

Intro

Method.1) 연쇄변환법

Method.2) 예각가정법

Method.3) 그래프 도시법

Method. EXTRA) 결과암기법

항등식으로서의 각 변환 공식

TMI)교과서에서의 각 변환 설명

각각의 Method 활용법

Intro

$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$	$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$
$\sin\left(-\theta + \frac{\pi}{2}\right)$	$\cos\left(-\theta + \frac{\pi}{2}\right)$
$\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$	$\cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$
$\sin\left(-\theta - \frac{\pi}{2}\right)$	$\cos\left(-\theta - \frac{\pi}{2}\right)$
$\sin(\theta + \pi)$	$\cos(\theta + \pi)$
$\sin(-\theta + \pi)$	$\cos(-\theta + \pi)$
$\sin(\theta - \pi)$	$\cos(\theta - \pi)$
$\sin(-\theta - \pi)$	$\cos(-\theta - \pi)$
$\sin\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right)$	$\cos\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right)$
$\sin\left(-\theta + \frac{3}{2}\pi\right)$	$\cos\left(-\theta + \frac{3}{2}\pi\right)$
$\sin\left(\theta - \frac{3}{2}\pi\right)$	$\cos\left(\theta - \frac{3}{2}\pi\right)$
$\sin\left(-\theta - \frac{3}{2}\pi\right)$	$\cos\left(-\theta - \frac{3}{2}\pi\right)$
모든 실수 θ 에 대하여 위의 24가지 식들은	
$\sin\theta, \cos\theta, -\sin\theta, -\cos\theta$ 의 4가지 식 중 하나로만 변환을 할 수 있다.	

변환방법으로

연쇄변환법, 예각가정법, 그래프 도시법을 설명하겠습니다.

※ 이 자료에서

$\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \pi, -\pi, \frac{3}{2}\pi, -\frac{3}{2}\pi$ 는 ‘사분각’

$\theta, -\theta$ 는 ‘자유각’

이라는 용어를 쓰겠습니다. 실제로는 사용하지 않는 용어입니다.

Method.1) 연쇄변환법

sin 함수와 cos 함수의 각 변환 공식에서 사용되는 기본 법칙

0. cos은 단위원 위의 x 좌표를, sin은 단위원 위의 y 좌표를 나타낸다. (★)
1. sin과 cos은 모두 주기가 2π 이다. (무변환)
2. sin 그래프는 원점대칭(기함수), cos 그래프는 y 축대칭(우함수)이다. (부호변환)
3. π 만큼의 회전은 단위원에서 원점 대칭과 결과가 같다. (부호변환)
4. θ 와 $\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ 사이의 상호변환은 단위원에서 $y=x$ 대칭과 결과가 같다. (함수변환)

연쇄변환법은 위의 기본법칙만을 연쇄적으로 사용하여
 $\sin\theta$, $\cos\theta$, $-\sin\theta$, $-\cos\theta$ 을 얻는 방법입니다.

0 1 2 3 은 각 변환을 배우지 않아도 이미 알고 있어야 하는 지식입니다.

- (★) 삼각비에서는 밑변, 높이의 길이라고 하는 것이 맞지만,
삼각함수에서는 좌표 성분이라고 해야 합니다.
삼각비와 삼각함수를 혼동하지 않고 구분하는 것은 수 I 삼각함수 단원에서 필수입니다.

①. $\sin$ 과 $\cos$ 이 모두 주기가 2π 임을 통해 24가지 식 중에 서로 같은 것을 찾으려면 한 쌍씩 짝이 이루어집니다.

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\theta - \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\theta - \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$\sin\left(-\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(-\theta - \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$\cos\left(-\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(-\theta - \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$\cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$\sin\left(-\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(-\theta + \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$\cos\left(-\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(-\theta + \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$\sin(\theta + \pi) = \sin(\theta - \pi)$$

$$\cos(\theta + \pi) = \cos(\theta - \pi)$$

$$\sin(-\theta + \pi) = \sin(-\theta - \pi)$$

$$\cos(-\theta + \pi) = \cos(-\theta - \pi)$$

<사고 요령>

$\sin$ 과 $\cos$ 에서

사분각은 $\frac{\pi}{2}$ 와 $-\frac{3}{2}\pi$ 가 서로 동등하고 $-\frac{\pi}{2}$ 와 $\frac{3}{2}\pi$ 가 서로 동등하고

π 와 $-\pi$ 가 서로 동등하다.

