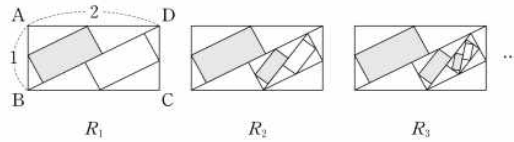


2014 ~ 2020학년도 평가원 등비급수 도형 활용 문제 모음

<2014학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 A형 18번>

18. 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB}=1$, $\overline{AD}=2$ 이다.

그림과 같이 직사각형 ABCD의 한 대각선에 의하여 만들어지는 두 직각삼각형의 내부에 두 변의 길이의 비가 1:2인 두 직사각형을 긴 변이 대각선 위에 놓이면서 두 직각삼각형에 각각 내접하도록 그리고, 새로 그려진 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 새로 그려진 두 직사각형 중 색칠되어 있지 않은 직사각형에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



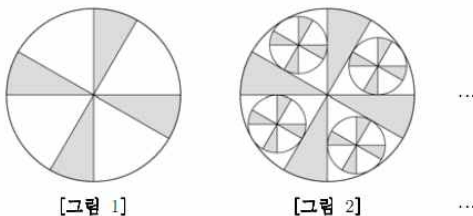
- ① $\frac{37}{61}$ ② $\frac{38}{61}$ ③ $\frac{39}{61}$ ④ $\frac{40}{61}$ ⑤ $\frac{41}{61}$

<2014학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 A형 16번>

16. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원에 중심각의 크기가

60° 이고 반지름의 길이가 1인 부채꼴을 서로 겹치지 않게 4개 그린 후 원의 내부와 새로 그린 부채꼴의 외부에 공통으로 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 [그림 1]이라 하자.

[그림 1]에서 색칠되지 않은 각 부채꼴에 두 반지름과 호에 모두 접하도록 원을 그린다. 새로 그린 각 원에 중심각의 크기가 60° 이고 반지름의 길이가 새로 그린 원의 반지름의 길이와 같은 부채꼴을 서로 겹치지 않게 4개씩 그린 후 새로 그린 원의 내부와 새로 그린 부채꼴의 외부에 공통으로 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 [그림 2]라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림에서 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{7}{15}\pi$ ② $\frac{8}{15}\pi$ ③ $\frac{3}{5}\pi$ ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{11}{15}\pi$

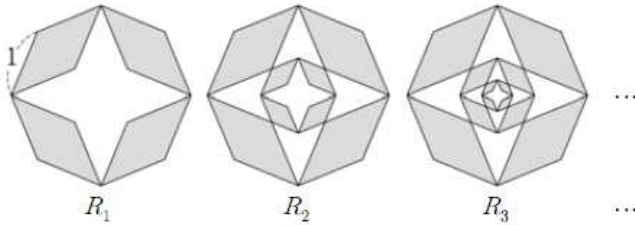
<2014학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 B형 18번>

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정팔각형의 이웃한 두 변을 변으로 하는 4개의 평행사변형을 서로 겹치지 않게 그리고, 이 평행사변형 4개를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 정팔각형의 내부에 있는 평행사변형의 꼭짓점 4개를 꼭짓점으로 포함하는 정팔각형을 그린 후, 새로 그려진 정팔각형에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 4개의 평행사변형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 가장 작은 정팔각형의 내부에 있는 평행사변형의 꼭짓점 4개를 꼭짓점으로 포함하는 정팔각형을 그린 후, 새로 그려진 정팔각형에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 4개의 평행사변형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $2 + \sqrt{2}$ ② $1 + 2\sqrt{2}$ ③ $3 + \sqrt{2}$
 ④ $1 + 3\sqrt{2}$ ⑤ $4 + \sqrt{2}$

<2014학년도 대학수학능력시험 A형 17번, B형 15번>

17. 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{A_1D_1}=2$ 이다. 그림과 같이

선분 A_1D_1 과 선분 B_1C_1 의 중점을 각각 M_1 , N_1 이라 하자.

중심이 N_1 , 반지름의 길이가 $\overline{B_1N_1}$ 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인

부채꼴 $N_1M_1B_1$ 을 그리고, 중심이 D_1 , 반지름의 길이가

$\overline{C_1D_1}$ 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 $D_1M_1C_1$ 을 그린다.

부채꼴 $N_1M_1B_1$ 의 호 M_1B_1 과 선분 M_1B_1 로 둘러싸인 부분과

부채꼴 $D_1M_1C_1$ 의 호 M_1C_1 과 선분 M_1C_1 로 둘러싸인 부분인

 모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 선분 M_1B_1 위의 점 A_2 , 호 M_1C_1 위의 점 D_2 와 변 B_1C_1

위의 두 점 B_2 , C_2 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2}:\overline{A_2D_2}=1:2$ 인

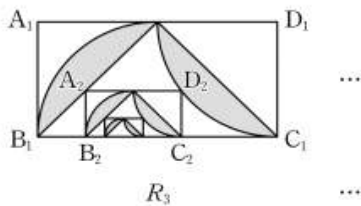
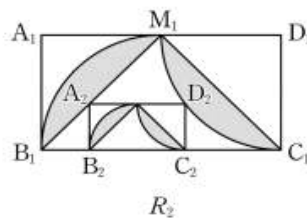
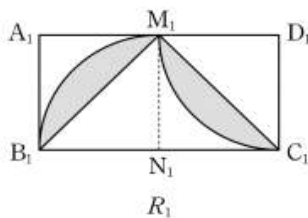
직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에서 그림 R_1

