

[권구승/한성은 모의고사]

| 3월 모의고사(가형) 연습 (1/2) |

| 권구승

이강학원(대치, 분당), 이투스앤써,
보통 학생의 수능 1등급, 권구승입니다.

| 한성은

이투스앤써, 일산 종로, 일산 클라비스, 5A ACADEMY, 목동 예섬.

월 1회분의 모의고사를 생산할 예정입니다.
열심히 풀어주세요. 자세한 해설은 친구참조.

hansungeun.com

- 저자소개, 학습자료, 교재판매

| CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.
- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

수학 영역(가형)

5지선다형

1. $8^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

2. 첫째항이 1이고 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_3 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 7 ③ 10
④ 13 ⑤ 16

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x+3)}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

4. 정적분 $\int_{-1}^3 (3x^2+1)dx$ 의 값은?

- ① 24 ② 26 ③ 28
④ 30 ⑤ 32

2

수학 영역(가형)

5. $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 일 때, 방정식 $\sin 2x = 1$ 의 해는? [3점]

- ① $\frac{\pi}{10}$ ② $\frac{\pi}{8}$ ③ $\frac{\pi}{6}$
 ④ $\frac{\pi}{4}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

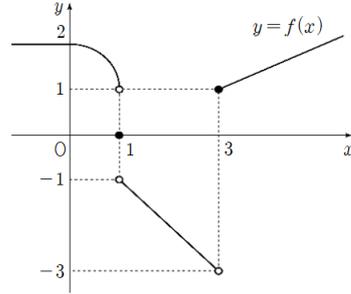
6. 두 양수 a, b 에 대하여

$$\log_4 a^3 b = 1 + \log_2 ab$$

가 성립할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

7. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(3) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

8. 함수 $f(x) = (x-2)(x^3 - 4x + a)$ 에 대하여 $f'(1) = 5$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

9. $\overline{AB} = 4$, $\overline{BC} = 5$, $\overline{CA} = \sqrt{33}$ 인 삼각형 ABC에서 $\angle ABC = \theta$ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{3}{7}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

10. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + n)a_n = 2, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{b_n} = 4$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n} (1 + b_n^2)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ 2
 ④ 4 ⑤ 8

4

수학 영역(가형)

11. $0 \leq x \leq 4$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 2x - a & (0 \leq x < 1) \\ b & (1 \leq x < 3) \\ -2x + 7 & (3 \leq x \leq 4) \end{cases}$$

일 때, $\int_0^x f(t)dt$ 의 최댓값은? (단, a, b 는 상수이다.)

[3점]

- ① $\frac{7}{4}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{11}{4}$
 ④ $\frac{13}{4}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

12. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^4}{x^2} = 2$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x+2)(x-1)} = 4$$

$f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 27 ② 25 ③ 23
 ④ 21 ⑤ 19

13. $a > 2$ 인 상수 a 에 대하여 두 함수

$$y = \log_2 x, \quad y = \log_2(a-x)$$

의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 두 함수 $y = \log_2 x$, $y = \log_2(a-x)$ 의 그래프의 교점을 C라 하자. 삼각형 ABC의 넓이가 삼각형 OAC의 넓이의 6배일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? (단, O는 원점이다.)

[3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

14. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

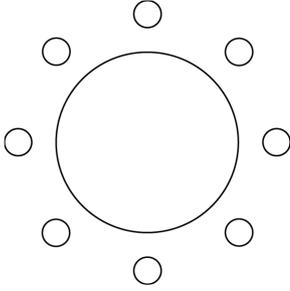
$$\int_2^x f(t)dt = x^3 + x^2 + ax - \int_0^a f(t)dt$$

를 만족시킬 때, $\int_0^a f(t)dt$ 의 값은?