②. $\sin$ 함수가 원점대칭인 기함수임을 통해 6가지 등식이 성립합니다.

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(-\theta - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(-\theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\sin\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right) = -\sin\left(-\theta - \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$\sin\left(\theta - \frac{3}{2}\pi\right) = -\sin\left(-\theta + \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$\sin(\theta + \pi) = -\sin(-\theta - \pi)$$

$$\sin(\theta - \pi) = -\sin(-\theta + \pi)$$

③. $\cos$ 함수가 y 축대칭인 우함수임을 통해 6가지 등식이 성립합니다.

$$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(-\theta - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(-\theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\cos\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right) = \cos\left(-\theta - \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$\cos\left(\theta - \frac{3}{2}\pi\right) = \cos\left(-\theta + \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$\cos(\theta + \pi) = \cos(-\theta - \pi)$$

$$\cos(\theta - \pi) = \cos(-\theta + \pi)$$

④. $\cos$ 은 단위 원 위의 x 좌표를, $\sin$ 은 단위 원 위의 y 좌표를 의미합니다.
좌표평면 위의 어떤 점을 원점 대칭시키면 두 성분은 절댓값이 일정하고 부호가 반대가 됩니다. π 만큼의 회전은 원점대칭과의 결과가 같으므로 $\sin$ 과 $\cos$ 모두 사분각을 π 만큼 증가 또는 감소시킬 때 마다 절댓값은 일정하고 부호가 반대가 됩니다.

$k_1 // k_2$ 일 때, $k_1 + k_2 = 0$ 이 되도록
관계를 나타내는 기호 ‘//’을 정의하면 다음과 같습니다.

$$\begin{aligned} & \sin\left(\theta - \frac{3}{2}\pi\right) // \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) // \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) // \sin\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right) \\ & \sin\left(-\theta - \frac{3}{2}\pi\right) // \sin\left(-\theta - \frac{\pi}{2}\right) // \sin\left(-\theta + \frac{\pi}{2}\right) // \sin\left(-\theta + \frac{3}{2}\pi\right) \\ & \cos\left(\theta - \frac{3}{2}\pi\right) // \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) // \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) // \cos\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right) \\ & \cos\left(-\theta - \frac{3}{2}\pi\right) // \cos\left(-\theta - \frac{\pi}{2}\right) // \cos\left(-\theta + \frac{\pi}{2}\right) // \cos\left(-\theta + \frac{3}{2}\pi\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sin(\theta - \pi) // \sin\theta // \sin(\theta + \pi) \\ & \sin(-\theta - \pi) // \sin(-\theta) // \sin(-\theta + \pi) \\ & \cos(\theta - \pi) // \cos\theta // \cos(\theta + \pi) \\ & \cos(-\theta - \pi) // \cos(-\theta) // \cos(-\theta + \pi) \end{aligned}$$

※ $k_1 // k_2 // k_3$ 이면 당연히 $k_1 = k_3$ 입니다.
 k_1 과 k_3 와의 관계는 주기가 2π 라는 원리로 이미 설명 했습니다.

<사고 요령>

$\sin$ 과 $\cos$ 에서

각이 π 만큼 증감한다는 것은 부호만 반대가 되는 것과 같다.

⑤. 아래의 두 개의 등식은 그냥 외워둡시다.

모든 실수 θ 에 대하여

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta \text{ 이고, } \cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta \text{ 이다.}$$

그리고 다음 문장은 참입니다.

“ $\sin\phi=\cos\theta$ 와 $\cos\phi=\sin\theta$ 를 모두 만족시키는 ϕ 는

$-\theta, \frac{\pi}{2}+\theta, \frac{\pi}{2}-\theta, -\frac{\pi}{2}+\theta, -\frac{\pi}{2}-\theta, \pi+\theta, \pi-\theta$ 7개의 각 중에서
 $\frac{\pi}{2}-\theta$ 하나뿐이다.”

이에 대한 자세한 설명은 자료 맨 마지막에서 하겠습니다.