을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는  모양에 색칠하여

얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는

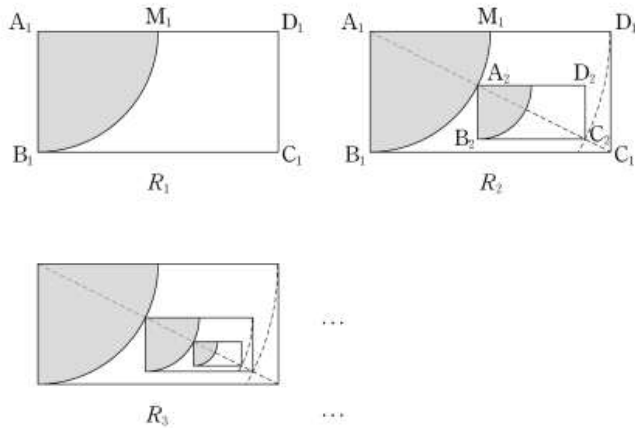
부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{25}{19} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$ ② $\frac{5}{4} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$ ③ $\frac{25}{21} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$
 ④ $\frac{25}{22} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$ ⑤ $\frac{25}{23} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$

<2015학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 A형 18번, B형 15번>

18. 그림과 같이 $\overline{A_1D_1}=2$, $\overline{A_1B_1}=1$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서 선분 A_1D_1 의 중점을 M_1 이라 하자. 중심이 A_1 , 반지름의 길이가 $\overline{A_1B_1}$ 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 $A_1B_1M_1$ 을 그리고, 부채꼴 $A_1B_1M_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 부채꼴 $A_1B_1M_1$ 의 호 B_1M_1 이 선분 A_1C_1 과 만나는 점을 A_2 라 하고, 중심이 A_1 , 반지름의 길이가 $\overline{A_1D_1}$ 인 원이 선분 A_1C_1 과 만나는 점을 C_2 라 하자. 가로와 세로의 길이의 비가 2:1이고 가로가 선분 A_1D_1 과 평행한 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에서 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 부채꼴에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{5}{16}\pi$ ② $\frac{11}{32}\pi$ ③ $\frac{3}{8}\pi$
 ④ $\frac{13}{32}\pi$ ⑤ $\frac{7}{16}\pi$

<2015학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 A형 18번, B형 16번>

18. 중심이 O , 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$ 인

부채꼴 OAB 가 있다. 그림과 같이 호 AB 를 이등분하는 점을 M 이라 하고 호 AM 과 호 MB 를 각각 이등분하는 점을 두 꼭짓점으로 하는 직사각형을 부채꼴 OAB 에 내접하도록 그리고, 부채꼴의 내부와 직사각형의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록

중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴을 그리고, 이 부채꼴에

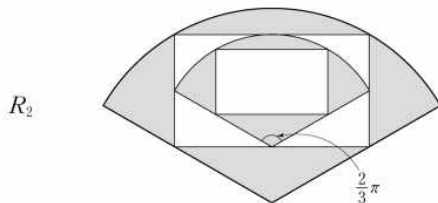
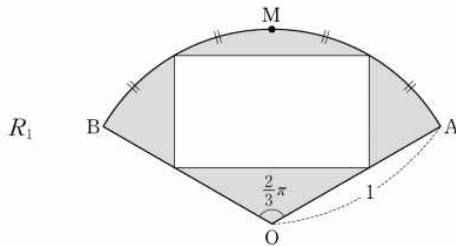
그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 새로 그려진 직사각형의 네 변의 중점을 모두

지나도록 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴을 그리고,

이 부채꼴에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



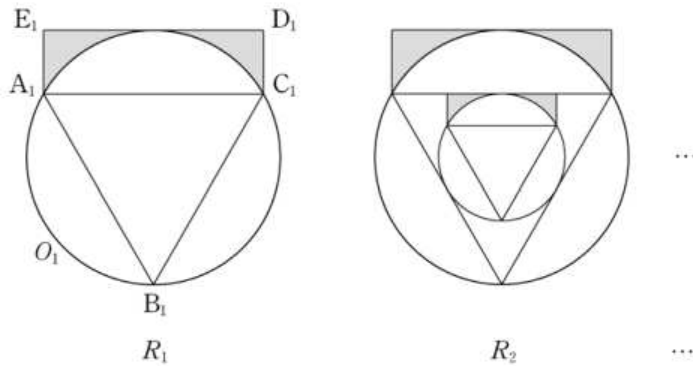
⋮ ⋮

① $\frac{2\pi-3\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\pi-\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{2\pi-3\sqrt{2}}{3}$

④ $\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{2\pi-2\sqrt{3}}{3}$

<2016학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 A형 18번, B형 15번>

18. 반지름의 길이가 2인 원 O_1 에 내접하는 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 그림과 같이 직선 A_1C_1 과 평행하고 점 B_1 을 지나지 않는 원 O_1 의 접선 위에 두 점 D_1, E_1 을 사각형 $A_1C_1D_1E_1$ 이 직사각형이 되도록 잡고, 직사각형 $A_1C_1D_1E_1$ 의 내부와 원 O_1 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
- 그림 R_1 에 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 에 내접하는 원 O_2 와 원 O_2 에 내접하는 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그리고, 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형 $A_2C_2D_2E_2$ 를 그리고 직사각형 $A_2C_2D_2E_2$ 의 내부와 원 O_2 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
- 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $4\sqrt{3} - \frac{16}{9}\pi$ ② $4\sqrt{3} - \frac{5}{3}\pi$ ③ $4\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$
- ④ $5\sqrt{3} - \frac{16}{9}\pi$ ⑤ $5\sqrt{3} - \frac{5}{3}\pi$

