2020 EBS 수능특강 확률과 통계 3. 확률

p31 유제1 단순변형

1. 표본공간 $S=\{x \mid x$는 10이하의 자연수$\}$의 공사건이 아닌 세 사건 A, B, C에 대하여 $A=\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$, $B=\{x \mid x$는 3의 배수$\}$이다. 사건 C가 두 사건 A, B와 모두 배반일 때, 사건 C의 개수를 구하면?

① 7 ② 8 ③ 15
④ 16 ⑤ 31

p33 유제3 응용변형

2. 5쌍의 부부로 이루어진 10명 중에서 임의로 6명을 뽑을 때, 부부 두 쌍이 포함될 확률은?

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$
④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

p31 유제2 응용변형

3. 주머니 안에 1부터 15까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 15개의 구슬이 들어 있다. 10이하의 자연수 n에 대하여 이 주머니에서 한 개의 구슬을 꺼낼 때, n의 배수가 적혀 있는 구슬이 나오는 사건을 A_n이라 하자. 사건 $A_2 \cap A_3$과 사건 A_n이 서로 배반사건이 되도록 하는 모든 n의 개수를 a, 모든 n값의 합을 b라 할 때, ab의 값을 구하면?

① 185 ② 190 ③ 195
④ 200 ⑤ 205

p33 유제4 단순변형

4. 1부터 7까지 자연수가 하나씩 적힌 7장의 카드를 임의로 일렬로 나열할 때, 짝수가 적힌 카드끼리는 서로 이웃하지 않게 나열될 확률은?

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$
④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

p35 유제6 응용변형

5. 1부터 6까지 숫자가 하나씩 써져 있는 서로 다른 6개의 공을 일렬로 나열할 때, 두 개의 공 2, 3이 이웃하거나 또는 두 개의 공 3, 5가 이웃할 확률을 구하면?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{5}$
④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

p37 유제7 응용변형

6. 주머니 안에 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 숫자가 적혀 있는 7개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 두 개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 두 수의 곱이 짝수일 확률은?

① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{4}{7}$
④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

p37 유제7 단순변형

7. 상자 속에 3이 적혀 있는 카드가 3장, 4가 적혀 있는 카드가 4장, 5이 적혀 있는 카드가 5장 들어 있다.
이 상자에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적힌 두 수의 합이 8이상일 확률은? (단, 각 카드에는 한 개의 숫자만 적혀 있다.)

① $\frac{7}{11}$ ② $\frac{15}{22}$ ③ $\frac{8}{11}$
④ $\frac{17}{22}$ ⑤ $\frac{9}{11}$

p37 유제8 단순변형

8. 서로 다른 종류의 연필 6개와 서로 다른 종류의 볼펜 3개가 있다. 이 9개의 필기구를 임의로 3개씩 같은 종류의 필통 3개에 나누어 넣을 때, 2개의 볼펜을 동일한 필통에 넣지 않을 확률은?

① $\frac{3}{14}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{9}{14}$ ⑤ $\frac{11}{14}$

p38 1번 단순변형

9. 두 사건 A, B에 대하여
$P(A\cup B)=\frac{4}{5}$, $P(A\cap B^C)=\frac{1}{3}$일 때,
$P(B)$의 값은? (단, B^C은 B의 여사건이다.)

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{7}{15}$
④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

p38 1번 응용변형

10. 두 사건 A, B는 서로 배반사건이고
$P(A\cap B^C)=\frac{1}{3}$, $P(A^C\cap B)=\frac{1}{4}$일 때,
$P(A\cup B)$의 값은?
(단, A^C은 A의 여사건이다.)

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

p38 3번 단순변형

11. 갑, 을 두 사람이 주사위 하나를 차례로 던져 갑이 던져 나온 주사위의 눈을 a,
을이 던져 나온 주사위의 눈을 b라 할 때,
부등식 $a^2>2(b+3)$이 성립하면 갑이 이기고,
성립하지 않으면 을이 이기는 게임을 한다.
갑이 이길 확률을 구하면?