연쇄변환법의 예시

$$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}-(-\theta)\right)=\cos(-\theta)=\cos\theta$$

$$\cos\left(-\theta-\frac{\pi}{2}\right)=-\cos\left(-\theta-\frac{\pi}{2}+\pi\right)=-\cos\left(-\theta+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\theta$$

$$\cos\left(\theta+\frac{3}{2}\pi\right)=\cos\left(-\theta-\frac{3}{2}\pi\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$$

$$\cos\left(\theta+\frac{3}{2}\pi\right)=\cos\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$$

이와 같이 같은 식도 다른 순서 혹은 다른 과정을 거쳐 변환할 수 있습니다.
당연히 결과는 같습니다.

Method.2) 예각가정법

각 변환 파트를 '수학의 정석'에서 예각가정법으로 설명하고 있습니다.

이 방법은 시각적 사고의 의존도가 크므로 매번 사용할 때마다 단위원에서의 해석을 머릿속에서 영상 재생을 하거나 그림을 그려야 좋습니다.

예각가정법에서의 함수(sin or cos) 결정

사분각이 $\frac{n}{2}\pi$ 일 때

n 이 홀수이면 함수가 변환되고, n 이 짝수이면 함수가 그대로다.

예각가정법에서의 부호 결정

자유각이 예각이 아니더라도 예각이라고 가정하고 동경의 위치가 어디에 있는지 알아낸다.

sin 함수이면 x 축 기준 위, 아래가 각각 양수, 음수이고 (★)

cos 함수이면 y 축 기준 왼쪽, 오른쪽이 각각 음수, 양수이다. (★)

예각 가정 시 음수일 때만 부호를 바꾼다. (★)

θ 를 예각으로 가정 할 시 동경의 위치

$$\text{제1사분면 : } \theta, \frac{\pi}{2} - \theta, -\frac{3}{2}\pi - \theta$$

$$\text{제2사분면 : } \frac{\pi}{2} + \theta, \pi - \theta, -\frac{3}{2}\pi + \theta, -\pi - \theta$$

$$\text{제3사분면 : } \pi + \theta, \frac{3}{2}\pi - \theta, -\frac{\pi}{2} - \theta, -\pi + \theta$$

$$\text{제4사분면 : } \frac{3}{2}\pi + \theta, -\theta, -\frac{\pi}{2} + \theta$$

예각가정법에서 주의할 점.

예각가정법에서 식을 보자마자

동경의 위치보다 함수 변환 여부를 판단하기가 쉽습니다.

사분각의 홀짝만 보면 되기 때문입니다.

그래서 부호 판단보다 함수 판단을 먼저 하려고 할 텐데,

부호를 판단 할 때에는 기준이 '함수 변환 후'가 아니라 '함수 변환 전'이 기준이 되어야 합니다. 함수 판단을 먼저 해서 함수를 바꾸고, 바꾼 함수를 기준으로 부호 판단을 해서는 안 됩니다. 그러므로 되도록 부호 판단을 완료하고 나서 함수 변환을 하는 것이 좋습니다.

잘못 된 예시)

$\sin\left(\frac{3}{2}\pi + \theta\right)$ 는 사분각이 $\frac{\text{홀수}}{2}\pi$ 이므로 $\sin\theta$ 를 $\cos\theta$ 로 변환

$\frac{3}{2}\pi + \theta$ 는 θ 가 예각일 때 4사분면 위에 있으므로 $\cos$ 의 부호는 플러스.

$$\sin\left(\frac{3}{2}\pi + \theta\right) = \cos \theta$$

올바른 풀이)

$\frac{3}{2}\pi + \theta$ 는 θ 가 예각일 때 4사분면 위에 있으므로 $\sin$ 의 부호는 마이너스.

$\sin\left(\frac{3}{2}\pi + \theta\right)$ 는 사분각이 $\frac{\text{홀수}}{2}\pi$ 이므로 $\sin\theta$ 를 $\cos\theta$ 로 변환

