* 2019학년도 평가원 9월 수학 나형 28번.

두 점 P, Q → $t=0$일 때, 동시에 원점 출발.

$V_1(t) = V_P(t) = 3t^2+t$, $V_2(t) = V_Q(t) = 2t^2+3t$.

$\therefore x_1(t) = x_P(t) = t^3 + \frac{t^2}{2}$, $x_2(t) = x_Q(t) = \frac{2t^3}{3} + \frac{3t^2}{2}$ (원점출발 ⇒ 적분상수 0)

두 점 P, Q의 속도가 같아진다 ⇔ $V_P(t) = V_Q(t)$ $\therefore t^2-2t=0$.

$\therefore t=2$ ($\because$ 출발한 후 속도가 같아진다) → $t \neq 0$.

$x_P(2) = 10$, $x_Q(2) = \frac{16}{3}+6 = 11+\frac{1}{3}$.

두 점 P, Q 사이의 거리 $= |x_P(2) - x_Q(2)| = \left|-1-\frac{1}{3}\right| = \frac{4}{3} = a$. $\therefore 9a = 12$ //

* 2019학년도 평가원 9월 수학 나형 14번.

점 P의 시각 $t$에서의 위치 $x_P(t) = t^3-5t^2+at+5$ → $V_P(t) = 3t^2-10t+a$

점 P의 움직이는 방향이 바뀌지 않는다 ⇔ 점 P의 속도의 부호가 바뀌지 않는다.

$V_P(t)$는 최고차항 계수가 양수인 $t$에 대한 2차 방정식으로 표현가능하므로

$V_P(t) \geq 0$, $\therefore D = 100-12a \leq 0$.

$\therefore a \geq \frac{100}{12} = \frac{25}{3}$. 자연수 $a$의 최솟값은 9 //

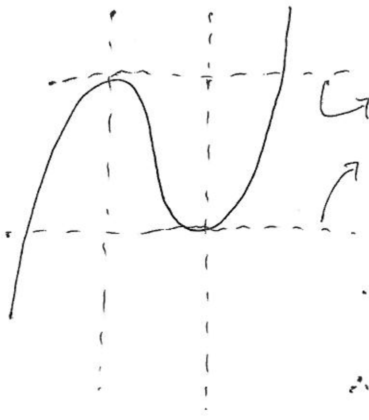
* 2019학년도 평가원 9월 수학 나형 15번.

방정식 $x^3-3x^2-9x-k=0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3

$\Leftrightarrow$ 함수 $f_1(x)=x^3-3x^2-9x$ 와 함수 $f_2(x)=k$ (상수함수) 와의 서로 다른 교점의 개수가 3.

$f_1(x)=x^3-3x^2-9x$ ((0, 0) 만족)

$f_1'(x)=3x^2-6x-9=3(x^2-2x-3)=3(x+1)(x-3)$



$f_1(-1)=-1-3+9=5.$

$f_1(3)=27-27-27=-27$

$\therefore$ $-27<k<5$ 일 때 $f_1(x)$ 와 $f_2(x)$ 와의 서로 다른 교점의 개수 3.

$\therefore$ 정수 $k$ 의 최댓값은 4이다.

$x=-1$ $x=3$

(주의, $k=-27$ or $k=5$ 인 경우는 서로 다른 교점의 개수는 2이다).