① $\frac{7}{18}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{4}{9}$
④ $\frac{17}{36}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

p38 4번 응용변형

12. 주머니 속에 흰 공 3개, 검은 공 3개, 빨간 공 3개, 노란 공 3개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공의 색의 종류의 수가 3가지 이상일 확률은?

① $\frac{1}{11}$ ② $\frac{3}{11}$ ③ $\frac{5}{11}$
④ $\frac{7}{11}$ ⑤ $\frac{9}{11}$

p38 4번 응용변형

13. 흰 공 6개와 검은 공 3개가 들어 있는 주머니에서 임의로 1개씩 공을 꺼내는 시행을 반복하여 검은 공 3개가 모두 나오면 이 시행을 멈추기로 할 때, 홀수 개의 공을 꺼낼 확률은? (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.)

① $\frac{25}{42}$ ② $\frac{13}{21}$ ③ $\frac{9}{14}$
④ $\frac{14}{21}$ ⑤ $\frac{29}{42}$

p39 1번 단순변형

14. 서로 다른 세 개의 주사위를 동시에 한 번 던질 때, 나온 눈의 수의 최댓값과 최솟값의 합이 6일 확률은?

① $\frac{35}{216}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{37}{216}$
④ $\frac{19}{108}$ ⑤ $\frac{13}{72}$

p39 2번 단순변형

15. 어느 학급에서 A, B를 포함한 여학생 4명과 남학생 4명을 임의로 4명씩 두 모둠으로 나눌 때, A, B가 같은 모둠에 속하지 않을 확률은?

① $\frac{17}{35}$ ② $\frac{18}{35}$ ③ $\frac{19}{35}$
④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

정답 및 해설

1	①	2	④	3	③	4	②	5	⑤
6	④	7	④	8	②	9	③	10	⑤
11	④	12	⑤	13	①	14	③	15	④

1) 정답 ①

[출제범위] 시행과 사건

$S=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$

$A=\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$

$B=\{3,\ 6,\ 9\}$

사건 A와 배반인 사건은 사건 A^C의 부분집합이고, 사건 B와 배반인 사건은 사건 B^C의 부분집합이다.

사건 C는 두 사건 A, B와 모두 배반사건이므로 사건 $A^C\cap B^C$의 부분집합이다.

이때 $A^C=\{3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 9,\ 10\}$

$B^C=\{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 7,\ 8,\ 10\}$이므로

$A^C\cap B^C=\{5,\ 7,\ 10\}$이다.

사건 C는 사건 $A^C\cap B^C$의 공집합이 아닌 부분집합 이므로 사건 C의 개수는 $2^3-1=7$개다.

필수 개념

▸사건의 종류

(1) 합사건($A\cup B$) : 두 사건 A, B 중 적어도 어느 한 쪽이 일어나는 사건

(2) 곱사건($A\cap B$) : 두 사건 A, B가 동시에 일어나는 사건

(3) 배반사건($A\cap B=\phi$) : 두 사건 A, B에서 한 쪽이 일어나면 다른 쪽은 일어나지 않는 사건

(4) 여사건(A^c) : 사건 A에 대하여 A가 일어나지 않을 사건

2) 정답 ④

[출제범위] 확률

10명 중에서 6명을 뽑는 경우의 수는

${}_{10}C_6={}_{10}C_4=\dfrac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}=210$가지이다.

5쌍의 부부 중 뽑힌 6명에 포함될 두 쌍의 부부를 정하는 경우의 수는 ${}_5C_2=\dfrac{5\times4}{2\times1}=10$

이 각각에 대하여 남은 6명 중에서 부부가 아닌 2명을 뽑는 경우의 수는

㉠ 남자 3명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는 ${}_3C_2=3$가지이다.