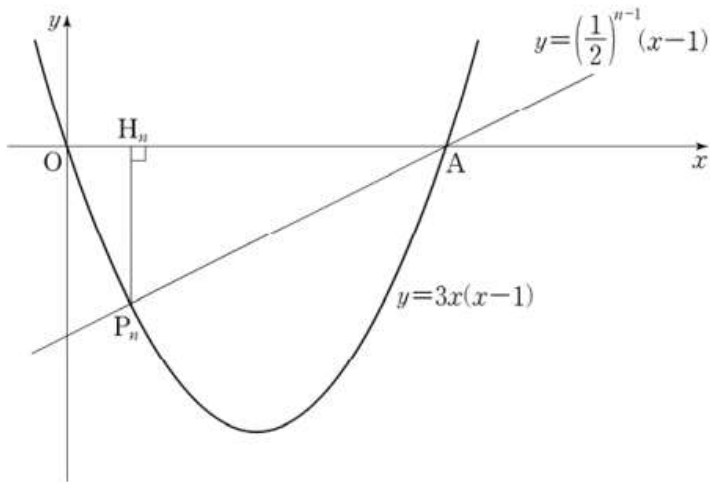
<2016학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 A형 20번>

20. 자연수 n 에 대하여 직선 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}(x-1)$ 과 이차함수

$y = 3x(x-1)$ 의 그래프가 만나는 두 점을 $A(1, 0)$ 과 P_n 이라 하자. 점 P_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} \overline{P_n H_n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{14}{9}$ ③ $\frac{29}{18}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{31}{18}$



<2016학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 B형 20번>

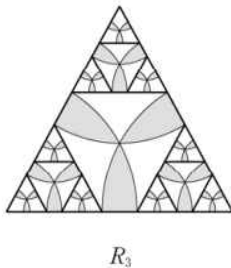
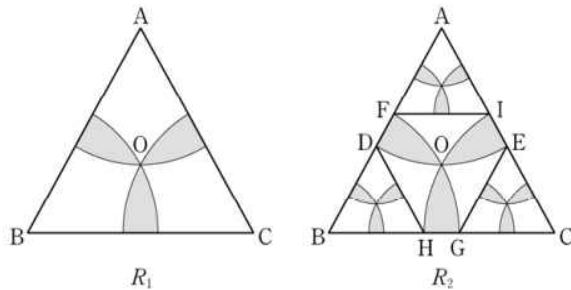
20. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC 가 있다.

정삼각형 ABC 의 외심을 O 라 할 때, 중심이 A 이고 반지름의 길이가 $\overline{AO}$ 인 원을 O_A , 중심이 B 이고 반지름의 길이가 $\overline{BO}$ 인 원을 O_B , 중심이 C 이고 반지름의 길이가 $\overline{CO}$ 인 원을 O_C 라 하자. 원 O_A 와 원 O_B 의 내부의 공통부분, 원 O_A 와 원 O_C 의 내부의 공통부분, 원 O_B 와 원 O_C 의 내부의 공통부분 중 삼각형 ABC 내부에 있는  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 원 O_A 가 두 선분 AB , AC 와 만나는 점을 각각 D , E , 원 O_B 가 두 선분 AB , BC 와 만나는 점을 각각 F , G , 원 O_C 가 두 선분 BC , AC 와 만나는 점을 각각 H , I 라 하고, 세 정삼각형 AFI , BHD , CEG 에서 R_1 을 얻는 과정과 같은 방법으로 각각 만들어지는  모양의 도형 3개에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 새로 만들어진 세 개의 정삼각형에 각각 R_1 에서 R_2 를 얻는 과정과 같은 방법으로 만들어지는  모양의 도형 9개에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

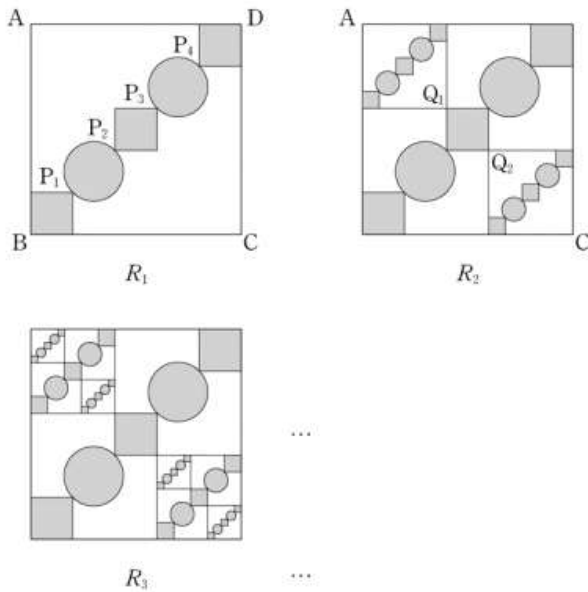
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|
| ① $(2\pi - 3\sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$ | ② $(\pi - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$ |
| ③ $(2\pi - 3\sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3)$ | ④ $(\pi - \sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3)$ |
| ⑤ $(2\pi - 2\sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$ | |

