* 2019학년도 평가원 9월 수학 가형 20번

정의역 $(0, 2\pi)$, $f(x) = \cos x + 2x\sin x$. $\rightarrow x=\alpha,\ x=\beta$ 에서 극값.

실수 전체 정의역이라면

1) $x \in R$.

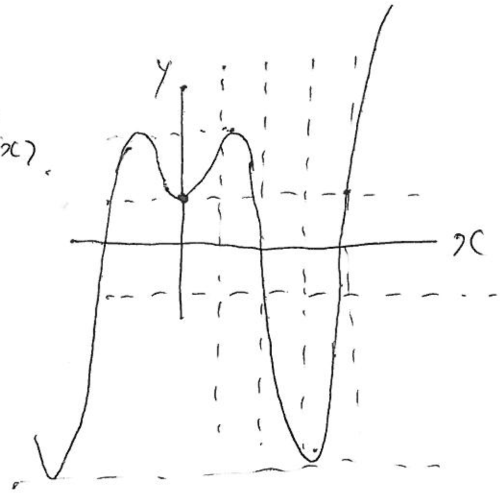
2) $\lim_{x\to\infty} f(x) =$ 발산 (진동)

$\lim_{x\to-\infty} f(x) =$ 발산 (진동).

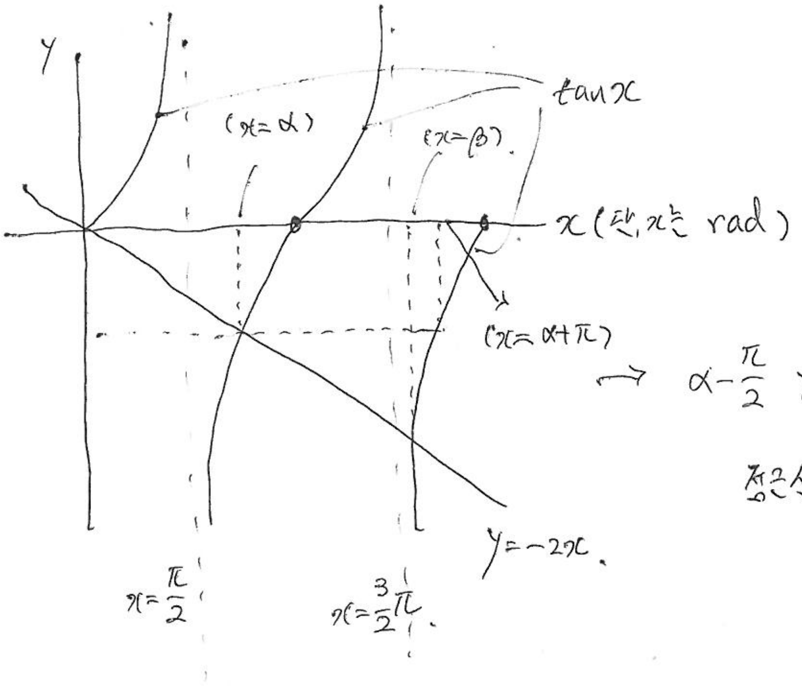
3) $f(x) = f(-x)$.

$\cdots (0, 1), (\frac{\pi}{2}, \pi), (\pi, -1), (\frac{3}{2}\pi, -3\pi), (2\pi, 1), (\frac{5}{2}\pi, 5\pi), \cdots$

$f'(x) = -\sin x + 2\sin x + 2x\cos x = \sin x + 2x\cos x$



$f'(x) = 0$ 은 $2x = -\tan x$ 또는 $-2x = \tan x$ 인 x에서.



$\rightarrow \alpha - \frac{\pi}{2} > \beta - \frac{3}{2}\pi$ ($y=-2x$와 $y=\tan x$와의 교점과 점근선과의 거리는 x↑할수록 작아진다)

ㄱ. $\tan(\alpha+\pi) = \tan\alpha = -2\alpha$ (True).