㉡ 여자 3명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는 ${}_3C_2=3$가지이다.

㉢ 남자 3명과 여자 3명 중에서 부부가 아닌 2명을 뽑는 경우의 수를 구하면

먼저 남자를 한명 선택하고 그 남자의 부인이 아닌 다른 여자를 한명 선택하면 되므로 구하는 경우의 수는 ${}_3C_1\times{}_2C_1=6$가지이다.

따라서 구하는 확률은

$\dfrac{10\times(3+3+6)}{210}=\dfrac{4}{7}$이다.

필수 개념

▸ 확률의 정의

(1) 확률의 정의

어떤 사건이 일어날 가능성의 정도를 수치로 나타낸 것

(2) 확률의 계산

어떤 시행에서 사건 A가 일어날 수 있는 모든 경우의 수를 $n(S)$, 사건 A가 일어나는 경우의 수를 $n(A)$라고 하면 사건 A가 일어날 확률 $P(A)$는

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}\quad(0\le P(A)\le1)$$

3) 정답 ③

[출제범위] 시행과 사건

사건 A_2는 2의 배수가 적혀 있는 구슬이 나오는

사건이므로 $A_2=\{2,\ 4,\ 6,\ \cdots,\ 12,\ 14\}$이다.
사건 A_3는 3의 배수가 적혀 있는 구슬이 나오는 사건이므로 $A_3=\{3,\ 6,\ 9, 12,\ 15\}$이다.
사건 $A_2\cap A_3$는 6의 배수가 적혀 있는 구슬이 나오는 사건이므로 $A_2\cap A_3=\{6,\ 12\}$이다.
이때 사건 $A_2\cap A_3$과 사건 A_n이 서로 배반사건이 되려면 $(A_2\cap A_3)\cap A_n=\varnothing$이어야 하므로 10이하의 자연수 n의 값은 5, 7, 8, 9, 10이다.
따라서 10이하의 모든 자연수 n의 값의 합은 $5+7+8+9+10=39$이다.
따라서 $a=5,\ b=39$이므로
$ab=5\times39=195$이다.

필수 개념

▸ 사건의 종류

(1) 합사건$(A\cup B)$: 두 사건 A, B 중 적어도 어느 한 쪽이 일어나는 사건
(2) 곱사건$(A\cap B)$: 두 사건 A, B가 동시에 일어나는 사건
(3) 배반사건$(A\cap B=\phi)$: 두 사건 A, B에서 한 쪽이 일어나면 다른 쪽은 일어나지 않는 사건
(4) 여사건(A^c) : 사건 A에 대하여 A가 일어나지 않을 사건

4) 정답 ②
[출제범위] 확률
1부터 7까지 자연수가 하나씩 적힌 7장의 카드를 일렬로 나열하는 경우의 수는 7!가지이다.
짝수 2, 4, 6은 서로 이웃하지 않게 나열해야 하므로 먼저 홀수 1, 3, 5, 7을 일렬로 나열하고 맨 앞과 홀수와 홀수사이 3군데와 맨 뒤 자리에서 3개를 골라 짝수를 나열하면 된다.

$$\vee1\vee3\vee5\vee7\vee$$

따라서 짝수를 이웃하지 않게 나열하는 방법의 수는 $4!\times{}_5P_3$가지이다.
따라서 구하는 확률은
$\dfrac{4!\times{}_5P_3}{7!}=\dfrac{2}{7}$이다.

