2020 EBS 수능특강 확률과 통계 5. 이산확률변수의 확률분포

p59　　유제2　단순변형

1. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 한 번 던져서 나온 두 눈의 수의 곱이 홀수이면 3점, 짝수이면 2점을 얻는 게임이 있다. 이 게임을 4번 하여 얻은 점수의 합을 확률변수 X라 할 때, $P(8<X<11)$의 값은?

① $\frac{39}{64}$　② $\frac{79}{128}$　③ $\frac{5}{16}$　④ $\frac{81}{128}$　⑤ $\frac{41}{64}$

p61　　유제3　단순변형

2. 이산확률변수 X가 갖는 값이 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3^2}$, $\frac{1}{3^3}$, $\frac{1}{3^4}$이고, X의 확률질량함수가

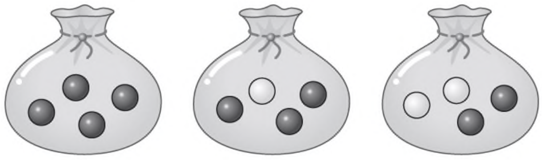
$$P(X=x)=\frac{2a}{x}\ \left(x=\frac{1}{3},\ \frac{1}{3^2},\ \frac{1}{3^3},\ \frac{1}{3^4}\right)$$

일 때, $\mathrm{E}(X)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① $\frac{1}{30}$　② $\frac{1}{15}$　③ $\frac{1}{10}$　④ $\frac{2}{15}$　⑤ $\frac{1}{6}$

p61　　유제4　단순변형

3. 그림과 같이 A주머니에는 검은 공 4개, B주머니에는 검은 공 3개, 흰 공 1개, C주머니에는 검은 공 2개, 흰 공 2개가 들어 있다. 세 주머니 A, B, C에서 각각 공을 임의로 두 개씩 꺼낼 때, 꺼낸 공 중 흰 공의 개수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{E}(X)$의 값은?



① $\frac{1}{2}$　② 1　③ $\frac{3}{2}$
④ 2　⑤ $\frac{5}{2}$

p65　　유제6　단순변형

4. 이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 아래 표와 같고
$\mathrm{E}(aX+3b)=24$, $\mathrm{V}(aX-b)=469$일 때,
세 상수 a, b, c에 대하여 $c(a+b)$의 값은?
(단, $a>0$)

X	-3	-2	2	3	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	c	1

① 3　② 4　③ 5
④ 6　⑤ 7

p67　　유제7　단순변형

5. 이항분포 $\mathrm{B}(200,\ p)$을 따르는 확률변수 X에 대하여 $\mathrm{V}(3X+5)=400$일 때, $\mathrm{E}(6X+1)$의 값은? (단, $0<p<\frac{1}{2}$)

① 101　② 201　③ 301
④ 401　⑤ 501

p67 유제8 단순변형

6. 두 개의 주사위를 동시에 한 번 던지는 시행을 360회 반복할 때, 두 주사위를 던져서 나온 눈의 수의 합이 3의 배수가 되는 횟수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{V}(X)$의 값은?

① 60 ② 65 ③ 70
④ 75 ⑤ 80

p68 1번 단순변형

7. 흰 공 4개, 검은 공 5개가 들어 있는 주머니에서 임의로 6개의 공을 동시에 꺼낼 때 나오는 흰 공의 개수를 확률변수 X라 하자. $P(X \geq 2)$의 값은?

① $\frac{16}{21}$ ② $\frac{17}{21}$ ③ $\frac{6}{7}$
④ $\frac{19}{21}$ ⑤ $\frac{20}{21}$

p68 2번 단순변형

8. 이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 아래 표와 같다. $\mathrm{E}(6X)=26$일 때, $a-b$의 값은? (단, a. b는 상수이다.)

X	2	4	6	8	계
$P(X=x)$	a	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	b	1

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

p68 3번 단순변형

9. 이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 오른쪽과 같다. $\mathrm{E}(X)=\frac{4}{3}$, $\mathrm{V}(X)=\frac{5}{9}$일 때, $3a+6b+c$의 값은? (단, a, b, c는 상수이다.)