$$\sin\left(\frac{3}{2}\pi + \theta\right) = -\cos \theta$$

앞 페이지의 (★) 추가 설명

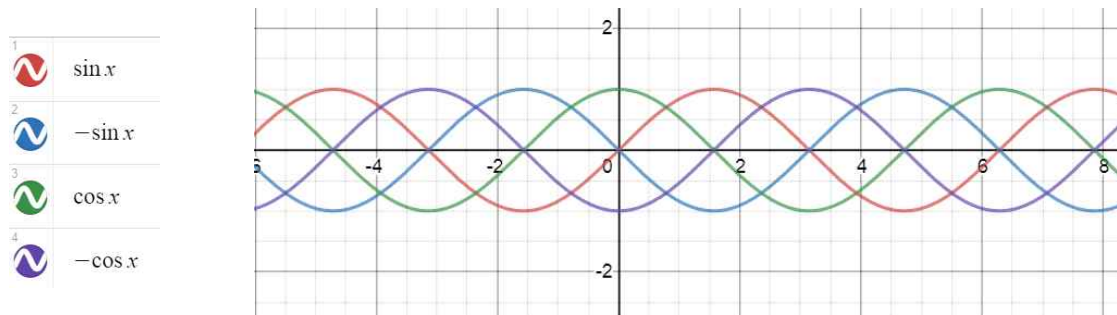
예각으로 가정해도 되는 이유는

항등식으로서의 각 변환 공식

에서 설명하겠습니다.

Method.3) 그래프 도시법

1. 각 변환을 하고자 하는 식이 $\sin$ 에 대한 식이면 $\sin x$ 그래프를, $\cos$ 에 대한 식이면 $\cos x$ 그래프를 간단하게 그린다.
2. 직선 $x =$ 사분각 을 그린다. 예를 들어 $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$ 를 각 변환 한다면 $y = \cos x$ 그래프를 그리고, 직선 $x = \frac{\pi}{2}$ 를 그린다.
3. 그 직선과의 교점을 시작점으로 하여, 자유각이 θ 이면 오른쪽으로, $-\theta$ 이면 왼쪽으로 그래프를 따라가며 개형을 관찰한다.



4. $\sin x$, $-\sin x$ 는 모두 원점을 지나며, $x = 0$ 에서 $\sin x$ 는 증가하고 $-\sin x$ 는 감소한다.
 $\cos x$ 는 $(0, 1)$ 을 지나고, $-\cos x$ 는 $(0, -1)$ 을 지난다.
 $\cos$ 그래프는 증감을 관찰할 필요는 없다.

$x =$ 사분각을 시작으로 하여 자유각의 부호에 따라 관찰을 하면 반드시 위의 그래프 넷 중 하나의 $x = 0$ 에서의 위치, y 의 증감방향이 모두 일치한다. 그 일치하는 그래프로 각 변환이 된 것이다.

Method. EXTRA) 결과암기법

※ 주의. 결과암기법은 위의 세 방법을 모두 이해하고, 무리 없이 할 수 있음에도, 시간을 더욱 더 극한으로 단축시키고 싶은 분들을 위해 쓰는 내용입니다. 위의 세 방법에 대한 이해가 부족한 상태에서는 결과암기를 하지 않는 것이 좋습니다.

$$1. \sin\left(\frac{\text{홀수}}{2}\pi \pm \theta\right)$$

$$\sin\left(\pm\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\pm\theta - \frac{3}{2}\pi\right) = \cos\theta$$

$$\sin\left(\pm\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\pm\theta + \frac{3}{2}\pi\right) = -\cos\theta$$

근거1. 예각 가정법에 의해 함수는 $\cos$ 으로 변환되고, 단위원에서 $\frac{\pi}{2}$ 중심으로 예각 θ 가 좌우로 진동하면 1, 2사분면만 지나므로 y 좌표를 의미하는 $\sin$ 은 무조건 양수. θ 를 전 범위로 확장하면 부호가 그대로. 사분각이 $-\frac{\pi}{2}$ 일 때는 같은 이유로 θ 가 예각이면 음수. 전 범위로 확장하면 부호 반대.

근거2. 그래프 도시법에 의해 $\sin$ 그래프에서 사분각이 $\frac{\pi}{2}$ 이면 $(0, 1)$ 에서 시작. $(0, 1)$ 에서 시작하는 것은 $\cos$ 밖에 없으므로 그래프의 증감은 따지지 않아도 된다. (어차피 감소밖에 없기 때문.) $-\frac{\pi}{2}$ 의 경우도 같은 논리로 $-\cos$ 밖에 없다. θ 의 부호는 의미가 없다.

$$2. \cos(\pm\pi \pm \theta) \text{ (복호동순 아님)}$$

$$\cos(\theta - \pi) = \cos(-\theta + \pi) = \cos(-\theta - \pi) = \cos(\theta + \pi) = -\cos\theta$$

근거1. 예각 가정법에 의해 함수는 $\cos$ 그대로이고, 단위원에서 π 중심으로 예각 θ 가 상하로 진동하면 2, 3사분면만 지나므로 x 좌표를 의미하는 $\cos$ 은 무조건 음수. θ 를 전 범위로 확장하면 부호가 반대. π 와 $-\pi$ 는 동경이 일치하므로 결과가 똑같다.