필수 개념

▸ 확률의 정의

(1) 확률의 정의
어떤 사건이 일어날 가능성의 정도를 수치로 나타낸 것
(2) 확률의 계산
어떤 시행에서 사건 A가 일어날 수 있는 모든 경우의 수를 $n(S)$, 사건 A가 일어나는 경우의 수를 $n(A)$라고 하면 사건 A가 일어날 확률 $P(A)$는

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}\ \ (0\le P(A)\le1)$$

5) 정답 ⑤
[출제범위] 확률의 덧셈정리
1부터 6까지 숫자가 하나씩 써져 있는 서로 다른 6개의 공을 일렬로 나열하는 경우의 수는 $6!=720$가지이다.
ⅰ) 두 개의 공 2, 3이 이웃하는 사건을 A라 하면 $n(A)=5!\times2!=240$개다.
ⅱ) 두 개의 공 3, 5이 이웃하는 사건을 B라 하면 $n(B)=5!\times2!=240$개다.
ⅲ) 세 개의 공 2, 3, 5가 2, 3과 3, 5가 이웃하는 사건은 $A\cap B$이므로
$n(A\cap B)=4!\times2=48$개다.
따라서 두 개의 공 2, 3이 이웃하거나 또는 두 개의 공 3, 5가 이웃할 경우의 수는

$$\begin{aligned}n(A\cup B)&=n(A)+n(B)-n(A\cap B)\\&=240+240-48\\&=432\end{aligned}$$

따라서 확률을 구하면 $\dfrac{432}{720}=\dfrac{3}{5}$이다.

필수 개념

▸ 확률의 덧셈정리

(1) 사건 A 또는 B가 일어날 확률 :

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

(2) A와 B가 배반사건($A \cap B = \varnothing$)이면

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

6) 정답 ④

[출제범위] 여사건의 확률

주머니 안에 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 숫자가 적혀 있는 7개의 공이 들어 있다.

짝수는 2, 4, 6으로 3개의 공이 들어 있고,

홀수는 1, 3, 5, 7로 4개의 공이 들어 있다.

꺼낸 공에 적힌 두 수의 곱이 짝수일 사건을 A라 하면 사건 A의 여사건 A^C은 꺼낸 공에 적힌 두 수의 곱이 홀수인 사건이다.

주머니 안에 7개의 공에서 2개의 공을 꺼내는 경우의 수는 ${}_7C_2 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$이다.

꺼낸 공에 적힌 두 수의 곱이 홀수이려면 홀수가 적힌 4개의 공에서 2개를 꺼내야 하므로 이 경우의 수는 ${}_4C_2 = 6$가지이다.

따라서 $P(A^C) = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$이므로 구하는 확률은

$P(A) = 1 - P(A^C) = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$이다.

필수 개념

▸ 여사건의 확률 (적어도 , ~이상)

사건 A가 일어날 확률이 $P(A)$이고,

여사건의 확률을 $P(A^C)$이라 하면

$P(A^C) = 1 - P(A)$

7) 정답 ④

[출제범위] 여사건의 확률

꺼낸 카드에 적힌 두 수의 합은 6, 7, 8, 9, 10이다.

꺼낸 카드에 적힌 두 수의 합이 8이상일 사건을 A라 하면 사건 A의 여사건 A^C은 꺼낸 카드에 적힌 두 수의 합이 6 또는 7인 사건이다.

상자 속의 12장의 카드에서 2장의 카드를 택하는 경우의 수는 ${}_{12}C_2 = \frac{12 \times 11}{2 \times 1} = 66$이다.

꺼낸 카드에 적힌 두 수의 합이 6 또는 7이려면 3이 적힌 카드 2장을 꺼내거나 3, 4가 적힌 카드를 한 장씩 꺼내야 하므로 이 경우의 수는

${}_3C_2 + {}_3C_1 \times {}_4C_1 = 3 + 12 = 15$가지이다.

따라서 $P(A^C) = \frac{15}{66} = \frac{5}{22}$이므로 구하는 확률은

$P(A) = 1 - P(A^C) = 1 - \frac{5}{22} = \frac{17}{22}$이다.