X	0	1	2	계
$P(X=x)$	a	b	c	1

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

p68 4번 단순변형

10. 검은 공 3개, 흰 공 5개가 들어 있는 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때 나오는 검은 공의 개수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{E}(X)$의 값은?

① $\frac{9}{8}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{11}{8}$
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{13}{8}$

정답 및 해설

1	④	2	①	3	③	4	①	5	④
6	⑤	7	⑤	8	②	9	③	10	①

1) 정답 ④

[출제범위] 이산확률변수의 확률분포

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 한 번 던질 때, 나온 두 눈의 수의 곱이 홀수이려면 두 눈의 수가 모두 홀수이어야 하므로

두 눈의 수의 곱이 홀수일 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

두 눈의 수의 곱이 짝수일 확률은

$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

4번의 게임을 할 때 두 눈의 수의 곱이 홀수인 횟수를 x, 짝수인 횟수를 y라 하면

$x+y=4$

이고, 이때 얻은 점수의 합은 $3x+2y$이므로

확률변수 X는 $8,\ 9,\ 10,\ 11,\ 12$이다.

$8<X<11$에서 $X=9$ 또는 $X=10$이다.

ⅰ) $3x+2y=9$일 때,

$x+y=4$이므로 $x=1,\ y=3$이다.

따라서 $X=9$이려면 4번의 게임에서 나온 두 눈의 수의 곱이 홀수인 경우가 1번, 짝수인 경우가 3번이어야 하므로

$P(X=9)={}_4C_1\left(\frac{1}{4}\right)^1\left(\frac{3}{4}\right)^3=\frac{27}{64}$이다.

ⅱ) $3x+2y=10$일 때,

$x+y=4$이므로 $x=2,\ y=2$이다.

따라서 $X=10$이려면 4번의 게임에서 나온 두 눈의 수의 곱이 홀수인 경우가 2번, 짝수인 경우가 2번이어야 하므로

$P(X=10)={}_4C_2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{27}{128}$이다.

ⅰ), ⅱ)에서

$$\begin{aligned}P(8<X<11)&=P(X=9)+P(X=10)\\&=\frac{27}{64}+\frac{27}{128}\\&=\frac{81}{128}\end{aligned}$$

이다.

필수 개념

▸ 이산확률분포에서 평균과 분산과 표준편차

평균을 $\mathrm{E}(X)=m$, 분산을 $\mathrm{V}(X)$, 표준편차를 $\sigma(X)$ 라 하면

(1) 평균(기댓값) $\Rightarrow$ $m=\mathrm{E}(X)=\sum_{i=1}^{n}x_ip_i$

(2) 분산 $\Rightarrow$ $\mathrm{V}(X)=\sigma(X)^2=\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2p_i$

(3) 표준편차 $\Rightarrow$

$$\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2p_i}$$

▸ 평균, 분산, 표준편차의 성질

(1) $\mathrm{E}(aX+b)=a\mathrm{E}(X)+b$

(2) $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

(3) $\sigma(aX+b)=|a|\sigma(X)$

2) 정답 ①

[출제범위] 이산확률변수의 확률분포

$$\begin{aligned}&P\left(X=\frac{1}{3}\right)+P\left(X=\frac{1}{3^2}\right)+P\left(X=\frac{1}{3^3}\right)+P\left(X=\frac{1}{3^4}\right)\\&=2a\times3+2a\times3^2+2a\times3^3+2a\times3^4\\&=2a(3+3^2+3^3+3^4)\\&=240a\end{aligned}$$

이므로 $240a=1$에서 $a=\frac{1}{240}$이다.

$P(X=x_i)=\frac{2a}{x_i}\ \left(x_i=\frac{1}{3^i},\ i=1,2,3,4\right)$라 하면

$$\begin{aligned}\mathrm{E}(X)&=\sum_{i=1}^{4}x_iP(X=x_i)\\&=\sum_{i=1}^{4}\left(x_i\times\frac{2a}{x_i}\right)\\&=\sum_{i=1}^{4}2a\\&=8a\\&=\frac{1}{30}\end{aligned}$$

이다.