근거2. 그래프 도시법에 의해 $\cos$ 그래프에서 사분각이 π 또는 $-\pi$ 이면 $(0, -1)$ 에서 시작. $(0, -1)$ 에서 시작하는 것은 $-\cos$ 밖에 없으므로 그래프의 증감은 따지지 않아도 된다. (어차피 증가밖에 없기 때문.) θ 의 부호는 의미가 없다.

3. $\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$

$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$ 라는 등식은 사인법칙, 코사인법칙, 삼각형의 넓이 단원에서 항상 쓰이는 각 변환이기 때문에 삼각함수의 활용 단원을 배웠다면 외워져야 합니다.

삼각형 ABC에서

$$\sin A = \sin(B + C) \qquad \sin B = \sin(A + C) \qquad \sin C = \sin(A + B)$$

결과 암기법은 24가지 중에서 13가지만 외워도 충분합니다.

항등식으로서의 각 변환 공식

$\sin\left(\frac{43}{6}\pi\right)$ 을 구할 땐 43을 $36+7$ 로 분리하여 $\sin\frac{7}{6}\pi$ 를 계산 할 것입니다. $\frac{7}{6}\pi$ 에서 π 를 빼면 $\frac{\pi}{6}$ 이므로 정답은 $-\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$ 임을 쉽게 얻을 수 있습니다.

$\cos\left(\frac{11}{6}\pi\right)$ 을 구할 때 $\frac{11}{6}\pi$ 은 2π 에서 $\frac{\pi}{6}$ 이 모자라므로 정답은 $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 임을 쉽게 얻을 수 있습니다.

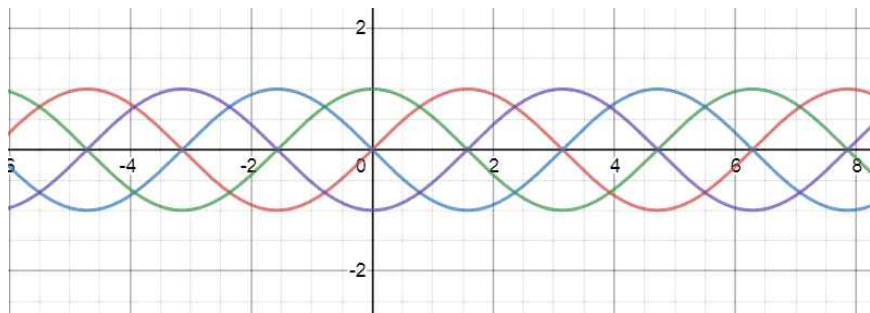
위의 계산들은 특정 삼각함수의 값을 찾는 계산입니다.

각 변환은 이런 특정 값을 계산하는 데에만 사용되는 이론이 아닙니다.

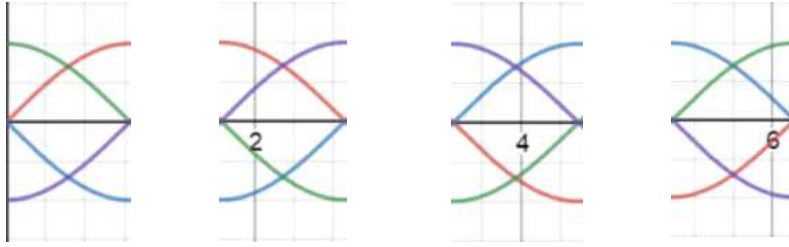
각 변환의 결과들은 θ 가 어떤 값이든 항상 성립한다는, θ 에 대한 항등식입니다.

각 변환 이론이 항등식의 성립을 진술하는 이론이기 때문에 다음과 같이 사고할 수 있습니다.