필수 개념

▸ 여사건의 확률 (적어도 , ~이상)

사건 A가 일어날 확률이 $P(A)$이고,

여사건의 확률을 $P(A^C)$이라 하면

$P(A^C) = 1 - P(A)$

8) 정답 ②

[출제범위] 여사건의 확률

서로 다른 9개의 필기구를 3개씩 같은 종류의 필통 3개에 나누어 넣는 경우의 수는

${}_9C_3 \times {}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{3!} = 84 \times 20 \times 1 \times \frac{1}{6} = 280$

2개의 볼펜이 동일한 필통에 있도록 9개의 필기구를 세 개의 필통에 나누어 넣는 방법을 구해보자.

◎ ◎ ○	◎ ○ ○	○ ○ ○

◎ : 볼펜 ○ : 연필

그림과 같이 서로 다른 3개의 볼펜을 2개, 1개를 넣고, 나머지 서로 다른 연필 6개를 1개, 2개, 3개를 넣으면 된다.
따라서 구하는 경우의 수는

$$\{{}_3C_2 \times {}_1C_1\} \times \{{}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3\} = 3 \times 6 \times 10 = 180$$

가지이다.

이제 확률을 구하면 $\frac{180}{280} = \frac{9}{14}$이다.

따라서 2개의 볼펜을 동일한 필통에 넣지 않을 확률은 여사건의 확률에 의하여

$1 - \frac{9}{14} = \frac{5}{14}$이다.

필수 개념

▸ 여사건의 확률 (적어도 , ~이상)
사건 A가 일어날 확률이 $P(A)$이고,
여사건의 확률을 $P(A^C)$이라 하면
$P(A^C) = 1 - P(A)$

9) 정답 ③
[출제범위] 확률의 덧셈정리
두 사건 A, B에 대하여 두 사건 $A \cap B^C$과 B는 서로 배반사건이고 그 합집합은 $A \cup B$이므로
$P(A \cup B) = P(A \cap B^C) + P(B)$에서

$\frac{4}{5} = \frac{1}{3} + P(B)$

따라서 $P(B) = \frac{4}{5} - \frac{1}{3} = \frac{7}{15}$이다.

필수 개념

▸ 확률의 덧셈정리
(1) 사건 A 또는 B가 일어날 확률 :
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
(2) A와 B가 배반사건($A \cap B = \varnothing$)이면
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

10) 정답 ⑤
[출제범위] 확률의 덧셈정리
두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로
$A \cap B = \phi$이다.

따라서 두 조건 $P(A \cap B^C) = \frac{1}{3}$,

$P(A^C \cap B) = \frac{1}{4}$에서

$P(A \cap B^C) = P(A - B) = P(A) = \frac{1}{3}$

$P(A^C \cap B) = P(B \cap A^C) = P(B - A) = P(B) = \frac{1}{4}$

이다.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

이다.

필수 개념

▸ 확률의 덧셈정리
(1) 사건 A 또는 B가 일어날 확률 :
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
(2) A와 B가 배반사건($A \cap B = \varnothing$)이면
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

11) 정답 ④
[출제범위] 확률
갑, 을 두 사람이 한 개의 주사위를 차례로 한 번씩 던져 나올 수 있는 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$가지이다.
$1 \le b \le 6$이므로 b가 최소일 때 $b = 1$이므로
$a^2 > 2(b+3) \ge 2 \times (1+3) = 8$이므로
$a \ge 3$이어야 한다.
따라서 $a^2 > 2(b+3)$을 만족시키는 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$는 다음과 같다.

ⅰ) $a=3$일 때,

$3^2 > 2(b+3)$

$b+3 < \frac{9}{2} = 4.5$

즉, $b<1.5$에서 $b=1$이므로 구하는 순서쌍의 개수는 $(3,\ 1)$로 1가지이다.

ⅱ) $a=4$일 때,

$4^2 > 2(b+3)$

$b+3 < 8$

즉, $b<5$에서 $b=1,\ 2,\ 3,\ 4$이므로 구하는 순서쌍의 개수는 $(4,\ 1)$, $(4\ 2)$, $(4,\ 3)$, $(4,\ 4)$로 4가지이다.

