존재.

$\Rightarrow (a<0) \rightarrow$

$$f'(4) = 3 \cdot 4^2 - 12 = 36$$

그러므로 $(4, 16)$ 을 지나는 직선의 기울기가 1 일 때부터 36 일 때까지의 기울기

(양의 정수인 기울기) 를 가질 때의 교점의 개수의 총합 ($\because \sum_{n=1}^{36} g(n)$) 을 구하라는 문제



$\therefore \frac{16}{4+2\sqrt{3}}$ 이 값을 확인해야 정수값 기를기 별 예니

$g(t)$ 값을 확인할 수 있다.

$$6 < 4+2\sqrt{3} < 8$$

이므로 $\frac{16}{8} < \frac{16}{4+2\sqrt{3}} < \frac{16}{6}$

$\therefore \frac{16}{4+2\sqrt{3}} = 2, \text{XXX}$

$g(1/2) = \frac{16}{4+2\sqrt{3}}$

따라서 $t=1, g(t)=6$

$t=2, g(t)=6$

$t=3, g(t)=4$

$t=4, g(t)=3$

$t=5 \sim t=35, g(t)=2$

$t=36, g(t)=1$

$\therefore 12+4+3+2 \times 31 + 1$

$= 20+62=82$