1. θ 를 (사분각 $\pm\theta$)으로 변환하는 것은 그래프를 x 축 기준 대칭과 x 축 방향 평행이동만으로 가능하다. 역변환 또한 마찬가지이며, 각 변환 공식들이 모두 역변환 과정이다.
2. 어차피 결과는 $\sin$, $\cos$, $-\sin$, $-\cos$ 네 가지 뿐이며, 대칭이동 평행이동을 할 때 그래프의 형태는 변하지 않는다.
3. 하나의 그래프가 어떤 범위에서 $\sin$ 인데 어떤 범위에서는 $-\cos$ 이 되듯이 구간에 따라 식이 달라지지 않는다.
4. $\sin$, $\cos$, $-\sin$, $-\cos$ 의 그래프들은 어떤 점($\frac{\pi}{4}$ 의 정수배)에서 서로 교차하기는 하지만, 연속적으로 겹치며 포개어지거나 서로 접하지는 않는다.



이 사고들이 예각가정법에서 예각으로 가정을 해도 되는 근거가 됩니다.



어떤 사분면의 각으로 가정을 하더라도 $\sin$ $\cos$ 과 부호만 결정하면 하나의 함수로 확정되고 모든 사분면에 대해서 일반화됩니다.

예각으로 가정하는 이유는 시각적으로 그림을 그리거나 상상을 할 때, 자유각 회전 정도가 가장 적고, 예각의 $\sin$ $\cos$ 이 모두 양수이기 때문에 ‘양수는 부호 그대로’ ‘음수는 부호 변환’이라고 간편하게 생각할 수 있기 때문입니다. 2사분면, 4사분면 각으로 가정하면 부호 판단이 번거로워집니다.

TMI) 교과서에서의 각 변환 설명

교과서에서는 $\sin(-x) = -\sin x$, $\cos(-x) = \cos x$ 임을 학습한 다음에

$\sin(x + \pi) = -\sin x$, $\cos(x + \pi) = -\cos x$ 임을 배우고

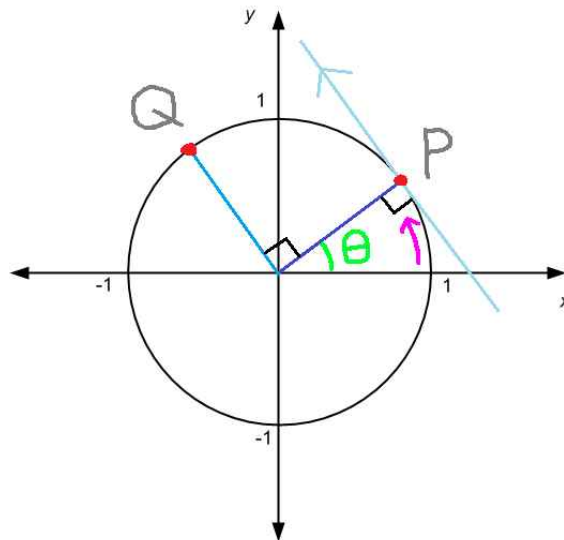
$\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$, $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$ 까지만 설명하고, 나머지 각 변환들은

이들을 조합해서 계산하도록 합니다. 이 방법 역시 연쇄변환법입니다.

제가 설명한 연쇄변환법에서는 $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ 와 $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ 로 변환해서 부호변화가 없는 함수

교환을 하는 것이 큰 비중을 차지했지만 교과서에서는 $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$, $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$ 을 배우고 나머지 변환들은 이를 조합하여 방법을 확장하며 설명합니다.

$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \theta$, $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \theta$ 을 외우려고 하면 둘 중 하나는 부호가 변하고 다른 하나는 그대로이기 때문에 일관성이 없다는 느낌이 들어 걸끄러울 수 있습니다. 이럴 때에는 다음과 같은 의미를 참고해보세요.



P의 좌표는 $(\cos \theta, \sin \theta)$ 입니다. P에서 원에 접하는 접선을 그릴 수 있습니다.

P가 원 위를 반시계 방향 일정한 속력으로 회전한다고 합시다. 그러면 P에서의 접선 중 한 쪽 방향만 취급하여 반직선을 그을 수 있는데, 그 반직선이 원점을 지나도록 그대로 옮기면 원과 만나는 점이 Q이고, Q의 좌표가 $\left(\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right), \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\right)$ 입니다.

$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$ 와 $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$ 는 $\cos \theta$ 와 $\sin \theta$ 가 그 점에서 각각 얼마만큼 변하는지를 의미합니다.

실제로 $\sin x$ 의 도함수가 $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$ 이고

$\cos x$ 의 도함수는 $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$ 입니다.