(ⅲ) $a=5$일 때,

$5^2 > 2(b+3)$

$b+3 < \frac{25}{2} = 12.5$

즉, $b<9.5$에서 $b=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$이므로 구하는 순서쌍의 개수는 $(5,\ 1)$, $(5,\ 2)$, $(5,\ 3)$, $(5,\ 4)$, $(5,\ 5)$, $(5,\ 6)$으로 6가지이다.

ⅳ) $a=6$일 때,

$6^2 > 2(b+3)$

$b+3 < 18$

즉, $b<15$에서 $b=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$이므로 구하는 순서쌍의 개수는 $(6,\ 1)$, $(6,\ 2)$, $(6,\ 3)$, $(6,\ 4)$, $(6,\ 5)$, $(6,\ 6)$으로 6가지이다.

ⅰ), ⅱ), ⅲ), ⅳ)에서 구하는 a, b의 모든 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는 $1+4+6+6=17$가지이다.

따라서 갑이 이길 확률은 $\frac{17}{36}$이다.

필수 개념

▸ 확률의 정의

(1) 확률의 정의

어떤 사건이 일어날 가능성의 정도를 수치로 나타낸 것

(2) 확률의 계산

어떤 시행에서 사건 A가 일어날 수 있는 모든 경우의 수를 $n(S)$, 사건 A가 일어나는 경우의 수를 $n(A)$라고 하면 사건 A가 일어날 확률 $P(A)$는

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad (0 \le P(A) \le 1)$$

12) 정답 ⑤

[출제범위] 확률

주머니 속에 흰 공 3개, 검은 공 3개, 빨간 공 3개, 노란 공 3개 모두 12개의 공이 들어 있으므로 12개의 공에서 4개의 공을 동시에 꺼내는 경우의 수는 ${}_{12}C_4 = \frac{12\times11\times10\times9}{4\times3\times2\times1} = 495$이다.

꺼낸 공의 색의 종류가 3가지 이상이므로 다음과 같다.

ⅰ) 꺼낸 공의 색의 종류가 3가지

흰 공, 검은 공, 빨간 공, 노란 공 4종류의 색깔이 있으므로 4가지 색깔 중에서 3가지 색을 선택하는 경우의 수는 ${}_4C_3 = 4$가지이다.

3가지 색깔의 공에서 4개를 뽑아야 하므로 각 색깔의 공이 하나씩 나오고 나머지 하나는 3가지 색깔 중에서 하나를 선택하면 되므로 경우의 수는 ${}_3C_1 = 3$가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$4\times3\times{}_3C_2\times{}_3C_1\times{}_3C_1 = 324$가지이다.

ⅱ) 꺼낸 공의 색의 종류가 4가지

흰 공, 검은 공, 빨간 공, 노란 공 4종류의 색깔이 있으므로 모든 색깔의 공을 하나씩 선택하면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는

${}_3C_1\times{}_3C_1\times{}_3C_1\times{}_3C_1 = 81$가지이다.

ⅰ), ⅱ)에서 조건을 만족하는 경우의 수는

$324+81=405$가지이므로 확률을 구하면 $\frac{405}{495}=\frac{9}{11}$이다.

필수 개념

▸ 확률의 정의

(1) 확률의 정의

어떤 사건이 일어날 가능성의 정도를 수치로 나타낸 것

(2) 확률의 계산

어떤 시행에서 사건 A가 일어날 수 있는 모든 경우의 수를 $n(S)$, 사건 A가 일어나는 경우의 수를 $n(A)$라고 하면 사건 A가 일어날 확률 $P(A)$는

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)} \quad (0 \le P(A) \le 1)$$

13)정답 ①

[출제범위] 확률의 덧셈정리

흰 공 6개와 검은 공 3개가 들어 있는 주머니에서 검은 공이 모두 나올 때 까지 시행을 하므로 검은 공은 3개이고 전체는 9개 이므로 이 시행은 최소 3번 최대 9번까지이다.