필수 개념

▸ 이산확률분포에서 평균과 분산과 표준편차

평균을 $\mathrm{E}(X)=m$, 분산을 $\mathrm{V}(X)$, 표준편차를 $\sigma(X)$ 라 하면

(1) 평균(기댓값) $\Rightarrow$ $m=\mathrm{E}(X)=\sum_{i=1}^{n}x_ip_i$

(2) 분산 $\Rightarrow$ $\mathrm{V}(X)=\sigma(X)^2=\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2p_i$

(3) 표준편차 $\Rightarrow$

$$\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2p_i}$$

▸ 평균, 분산, 표준편차의 성질

(1) $\mathrm{E}(aX+b)=a\mathrm{E}(X)+b$

(2) $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

(3) $\sigma(aX+b)=|a|\sigma(X)$

3) 정답 ③

[출제범위] 이산확률변수의 확률분포

확률변수 X가 갖는 값은 0, 1, 2, 3이고,

$X=0$일 때

세 주머니 A, B, C에서 각각 검은 공을 꺼내야 하므로

$$P(X=0)=\frac{{}_4C_2}{{}_4C_2}\times\frac{{}_3C_2}{{}_4C_2}\times\frac{{}_2C_2}{{}_4C_2}=\frac{1}{12}$$

$X=1$일 때

ⅰ) 주머니 A에서 검은 공 2개, 주머니 B에서 흰 공 1개, 검은 공 1개, 주머니 C에서 검은 공 2개를 각각 꺼내야 하므로

$$\frac{{}_4C_2}{{}_4C_2}\times\frac{{}_1C_1\times{}_3C_1}{{}_4C_2}\times\frac{{}_2C_2}{{}_4C_2}=\frac{1}{12}$$

ⅱ) 주머니 A에서 검은 공 2개, 주머니 B에서 검은 공 2개, 주머니 C에서 흰 공 1개, 검은 공 1개를 각각 꺼내야 하므로

$$\frac{{}_4C_2}{{}_4C_2}\times\frac{{}_3C_2}{{}_4C_2}\times\frac{{}_2C_1\times{}_2C_1}{{}_4C_2}=\frac{1}{3}$$

ⅰ), ⅱ)에서 $P(X=1)=\frac{1}{12}+\frac{1}{3}=\frac{5}{12}$

$X=2$일 때

ⅰ) 주머니 A에서 검은 공 2개, 주머니 B에서 흰 공 1개, 검은 공 1개, 주머니 C에서 흰 공 1개, 검은 공 1개를 각각 꺼내야 하므로

$$\frac{{}_4C_2}{{}_4C_2}\times\frac{{}_1C_1\times{}_3C_1}{{}_4C_2}\times\frac{{}_2C_1\times{}_2C_1}{{}_4C_2}=\frac{1}{3}$$

ⅱ) 주머니 A에서 검은 공 2개, 주머니 B에서 검은 공 2개, 주머니 C에서 흰 공 2개를 각각 꺼내야 하므로

$$\frac{{}_4C_2}{{}_4C_2}\times\frac{{}_3C_2}{{}_4C_2}\times\frac{{}_2C_2}{{}_4C_2}=\frac{1}{12}$$

ⅰ), ⅱ)에서 $P(X=2)=\frac{1}{3}+\frac{1}{12}=\frac{5}{12}$

$X=3$일 때

주머니 A에서 검은 공 2개, 주머니 B에서 흰 공 1개, 검은 공 1개, 주머니 C에서 흰 공 2개를 각각 꺼내야 하므로

$$P(X=3)=\frac{{}_4C_2}{{}_4C_2}\times\frac{{}_1C_1\times{}_3C_1}{{}_4C_2}\times\frac{{}_2C_2}{{}_4C_2}=\frac{1}{12}$$

따라서

$$E(X)=0\times\frac{1}{12}+1\times\frac{5}{12}+2\times\frac{5}{12}+3\times\frac{1}{12}=\frac{3}{2}$$

이다.