<2016학년도 대학수학능력시험 A형 15번, B형 13번>

15. 그림과 같이 한 변의 길이가 5인 정사각형 ABCD의 대각선 BD의 5등분점을 점 B에서 가까운 순서대로 각각 P_1, P_2, P_3, P_4 라 하고, 선분 BP_1, P_2P_3, P_4D 를 각각 대각선으로 하는 정사각형과 선분 P_1P_2, P_3P_4 를 각각 지름으로 하는 원을 그린 후,  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
- 그림 R_1 에서 선분 P_2P_3 을 대각선으로 하는 정사각형의 꼭짓점 중 점 A와 가장 가까운 점을 Q_1 , 점 C와 가장 가까운 점을 Q_2 라 하자. 선분 AQ_1 을 대각선으로 하는 정사각형과 선분 CQ_2 를 대각선으로 하는 정사각형을 그리고, 새로 그려진 2개의 정사각형 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로  모양의 도형을 각각 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
- 그림 R_2 에서 선분 AQ_1 을 대각선으로 하는 정사각형과 선분 CQ_2 를 대각선으로 하는 정사각형에 그림 R_1 에서 그림 R_2 를 얻는 것과 같은 방법으로  모양의 도형을 각각 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.
- 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{24}{17}(\pi+3)$ ② $\frac{25}{17}(\pi+3)$ ③ $\frac{26}{17}(\pi+3)$
 ④ $\frac{24}{17}(2\pi+1)$ ⑤ $\frac{25}{17}(2\pi+1)$

<2017학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 나형 17번>

17. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서

선분 A_1B_1 과 선분 B_1C_1 의 중점을 각각 E_1 , F_1 이라 하자.

정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 내부와 삼각형 $E_1F_1D_1$ 의 외부의

공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 선분 D_1E_1 위의 점 A_2 , 선분 D_1F_1 위의 점 D_2 와

선분 E_1F_1 위의 두 점 B_2 , C_2 를 꼭짓점으로 하는 정사각형

$A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 그림 R_1 을 얻은

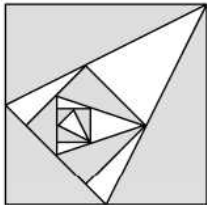
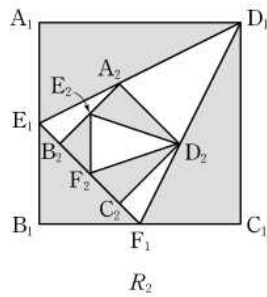
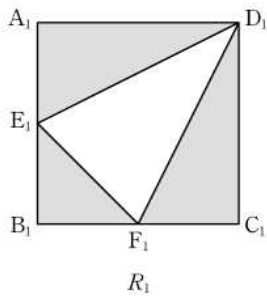
것과 같은 방법으로 삼각형 $E_2F_2D_2$ 를 그리고 정사각형

$A_2B_2C_2D_2$ 의 내부와 삼각형 $E_2F_2D_2$ 의 외부의 공통부분에

색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어

있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



...

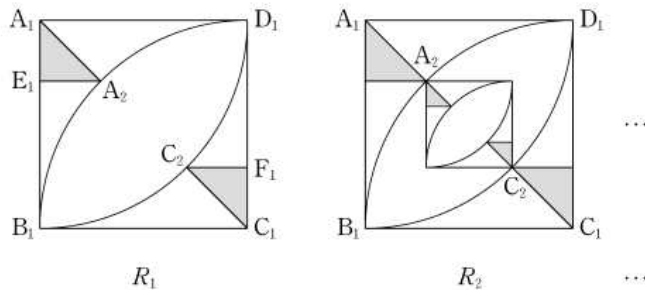
- ① $\frac{125}{37}$ ② $\frac{125}{38}$ ③ $\frac{125}{39}$ ④ $\frac{25}{8}$ ⑤ $\frac{125}{41}$

<2017학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 나형 16번>

16. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 안에 꼭짓점 A_1, C_1 을 중심으로 하고 선분 A_1B_1, C_1D_1 을 반지름으로 하는 사분원을 각각 그린다. 선분 A_1C_1 이 두 사분원과 만나는 점 중 점 A_1 과 가까운 점을 A_2 , 점 C_1 과 가까운 점을 C_2 라 하자. 선분 A_1D_1 에 평행하고 점 A_2 를 지나는 직선이 선분 A_1B_1 과 만나는 점을 E_1 , 선분 B_1C_1 에 평행하고 점 C_2 를 지나는 직선이 선분 C_1D_1 과 만나는 점을 F_1 이라 하자. 삼각형 $A_1E_1A_2$ 와 삼각형 $C_1F_1C_2$ 를 그린 후 두 삼각형의 내부에 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 선분 A_2C_2 를 대각선으로 하는 정사각형을 그리고, 새로 그려진 정사각형 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 두 개의 사분원과 두 개의 삼각형을 그리고 두 삼각형의 내부에 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{12}(\sqrt{2}-1)$ ② $\frac{1}{6}(\sqrt{2}-1)$ ③ $\frac{1}{4}(\sqrt{2}-1)$
 ④ $\frac{1}{3}(\sqrt{2}-1)$ ⑤ $\frac{5}{12}(\sqrt{2}-1)$