따라서 홀수 개의 공을 꺼내는 방법은 3개, 5개, 7개, 9개를 꺼내면 된다.

ⅰ) 꺼낸 공의 개수가 3개인 사건을 A라 하면 검은 공 3개가 연속 나와야 하므로 확률을 구하면

$$P(A)=\frac{3}{9}\times\frac{2}{8}\times\frac{1}{7}=\frac{1}{84}$$

ⅱ) 꺼낸 공의 개수가 5개인 사건을 B라 하면 흰 공 2개, 검은 공 3개가 나오면 되는데 반드시 마지막에 검은 공이 나와야 하므로

$$P(B)=\frac{4!}{2!2!}\times\frac{6}{9}\times\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{14}$$

ⅲ) 꺼낸 공의 개수가 7개인 사건을 C라 하면 흰 공 4개, 검은 공 3개가 나오면 되는데 반드시 마지막에 검은 공이 나와야 하므로

$$P(C)=\frac{6!}{4!2!}\times\frac{6}{9}\times\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\times\frac{1}{3}$$
$$=\frac{5}{28}$$

ⅳ) 꺼낸 공의 개수가 9개인 사건을 D라 하면 흰 공 6개, 검은 공 3개가 나오면 되는데 반드시 마지막에 검은 공이 나와야 하므로

$$P(D)=\frac{8!}{6!2!}\times\frac{6}{9}\times\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{3}\times\frac{2}{2}\times\frac{1}{1}$$
$$=\frac{1}{3}$$

ⅰ), ⅱ), ⅲ), ⅳ)에서 네 사건 A, B, C, D는 서로 배반사건이므로 확률의 덧셈정리에 의하여 구하는 확률은

$$P(A\cup B\cup C\cup D)=P(A)+P(B)+P(C)+P(D)$$
$$=\frac{1}{84}+\frac{1}{14}+\frac{5}{28}+\frac{1}{3}$$
$$=\frac{25}{42}$$

이다.

필수 개념

▸ 확률의 덧셈정리

(1) 사건 A 또는 B가 일어날 확률 :

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

(2) A와 B가 배반사건($A\cap B=\varnothing$)이면

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

다른풀이

흰 공 6개와 검은 공 3개가 들어 있는 주머니에서 검은 공이 모두 나올 때 까지 시행을 하므로 검은 공은 3개이고 전체는 9개 이므로 이 시행은 최소 3번 최대 9번까지이다.

따라서 홀수 개의 공을 꺼내는 방법은 짝수개의 공을 꺼내는 방법의 여사건이므로 꺼낸 공의 개수가 짝수인 경우는 꺼낸 공의 개수가 4개, 6개, 8개일 때이다.

ⅰ) 꺼낸 공의 개수가 4개인 사건을 A라 하면

흰 공 1개, 검은 공 3개가 나오면 되는데 반드시 마지막에 검은 공이 나와야 하므로

$$P(A)=\frac{3!}{2!}\times\frac{6}{9}\times\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{28}$$

ii) 꺼낸 공의 개수가 6개인 사건을 B라 하면 흰 공 3개, 검은 공 3개가 나오면 되는데 반드시 마지막에 검은 공이 나와야 하므로

$$P(B)=\frac{5!}{3!2!}\times\frac{6}{9}\times\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{42}$$

iii) 꺼낸 공의 개수가 8개인 사건을 C라 하면 흰 공 5개, 검은 공 3개가 나오면 되는데 반드시 마지막에 검은 공이 나와야 하므로

$$P(C)=\frac{7!}{5!2!}\times\frac{6}{9}\times\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$$
$$=\frac{1}{4}$$

i), ii), iii)에서 세 사건 A, B, C는 서로 배반사건이므로 확률의 덧셈정리에 의하여 구하는 확률은

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)$$
$$=\frac{1}{28}+\frac{5}{42}+\frac{1}{4}$$
$$=\frac{17}{42}$$

이다.

