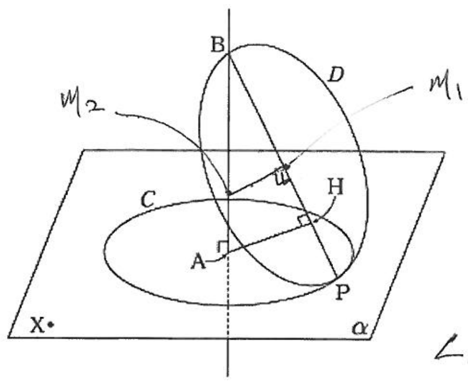
* 2018년 10월 시행 교육청 고3수학 가형29번



원 D의 중심을 M_1이라 하고, M_1을 수선의 발 (원 D를 포함한 평면에 내린)로 갖는 축 AB 위의 점을 M_2라 하자.

$\overline{AP}=\sqrt{3}$, $\overline{AB}=3$, ∴ $\overline{BP}=2\sqrt{3}$, $\overline{BM_1}=\overline{M_1P}=\sqrt{3}$.

$\angle APB=\frac{\pi}{3}=60^\circ$. ∴ $\overline{HP}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\overline{AH}=\frac{3}{2}$,

$\overline{BH}:\overline{BA}=\frac{3\sqrt{3}}{2}:3=\overline{BM_1}:\overline{BM_2}=\sqrt{3}:\overline{BM_2}$. ∴ $\overline{BM_2}=2$, $\overline{M_2A}=1$. ∴ $\overline{M_1M_2}=1$

→ 원 D 위의 모든 점들과 점 M_2와의 거리는 동일하다. (거리는 $\overline{BM_2}=2$)

→ 원 D 위의 점 Q의 존재영역은 그림과 같이 원 위에만 존재하는 것이 아니고 P가 원 C 위를 움직이는 점이므로 점 Q는 공간상의 점이 되고, 점 B를 고정시키고 평면 α 위의 점 P를 원 C 위를 움직이도록 하면 중심이 M_2이고 반지름의 길이가 2인 구의 일부분으로 나타난다.

→ 주의할 점: 원 C와 원 D가 동일한 반지름이므로 원 D를 회전시킨 도형의 평면 α 위로의 정사영이 원 C 경계 또는 내부에 존재할 것이라는 생각은 오류이다. 결국 점 M_2를 중심으로 반지름이 2인 구와 원 D가 포함된 평면과의 교선으로 봐야 한다. 즉, 평면 α를 xy평면, 축 AB를 z축이라 할 때 xy평면 위로의 정사영은 중심이 A이고 반지름이 2인 원으로 나오므로 원 C보다 크다.

→ 따라서 XQ (선분) 길이의 최댓값은 $\overline{XM_2}+2$ (M_2는 구의 중심, 2는 구의 반지름) 이므로 $\sqrt{26}+2$가 된다.

∴ $m+n=28$ //