<2017학년도 대학수학능력시험 나형 17번>

17. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 원 O 가

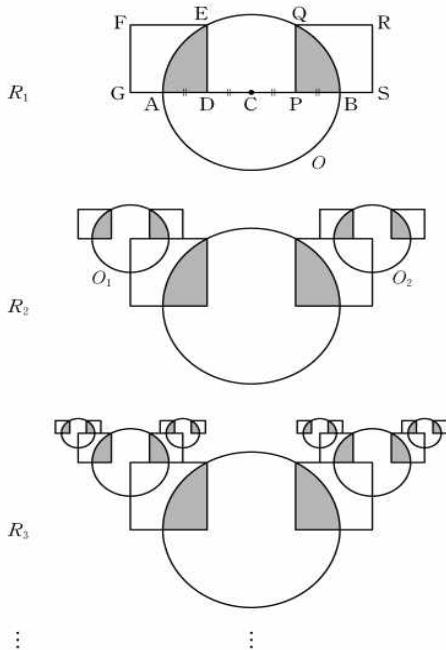
있다. 원의 중심을 C 라 하고, 선분 AC의 중점과 선분 BC의 중점을 각각 D, P 라 하자. 선분 AC의 수직이등분선과 선분 BC의 수직이등분선이 원 O 의 위쪽 반원과 만나는 점을 각각 E, Q 라 하자. 선분 DE를 한 변으로 하고 원 O 와 점 A에서 만나며 선분 DF가 대각선인 정사각형 DEFG를 그리고, 선분 PQ를 한 변으로 하고 원 O 와 점 B에서 만나며 선분 PR가 대각선인 정사각형 PQRS를 그린다. 원 O 의 내부와 정사각형 DEFG의 내부의 공통부분인 $\triangle$ 모양의 도형과 원 O 의 내부와 정사각형 PQRS의 내부의 공통부분인 $\triangle$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 점 F를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}\overline{DE}$ 인

원 O_1 , 점 R를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}\overline{PQ}$ 인

원 O_2 를 그린다. 두 원 O_1, O_2 에 각각 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 $\triangle$ 모양의 2개의 도형과 $\triangle$ 모양의 2개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

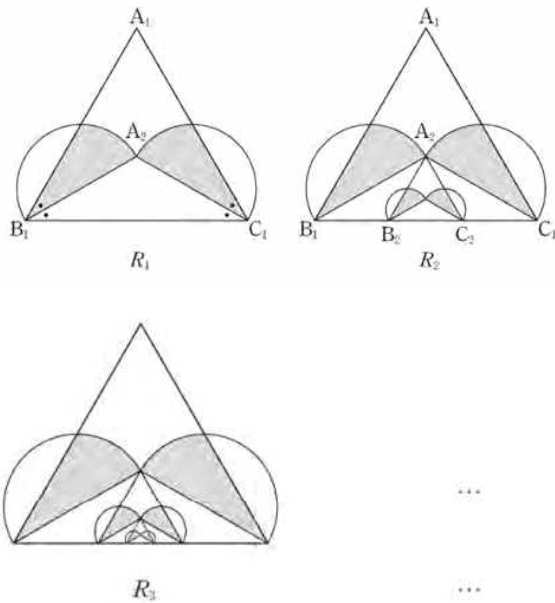
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{12\pi - 9\sqrt{3}}{10}$ ② $\frac{8\pi - 6\sqrt{3}}{5}$ ③ $\frac{32\pi - 24\sqrt{3}}{15}$
 ④ $\frac{28\pi - 21\sqrt{3}}{10}$ ⑤ $\frac{16\pi - 12\sqrt{3}}{5}$

<2018학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 나형 18번>

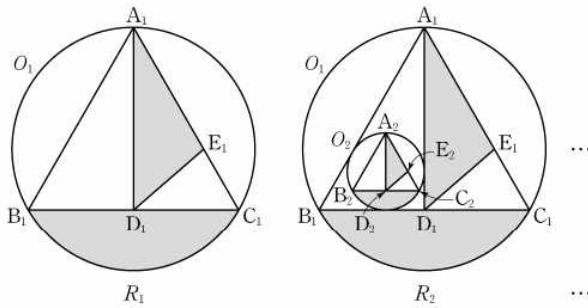
18. 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 그림과 같이 $\angle A_1B_1C_1$ 의 이등분선과 $\angle A_1C_1B_1$ 의 이등분선이 만나는 점을 A_2 라 하자. 두 선분 B_1A_2 , C_1A_2 를 각각 지름으로 하는 반원의 내부와 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 내부의 공통부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 점 A_2 를 지나고 선분 A_1B_1 에 평행한 직선이 선분 B_1C_1 과 만나는 점을 B_2 , 점 A_2 를 지나고 선분 A_1C_1 에 평행한 직선이 선분 B_1C_1 과 만나는 점을 C_2 라 하자. 그림 R_1 에 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그리고, 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 내부에  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{9\sqrt{3}+6\pi}{16}$ ② $\frac{3\sqrt{3}+4\pi}{8}$ ③ $\frac{9\sqrt{3}+8\pi}{16}$
 ④ $\frac{3\sqrt{3}+2\pi}{4}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}+6\pi}{8}$

<2018학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 나형 18번>

18. 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 원 O_1 에 내접하는 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 점 A_1 에서 선분 B_1C_1 에 내린 수선의 발을 D_1 이라 하고, 선분 A_1C_1 을 2:1로 내분하는 점을 E_1 이라 하자. 점 A_1 을 포함하지 않는 호 B_1C_1 과 선분 B_1C_1 로 둘러싸인 도형의 내부와 삼각형 $A_1D_1E_1$ 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
- 그림 R_1 에 삼각형 $A_1B_1D_1$ 에 내접하는 원 O_2 와 원 O_2 에 내접하는 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그리고, 점 A_2 에서 선분 B_2C_2 에 내린 수선의 발을 D_2 , 선분 A_2C_2 를 2:1로 내분하는 점을 E_2 라 하자. 점 A_2 를 포함하지 않는 호 B_2C_2 와 선분 B_2C_2 로 둘러싸인 도형의 내부와 삼각형 $A_2D_2E_2$ 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
- 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{16(3\sqrt{3}-2)\pi}{69}$ ② $\frac{16(3\sqrt{3}-1)\pi}{65}$ ③ $\frac{32(3\sqrt{3}-2)\pi}{69}$
- ④ $\frac{32(3\sqrt{3}-1)\pi}{69}$ ⑤ $\frac{32(3\sqrt{3}-1)\pi}{65}$

<2018학년도 대학수학능력시험 나형 19번>

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다.