따라서 꺼낸 공의 개수가 짝수인 사건을 X라 하면 사건 X의 여사건 X^C은 꺼낸 공의 개수가 홀수인 사건이다.

따라서 $P(X^C)=1-P(X)=1-\frac{17}{42}=\frac{25}{42}$이다.

필수 개념
▸ 여사건의 확률 (적어도 , ~이상) 사건 A가 일어날 확률이 $P(A)$이고, 여사건의 확률을 $P(A^C)$이라 하면 $P(A^C)=1-P(A)$

14) 정답 ③

[출제범위] 확률의 덧셈정리

서로 다른 세 개의 주사위를 동시에 한 번 던져서 나오는 경우의 수는 $6\times6\times6=6^3$이다.

나온 눈의 수의 최댓값과 최솟값의 합이 6인 경우는 다음과 같다.

i) 눈의 수의 최솟값이 1, 최댓값이 5인 사건을 A라 하면 나온 눈의 수가 각각 (1, 1, 5), (1, 2, 5), (1, 3, 5), (1, 4, 5), (1, 5, 5)일 때이고 이들을 나열하는 경우의 수는

$$\frac{3!}{2!}+3!+3!+3!+\frac{3!}{2!}=3+6+6+6+3=24$$

이므로 $P(A)=\frac{24}{6^3}=\frac{1}{9}$이다.

ii) 눈의 수의 최솟값이 2, 최댓값이 4인 사건을 B라 하면 나온 눈의 수가 각각 (2, 2, 4), (2, 3, 4), (2, 4, 4)일 때이고 이들을 나열하는 경우의 수는

$\frac{3!}{2!}+3!+\frac{3!}{2!}=3+6+3=12$이므로

$P(B)=\frac{12}{6^3}=\frac{1}{18}$이다.

iii) 눈의 수의 최솟값과 최댓값이 각각 3인 사건을 C라 하면 나온 눈의 수가 각각 (3, 3, 3)일 때이므로

$P(C)=\frac{1}{6^3}=\frac{1}{216}$이다.

i), ii), iii)에서 세 사건 A, B, C는 서로 배반사건이므로 확률의 덧셈정리에 의하여 구하는 확률은

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)$$
$$=\frac{1}{9}+\frac{1}{18}+\frac{1}{216}$$
$$=\frac{37}{216}$$

필수 개념
▸ 확률의 덧셈정리 (1) 사건 A 또는 B가 일어날 확률 : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ (2) A와 B가 배반사건($A\cap B=\varnothing$)이면 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

15) 정답 ④

[출제범위] 확률

8명의 학생을 4명씩 두 모둠으로 나누는 경우의 수는 ${}_8C_4 \times {}_4C_4 \times \frac{1}{2!} = \frac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1} \times 1 \times \frac{1}{2} = 35$가지이다.

두 여학생 A, B가 같은 모둠에 속하지 않아야 하므로 A, B를 제외한 6명의 학생을 3명씩 두 모둠으로 나눈 후 A, B를 각각 한명씩 포함시키면 되므로 경우의 수를 구하면

${}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 2 = \frac{6\times5\times4}{3\times2\times1} \times \frac{1}{2} \times 2 = 20$가지 이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{20}{35} = \frac{4}{7}$이다.

필수 개념

▸ 확률의 정의

(1) 확률의 정의

어떤 사건이 일어날 가능성의 정도를 수치로 나타낸 것

(2) 확률의 계산

어떤 시행에서 사건 A가 일어날 수 있는 모든 경우의 수를 $n(S)$, 사건 A가 일어나는 경우의 수를 $n(A)$라고 하면 사건 A가 일어날 확률 $P(A)$는

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad (0 \le P(A) \le 1)$$