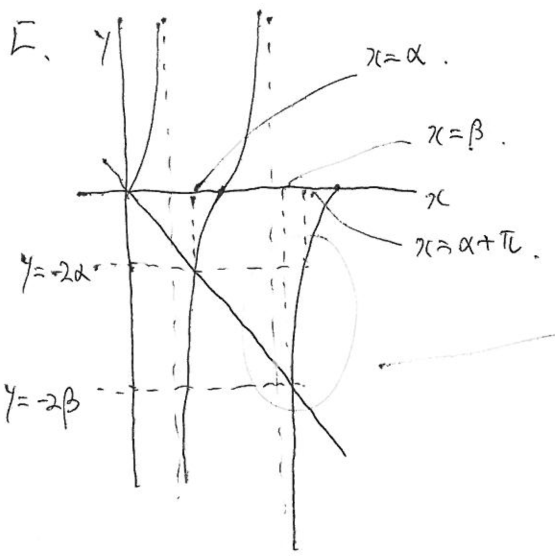
ㄴ. $g(x) = \tan x$ 라 할 때, $g'(x)$는 $\tan x$ 함수의 접선의 기울기.

$g'(\alpha+\pi) = g'(\alpha)$, 구간 $(\frac{3}{2}\pi, \pi)$에서 tan 함수는 위로 볼록이므로

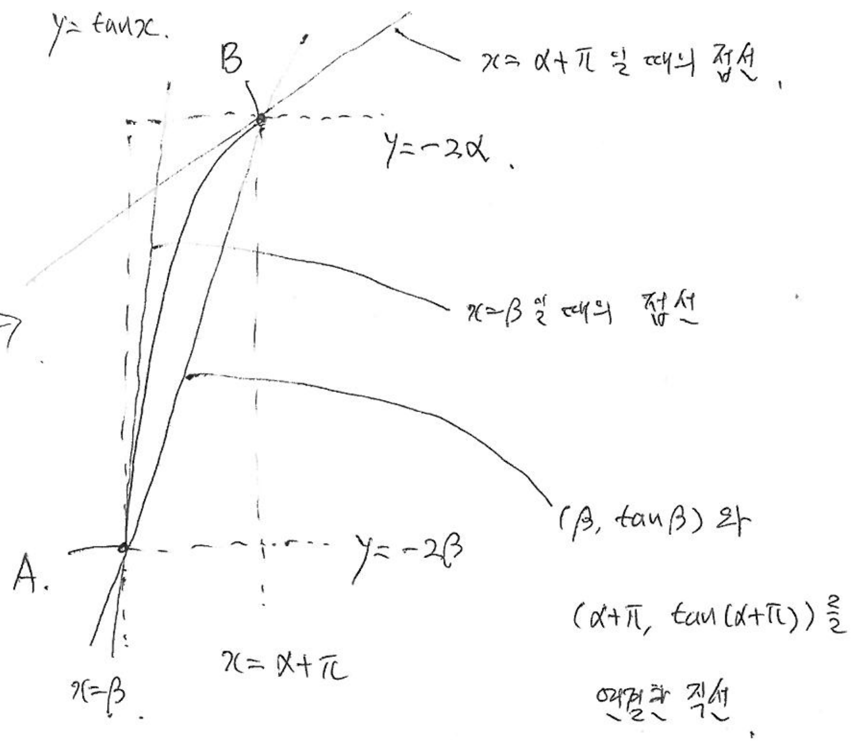
x값이 커질수록 접선의 기울기는 작아진다.

$\therefore\ \beta < \alpha+\pi \Rightarrow g'(\beta) > g'(\alpha+\pi)$. (True).

ㄷ.



$y=\tan x$, $y=-2x$.



$(\beta, \tan\beta) = (\beta, -2\beta)$, $(\alpha+\pi, \tan(\alpha+\pi)) = (\alpha+\pi, -2\alpha)$.

$\therefore$ $x=\beta$ 일 때의 접선의 기울기 $>$ 직선 AB의 기울기 $>$ $x=\alpha+\pi$ 일 때의 접선의 기울기

(점 A 에서의 접선의 기울기) (점 B 에서의 접선의 기울기)

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$\left.\frac{d\tan x}{dx}\right|_{x=\beta} \qquad \frac{-2\alpha-(-2\beta)}{(\alpha+\pi)-\beta} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \qquad \left.\frac{d\tan x}{dx}\right|_{x=\alpha+\pi=\alpha}.$$

$$\sec^2\beta > \frac{2(\beta-\alpha)}{\alpha+\pi-\beta} > \sec^2\alpha. \quad (\text{False})$$