선분 A_1B_1 의 중점을 D_1 이라 하고, 선분 B_1C_1 위의

$\overline{C_1D_1} = \overline{C_1B_2}$ 인 점 B_2 에 대하여 중심이 C_1 인 부채꼴

$C_1D_1B_2$ 를 그린다. 점 B_2 에서 선분 C_1D_1 에 내린 수선의 발을

A_2 , 선분 C_1B_2 의 중점을 C_2 라 하자. 두 선분 B_1B_2 , B_1D_1 과

호 D_1B_2 로 둘러싸인 영역과 삼각형 $C_1A_2C_2$ 의 내부에

색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 A_2B_2 의 중점을 D_2 라 하고, 선분 B_2C_2

위의 $\overline{C_2D_2} = \overline{C_2B_3}$ 인 점 B_3 에 대하여 중심이 C_2 인 부채꼴

$C_2D_2B_3$ 을 그린다. 점 B_3 에서 선분 C_2D_2 에 내린 수선의 발을

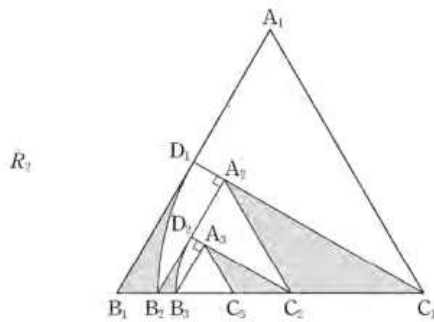
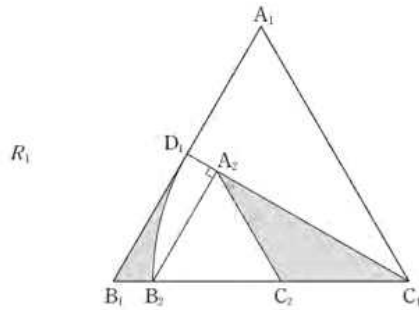
A_3 , 선분 C_2B_3 의 중점을 C_3 이라 하자. 두 선분 B_2B_3 ,

B_2D_2 와 호 D_2B_3 으로 둘러싸인 영역과 삼각형 $C_2A_3C_3$ 의

내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어

있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



⋮

⋮

① $\frac{11\sqrt{3}-4\pi}{56}$

② $\frac{11\sqrt{3}-4\pi}{52}$

③ $\frac{15\sqrt{3}-6\pi}{56}$

④ $\frac{15\sqrt{3}-6\pi}{52}$

⑤ $\frac{15\sqrt{3}-4\pi}{52}$

<2019학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 나형 18번>

18. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{A_1D_1}=2$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이

있다. 선분 A_1D_1 위의 $\overline{B_1C_1}=\overline{B_1E_1}$, $\overline{C_1B_1}=\overline{C_1F_1}$ 인

두 점 E_1, F_1 에 대하여 중심이 B_1 인 부채꼴 $B_1E_1C_1$ 과

중심이 C_1 인 부채꼴 $C_1F_1B_1$ 을 각각 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$

내부에 그리고, 선분 B_1E_1 과 선분 C_1F_1 의 교점을 G_1 이라 하자.

두 선분 G_1F_1 , G_1B_1 과 호 F_1B_1 로 둘러싸인 부분과

두 선분 G_1E_1 , G_1C_1 과 호 E_1C_1 로 둘러싸인 부분인

 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 B_1G_1 위의 점 A_2 , 선분 C_1G_1 위의

점 D_2 와 선분 B_1C_1 위의 두 점 B_2, C_2 를 꼭짓점으로 하고

$\overline{A_2B_2} : \overline{A_2D_2} = 1 : 2$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고,

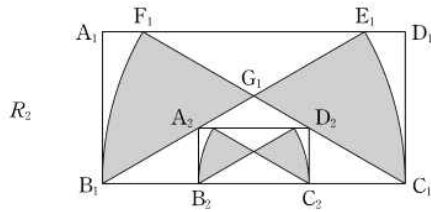
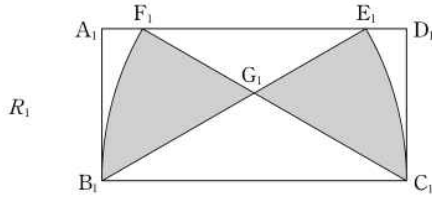
그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$