필수 개념

▸ 이산확률분포에서 평균과 분산과 표준편차

평균을 $\mathrm{E}(X)=m$, 분산을 $\mathrm{V}(X)$, 표준편차를 $\sigma(X)$ 라 하면

(1) 평균(기댓값) $\Rightarrow$ $m=\mathrm{E}(X)=\sum_{i=1}^{n}x_ip_i$

(2) 분산 $\Rightarrow$ $\mathrm{V}(X)=\sigma(X)^2=\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2p_i$

(3) 표준편차 $\Rightarrow$

$$\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2p_i}$$

▸ 평균, 분산, 표준편차의 성질

(1) $\mathrm{E}(aX+b)=a\mathrm{E}(X)+b$

(2) $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

(3) $\sigma(aX+b)=|a|\sigma(X)$

4) 정답 ①

[출제범위] 이산확률변수의 확률분포

확률분포표에서 확률의 총합은 1이므로

$\frac{1}{10}+\frac{1}{5}+\frac{1}{2}+c=1$에서 $c=\frac{1}{5}$이다.

$$\mathrm{E}(X)=(-3)\times\frac{1}{10}+(-2)\times\frac{1}{5}+2\times\frac{1}{2}+3\times\frac{1}{5}$$
$$=\frac{9}{10}$$

$$\mathrm{E}(X^2)=(-3)^2\times\frac{1}{10}+(-2)^2\times\frac{1}{5}+2^2\times\frac{1}{2}+3^2\times\frac{1}{5}$$
$$=\frac{11}{2}$$

이므로

$$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{11}{2}-\left(\frac{9}{10}\right)^2=\frac{469}{100}$$

$\mathrm{E}(aX+3b)=24$, $\mathrm{V}(aX-b)=469$에서

$$\mathrm{E}(aX+3b)=a\mathrm{E}(X)+3b=\frac{9a}{10}+3b=24$$

$\therefore\ 3a+10b=80$

$\mathrm{V}(aX-b)=a^2\mathrm{V}(X)=\frac{469a^2}{100}=469$이므로

$a^2=100$

$a>0$이므로 $a=10$이고,

$3a+10b=80$이므로 $b=5$이다.

따라서 $a=10,\ b=5,\ c=\frac{1}{5}$에서

$c(a+b)=\frac{1}{5}\times(10+5)=3$이다.

필수 개념

▸ 이산확률분포에서 평균과 분산과 표준편차

평균을 $\mathrm{E}(X)=m$, 분산을 $\mathrm{V}(X)$, 표준편차를 $\sigma(X)$ 라 하면

(1) 평균(기댓값) $\Rightarrow$ $m=\mathrm{E}(X)=\sum_{i=1}^{n}x_ip_i$

(2) 분산 $\Rightarrow$ $\mathrm{V}(X)=\sigma(X)^2=\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2p_i$

(3) 표준편차 $\Rightarrow$

$$\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2p_i}$$

▸ 평균, 분산, 표준편차의 성질

(1) $\mathrm{E}(aX+b)=a\mathrm{E}(X)+b$

(2) $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

(3) $\sigma(aX+b)=|a|\sigma(X)$

5) 정답 ④

[출제범위] 이항분포

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(200,\ p)$을 따르므로

$\mathrm{V}(X)=200\times p\times(1-p)$

$\mathrm{V}(3X+5)=400$에서

$9\mathrm{V}(X)=400$, 즉 $\mathrm{V}(X)=\frac{400}{9}$이므로

$200p(1-p)=\frac{400}{9}$

$9p^2-9p+2=0$

$(3p-1)(3p-2)=0$

$\therefore\ p=\frac{1}{3}\ \left(0<p<\frac{1}{2}\right)$

$\mathrm{E}(X)=200\times\frac{1}{3}=\frac{200}{3}$이므로

$\mathrm{E}(6X+1)=6\mathrm{E}(X)+1=401$이다.