각각의 Method 활용법

예각가정법을 사용한다면 각 변환 공식이 항등식이기 때문에 예각이 아닌 상황도 예각으로 가정해서 설명이 된다고 확신을 하고 사용을 하면 됩니다. 식에 따라 속도 편차가 가장 적은 방법이 예각가정법입니다.

그래프 도시법은 방법도 안정적이지만 사분각이 $\pm \frac{\pi}{2}$ 일 때와 $\pm \frac{3}{2}\pi$ 일 때, 그려야 하는 그래프의 정도 차이가 생깁니다.

예각가정법과 그래프 도시법에 비해 연쇄변환법은 연산 속도 편차가 가장 큽니다. 변환을 많이 할수록 속도가 느려질 수밖에 없습니다. 하지만 이 방법이 가장 기초적인 도구 몇 개로 가장 많은 결과를 얻을 수 있어서 예각가정법과 그래프 도시법보다 휘발성이 적습니다.

실제로 문제를 풀 때에는 풀이 속도가 비교적 빠르고 편차가 적은 예각가정법과, 그래프 도시법을 사용하다가, 속도를 더 높이고자 하면 결과 암기법을 곁들이고,

각 변환을 몇 개월 동안 사용하지 않아서 예각가정법과 그래프 도시법 사용이 기억이 잘 나지 않을 때에는 연쇄변환법을 막힘없이 쓸 수 있도록 해두는 것이 좋습니다.

또한 $\pm \frac{3}{2}\pi$ 는 무조건 $\pm \frac{\pi}{2}$ 로 바꾸고 예각가정법, 그래프 도시법을 사용하듯이

여러 방법을 한꺼번에 혼용을 해도 됩니다. 혼용을 할 때에는 본인만의 알고리즘을 만들어두는 것이 좋습니다.

$\sin \phi = \cos \theta$ 와 $\cos \phi = \sin \theta$ 를 모두 만족시키는 ϕ 는
 $-\theta, \frac{\pi}{2} + \theta, \frac{\pi}{2} - \theta, -\frac{\pi}{2} + \theta, -\frac{\pi}{2} - \theta, \pi + \theta, \pi - \theta$ 7개의 각 중에서
 $\frac{\pi}{2} - \theta$ 하나뿐이다.

$\sin$ 은 단위 원 위의 점의 y 좌표, $\cos$ 은 단위 원 위의 점의 x 좌표를 의미하므로
 $\sin$ 과 $\cos$ 이 부호 변환 없이 서로 교환된다는 것은 단위원 위의 점이 직선 $y = x$ 을
 기준으로 대칭이동 하였음을 의미한다.

$\tan \alpha = 1$ 을 만족하는 α 의 일반식은 $\alpha = \frac{\pi}{4} + n\pi$ (단, n 은 임의의 정수)

$\sin x$ 와 $\cos x$ 의 그래프는 $x = \frac{\pi}{4} + n\pi$ 를 축으로 하여 서로 대칭이다.

두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 f 와 g 가 $x = a$ 를 축으로 하여 서로 대칭이면

$g(x) = f(2a - x)$ 이다. 그러므로

$$\cos \theta = \sin \left(2 \left(\frac{\pi}{4} + n\pi \right) - \theta \right) = \sin \left(\frac{\pi}{2} + 2n\pi - \theta \right) = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$$

$$\sin \theta = \cos \left(2 \left(\frac{\pi}{4} + n\pi \right) - \theta \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} + 2n\pi - \theta \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$$

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\sin\left(-\theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\sin\left(-\theta - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\cos\left(-\theta + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\cos\left(-\theta - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\sin(\theta + \pi)$$

$$\sin(-\theta + \pi)$$

$$\sin(\theta - \pi)$$

$$\sin(-\theta - \pi)$$

$$\cos(\theta + \pi)$$

$$\cos(-\theta + \pi)$$

$$\cos(\theta - \pi)$$

$$\cos(-\theta - \pi)$$

$$\sin\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$\sin\left(-\theta + \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$\sin\left(\theta - \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$\sin\left(-\theta - \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$\cos\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$\cos\left(-\theta + \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$\cos\left(\theta - \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$\cos\left(-\theta - \frac{3}{2}\pi\right)$$

$$= \sin\theta$$

$$= \cos\theta$$

$$= -\sin\theta$$

$$= -\cos\theta$$