내부에  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을

R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어

있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



⋮

⋮

① $\frac{3\sqrt{3}\pi-7}{9}$

② $\frac{4\sqrt{3}\pi-12}{9}$

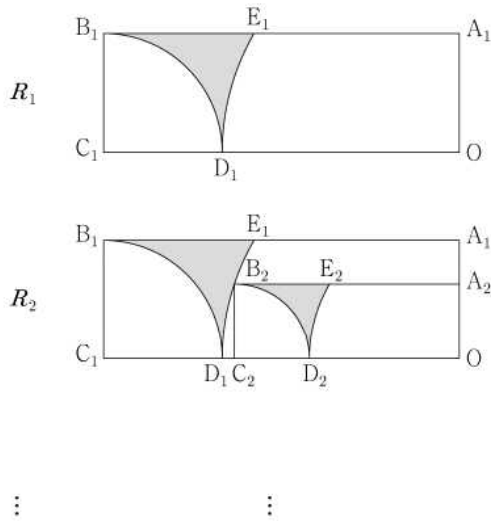
③ $\frac{3\sqrt{3}\pi-5}{9}$

④ $\frac{4\sqrt{3}\pi-10}{9}$

⑤ $\frac{4\sqrt{3}\pi-8}{9}$

<2019학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 나형 19번>

19. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=3$, $\overline{B_1C_1}=1$ 인 직사각형 $OA_1B_1C_1$ 이 있다. 중심이 C_1 이고 반지름의 길이가 $\overline{B_1C_1}$ 인 원과 선분 OC_1 의 교점을 D_1 , 중심이 O 이고 반지름의 길이가 $\overline{OD_1}$ 인 원과 선분 A_1B_1 의 교점을 E_1 이라 하자. 직사각형 $OA_1B_1C_1$ 에 호 B_1D_1 , 호 D_1E_1 , 선분 B_1E_1 로 둘러싸인 ∇ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
- 그림 R_1 에 선분 OA_1 위의 점 A_2 와 호 D_1E_1 위의 점 B_2 , 선분 OD_1 위의 점 C_2 와 점 O 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2} : \overline{B_2C_2} = 3 : 1$ 인 직사각형 $OA_2B_2C_2$ 를 그리고, 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형 $OA_2B_2C_2$ 에 ∇ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
- 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $4 - \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{7}{9}\pi$ ② $5 - \frac{5\sqrt{3}}{6} - \frac{35}{36}\pi$
- ③ $6 - \sqrt{3} - \frac{7}{6}\pi$ ④ $7 - \frac{7\sqrt{3}}{6} - \frac{49}{36}\pi$
- ⑤ $8 - \frac{4\sqrt{3}}{3} - \frac{14}{9}\pi$

<2019학년도 대학수학능력시험 나형 16번>

16. 그림과 같이 $\overline{OA_1}=4$, $\overline{OB_1}=4\sqrt{3}$ 인 직각삼각형 OA_1B_1 이

있다. 중심이 O 이고 반지름의 길이가 $\overline{OA_1}$ 인 원이 선분

OB_1 과 만나는 점을 B_2 라 하자. 삼각형 OA_1B_1 의 내부와

부채꼴 OA_1B_2 의 내부에서 공통된 부분을 제외한 $\curvearrowright$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 점 B_2 를 지나고 선분 A_1B_1 에 평행한 직선이

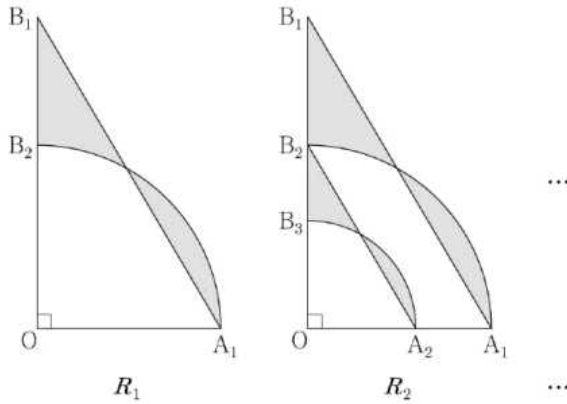
선분 OA_1 과 만나는 점을 A_2 , 중심이 O 이고 반지름의 길이가

$\overline{OA_2}$ 인 원이 선분 OB_2 와 만나는 점을 B_3 이라 하자. 삼각형

OA_2B_2 의 내부와 부채꼴 OA_2B_3 의 내부에서 공통된 부분을

제외한 $\curvearrowright$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{3}{2}\pi$ ② $\frac{5}{3}\pi$ ③ $\frac{11}{6}\pi$ ④ 2π ⑤ $\frac{13}{6}\pi$

<2020학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 나형 17번>

17. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다.

선분 C_1D_1 의 중점을 E_1 이라 하고, 직선 A_1B_1 위에 두 점 F_1, G_1 을

$\overline{E_1F_1} = \overline{E_1G_1}$, $\overline{E_1F_1} : \overline{F_1G_1} = 5 : 6$ 이 되도록 잡고 이등변삼각형

$E_1F_1G_1$ 을 그린다. 선분 D_1A_1 과 선분 E_1F_1 의 교점을 P_1 ,

선분 B_1C_1 과 선분 G_1E_1 의 교점을 Q_1 이라 할 때,

네 삼각형 $E_1D_1P_1$, $P_1F_1A_1$, $Q_1B_1G_1$, $E_1Q_1C_1$ 로 만들어진

 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 선분 F_1G_1 위의 두 점 A_2, B_2 와 선분 G_1E_1 위의 점 C_2 ,