필수 개념
▸이항분포의 평균, 분산, 표준편차 확률변수 X가 이항분포 $B(n,\ p)$ 를 따를 때, X의 평균을 E(X), 분산을 V(X), 표준편차를 σ(X)라 하면 (단, $q=1-p$) (1) $\mathrm{E}(X)=np$ (2) $\mathrm{V}(X)=npq$ (3) $\sigma(X)=\sqrt{npq}$

6) 정답 ⑤

[출제범위] 이항분포

두 개의 주사위를 동시에 한 번 던져서 나온 눈의 수를 순서쌍으로 나타낼 때, 나온 눈의 수의 합이 3의 배수인 경우는 다음과 같다.

합이 3 ⇒ (1, 2), (2, 1)

합이 6 ⇒ (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)

합이 9 ⇒ (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)

합이 12 ⇒ (6, 6)

두 개의 주사위를 동시에 한 번 던져서 나온 눈의 수의 합이 3의 배수일 확률은

$\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$이다.

따라서 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(360,\ \frac{1}{3}\right)$을 따르므로 $\mathrm{V}(X)=360\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=80$이다.

필수 개념
▸이항분포의 평균, 분산, 표준편차 확률변수 X가 이항분포 $B(n,\ p)$ 를 따를 때, X의 평균을 E(X), 분산을 V(X), 표준편차를 σ(X)라 하면 (단, $q=1-p$) (1) $\mathrm{E}(X)=np$ (2) $\mathrm{V}(X)=npq$ (3) $\sigma(X)=\sqrt{npq}$

7) 정답 ⑤

[출제범위] 이산확률변수의 확률분포

흰 공 4개, 검은 공 5개가 들어 있는 주머니에서 임의로 6개의 공을 동시에 꺼낼 때 나오는 흰 공의 개수는 1, 2, 3, 4이므로 확률변수 X가 갖는 값은 1, 2, 3, 4이다.

$$\begin{aligned}P(X\geq 2)&=P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)\\&=1-P(X=1)\\&=1-\frac{{}_4C_1\times{}_5C_5}{{}_9C_6}\\&=1-\frac{{}_4C_1\times{}_5C_5}{{}_9C_3}\\&=1-\frac{1}{21}\\&=\frac{20}{21}\end{aligned}$$

이다.

필수 개념
▸ 이산확률분포에서 평균과 분산과 표준편차 평균을 $\mathrm{E}(X)=m$, 분산을 $\mathrm{V}(X)$, 표준편차를 $\sigma(X)$ 라 하면 (1) 평균(기댓값) ⇒ $m=\mathrm{E}(X)=\sum_{i=1}^{n}x_ip_i$ (2) 분산 ⇒ $\mathrm{V}(X)=\sigma(X)^2=\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2p_i$ (3) 표준편차 ⇒ $\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2p_i}$ ▸평균, 분산, 표준편차의 성질 (1) $\mathrm{E}(aX+b)=a\mathrm{E}(X)+b$ (2) $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$ (3) $\sigma(aX+b)=\mid a\mid\sigma(X)$

8) 정답 ②

[출제범위] 이산확률변수의 확률분포

확률변수 X가 갖는 값에 대한 확률의 합은 1이므로

$a+\frac{1}{6}+\frac{1}{4}+b=1$에서

$a+b=\frac{7}{12}$ …… ㉠

$\mathrm{E}(6X)=26$이므로 $\mathrm{E}(X)=\frac{13}{3}$에서

$E(X)=2\times a+4\times\frac{1}{6}+6\times\frac{1}{4}+8\times b=\frac{13}{3}$

$a+4b=\frac{13}{12}$…… ㉡

㉠, ㉡에서

$a=\frac{5}{12}$, $b=\frac{1}{6}$

따라서 $a-b=\frac{5}{12}-\frac{1}{6}=\frac{1}{4}$이다.