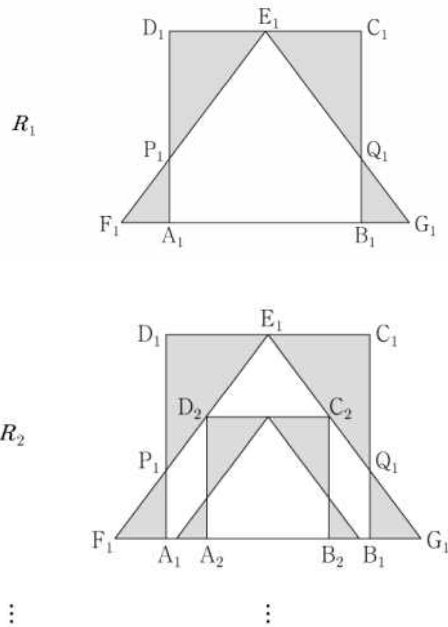
선분 E_1F_1 위의 점 D_2 를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를

그리고, 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에

 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는

부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]

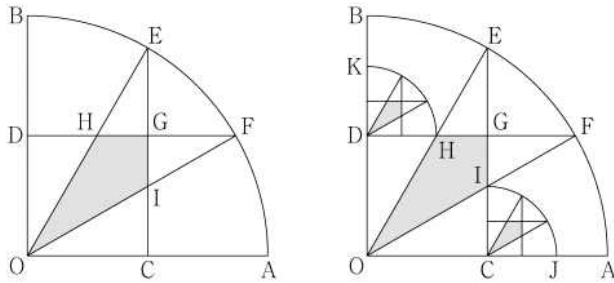


- ① $\frac{61}{6}$ ② $\frac{125}{12}$ ③ $\frac{32}{3}$ ④ $\frac{131}{12}$ ⑤ $\frac{67}{6}$

<2020학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 나형 18번>

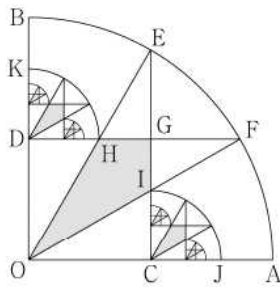
18. 그림과 같이 중심이 O , 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 OAB 가 있다. 선분 OA 의 중점을 C , 선분 OB 의 중점을 D 라 하자. 점 C 를 지나고 선분 OB 와 평행한 직선이 호 AB 와 만나는 점을 E , 점 D 를 지나고 선분 OA 와 평행한 직선이 호 AB 와 만나는 점을 F 라 하자. 선분 CE 와 선분 DF 가 만나는 점을 G , 선분 OE 와 선분 DF 가 만나는 점을 H , 선분 OF 와 선분 CG 가 만나는 점을 I 라 하자. 사각형 $OIGH$ 를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 중심이 C , 반지름의 길이가 $\overline{CI}$, 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 CJI 와 중심이 D , 반지름의 길이가 $\overline{DH}$, 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 DHK 를 그린다. 두 부채꼴 CJI , DHK 에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 두 개의 사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



R_1

R_2



R_3

...

...

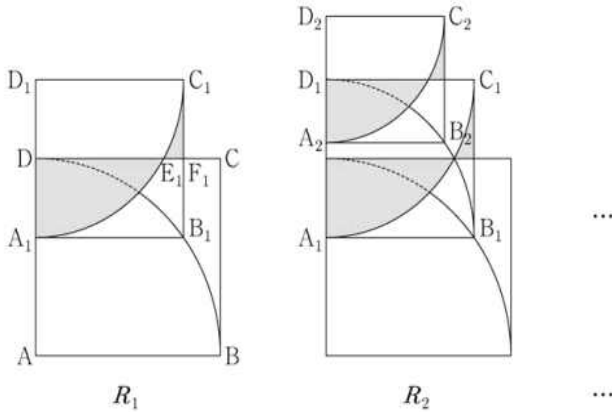
- ① $\frac{2(3-\sqrt{3})}{5}$ ② $\frac{7(3-\sqrt{3})}{15}$ ③ $\frac{8(3-\sqrt{3})}{15}$
 ④ $\frac{3(3-\sqrt{3})}{5}$ ⑤ $\frac{2(3-\sqrt{3})}{3}$

<2020학년도 대학수학능력시험 나형 18번>

18. 그림과 같이 한 번의 길이가 5인 정사각형 ABCD 에

중심이 A 이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 ABD 를 그린다.
 선분 AD 를 3:2로 내분하는 점을 A_1 , 점 A_1 을 지나고 선분 AB 에 평행한 직선이 호 BD 와 만나는 점을 B_1 이라 하자.
 선분 A_1B_1 을 한 변으로 하고 선분 DC 와 만나도록 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 을 그린 후, 중심이 D_1 이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 $D_1A_1C_1$ 을 그린다. 선분 DC 가 호 A_1C_1 , 선분 B_1C_1 과 만나는 점을 각각 E_1, F_1 이라 하고, 두 선분 DA_1, DE_1 과 호 A_1E_1 로 둘러싸인 부분과 두 선분 E_1F_1, F_1C_1 과 호 E_1C_1 로 둘러싸인 부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에 중심이 A_1 이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 $A_1B_1D_1$ 을 그린다. 선분 A_1D_1 을 3:2로 내분하는 점을 A_2 , 점 A_2 를 지나고 선분 A_1B_1 에 평행한 직선이 호 B_1D_1 과 만나는 점을 B_2 라 하자. 선분 A_2B_2 를 한 변으로 하고 선분 D_1C_1 과 만나도록 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린 후, 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



① $\frac{50}{3} \left(3 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{6} \right)$

② $\frac{100}{9} \left(3 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$

③ $\frac{50}{3} \left(2 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$

④ $\frac{100}{9} \left(3 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{6} \right)$

⑤ $\frac{100}{9} \left(2 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$

정답

4

3

1

3

1

4

1

2

3

2

5

3

3

1

3

2

2

2

2

1

5