필수 개념

▸ 이산확률분포에서 평균과 분산과 표준편차

평균을 $\mathrm{E}(X)=m$, 분산을 $\mathrm{V}(X)$, 표준편차를 $\sigma(X)$ 라 하면

(1) 평균(기댓값) ⇒ $m=\mathrm{E}(X)=\sum_{i=1}^{n}x_ip_i$

(2) 분산 ⇒ $\mathrm{V}(X)=\sigma(X)^2=\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2p_i$

(3) 표준편차 ⇒

$$\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2p_i}$$

▸ 평균, 분산, 표준편차의 성질

(1) $\mathrm{E}(aX+b)=a\mathrm{E}(X)+b$

(2) $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

(3) $\sigma(aX+b)=|a|\sigma(X)$

9) 정답 ③

[출제범위] 이산확률변수의 확률분포

확률변수 X가 갖는 값에 대한 확률의 합은 1이므로

$a+b+c=1$…… ㉠

$\mathrm{E}(X)=\frac{4}{3}$이므로

$\mathrm{E}(X)=b+2c=\frac{4}{3}$…… ㉡

$\mathrm{V}(X)=\frac{5}{9}$이므로

$\mathrm{V}(X)=1^2\times b+2^2\times c-\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{5}{9}$에서

$b+4c=\frac{7}{3}$ …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서

$a=\frac{1}{6}$, $b=\frac{1}{3}$, $c=\frac{1}{2}$

따라서 $3a+6b+c=\frac{1}{2}+2+\frac{1}{2}=3$

필수 개념

▸ 이산확률분포에서 평균과 분산과 표준편차

평균을 $\mathrm{E}(X)=m$, 분산을 $\mathrm{V}(X)$, 표준편차를 $\sigma(X)$ 라 하면

(1) 평균(기댓값) ⇒ $m=\mathrm{E}(X)=\sum_{i=1}^{n}x_ip_i$

(2) 분산 ⇒ $\mathrm{V}(X)=\sigma(X)^2=\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2p_i$

(3) 표준편차 ⇒

$$\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2p_i}$$

▸ 평균, 분산, 표준편차의 성질

(1) $\mathrm{E}(aX+b)=a\mathrm{E}(X)+b$

(2) $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

(3) $\sigma(aX+b)=|a|\sigma(X)$

10) 정답 ①

[출제범위] 이산확률변수의 확률분포

확률변수 X가 갖는 값은 0, 1, 2, 3이다.

$X=0$일 때, 흰 공을 3개 꺼낸 경우이므로

$p(X=0)=\frac{{}_5C_3}{{}_8C_3}=\frac{5}{28}$

$X=1$일 때, 검은 공 1개, 흰 공 2개를 꺼낸 경

우이므로

$$P(X=1)=\frac{{}_3C_1\times{}_5C_2}{{}_8C_3}=\frac{15}{28}$$

$X=2$일 때, 검은 공 2개, 흰 공 1개를 꺼낸 경우이므로

$$P(X=2)=\frac{{}_3C_2\times{}_5C_1}{{}_8C_3}=\frac{15}{56}$$

$X=3$일 때, 검은 공 3개를 꺼낸 경우이므로

$$P(X=3)=\frac{{}_3C_3}{{}_8C_3}=\frac{1}{56}$$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	계
$P(X=x)$	$\frac{5}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{1}{56}$	1

$$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{5}{28}+1\times\frac{15}{28}+2\times\frac{15}{56}+3\times\frac{1}{56}=\frac{9}{8}$$

필수 개념

▸ 이산확률분포에서 평균과 분산과 표준편차

평균을 $\mathrm{E}(X)=m$, 분산을 $\mathrm{V}(X)$, 표준편차를 $\sigma(X)$ 라 하면

(1) 평균(기댓값) ⇒ $m=\mathrm{E}(X)=\sum_{i=1}^{n}x_ip_i$

(2) 분산 ⇒ $\mathrm{V}(X)=\sigma(X)^2=\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2p_i$

(3) 표준편차 ⇒

$$\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2p_i}$$

▸ 평균, 분산, 표준편차의 성질

(1) $\mathrm{E}(aX+b)=a\mathrm{E}(X)+b$

(2) $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

(3) $\sigma(aX+b)=|a|\sigma(X)$