(단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 10 ② 12 ③ 14
 ④ 16 ⑤ 18

15. 8개의 자리가 일정한 간격으로 놓여 있는 원형의 테이블에 남학생 3명과 여학생 3명이 앉을 때, 남학생들은 어느 두 명도 서로 이웃하지 않도록 하는 방법의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]



- ① 600 ② 660 ③ 720
- ④ 780 ⑤ 840

16. 어떤 선생님은 수업 시작 전의 스트레스 때문에 고통 받고 있다. 이 선생님이 수업 시작 전에 받는 스트레스 지수를 s , 수업에 참여하는 학생의 수를 M (명), 수업 시작까지 남은 시간을 t (시간)라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\log_2 s = \log_2 M + \frac{1}{t} + k \quad (\text{단, } k \text{는 양의 상수이다.})$$

이 선생님이 수업에 참여하는 학생의 수가 40명인 수업 시작 1시간 전에 받는 스트레스 지수는 수업에 참여하는 학생의 수가 10명인 수업 시작 2시간 전에 받는 스트레스 지수의 몇 배인가? [4점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$
- ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = \frac{5}{3}$ 이고

$$a_{n+1} = \frac{3a_n - 2}{a_n}$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 이

$$a_n = \frac{2^{n+1} + 1}{2^n + 1} \dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

i) $n=1$ 일 때, (좌변) $= a_1 = \frac{5}{3}$,
 (우변) $= \frac{2^2+1}{2^1+1} = \frac{5}{3}$ 이므로 (*)이 성립한다.

ii) $n=k$ 일 때 (*)이 성립한다고 가정하면
 $a_k a_{k+1} = 3a_k - 2$ 이고 $a_k = \frac{2^{k+1}+1}{2^k+1}$ 이므로

$$\frac{2^{k+1}+1}{2^k+1} \times a_{k+1} = 3 \times \frac{2^{k+1}+1}{2^k+1} - 2$$

$$= \frac{\boxed{(가)} + 1}{2^k + 1}$$

이다. 따라서 $a_{k+1} = \frac{\boxed{(나)}}{2^{k+1}+1}$ 이므로
 $n=k+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

i), ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여
 $a_n = \frac{2^{n+1}+1}{2^n+1}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 이라 할 때, $f(2)+g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 31 ② 33 ③ 35
 ④ 37 ⑤ 39

18. 자연수 n 에 대하여 직선 $x=n$ 이 두 이차함수

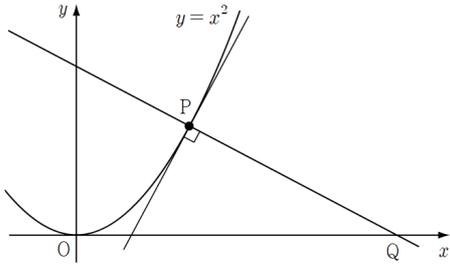
$$f(x) = \frac{x^2}{3} - 2x + 3, \quad g(x) = 8 - \frac{x^2}{2}$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 P_n , Q_n 이라 하자.
 선분 $P_n Q_n$ 위의 점 중 y 좌표가 정수인 점의 개수를

a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$
 ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

19. 자연수 n 에 대하여 점 $P(n, n^2)$ 을 지나고 곡선 $y=x^2$ 위의 점 P 에서의 접선과 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 Q 라 하자. 선분 OQ 의 길이를 l_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{l_n}{n^3}$ 의 값은? [4점]

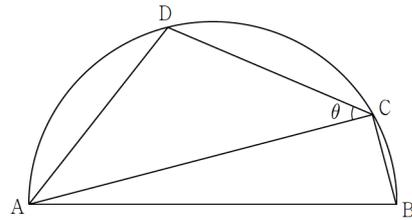


- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{1}$ ③ 2
- ④ 4 ⑤ 8

20. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 O 위의 두 점 C, D 는

$$\overline{BC}=1, \quad \sin(\angle ACD) = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

을 만족시킨다. \overline{CD} 의 값은? [4점]



- ① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$
- ④ $\sqrt{8}$ ⑤ 3

21. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식 $f'(x)=0$ 은 두 근 $\alpha, \beta(\alpha < \beta)$ 를 갖고, 함수 $f'(x)$ 의 극솟값은 -1 이다. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. 모든 실수 t 에 대하여 방정식 $f(x)=-x+t$ 의 서로 다른 실근의 개수는 1이다.

ㄴ. $f(\alpha) = f\left(-\frac{1}{2}\alpha + \frac{3}{2}\beta\right)$

ㄷ. $\beta - \alpha = 4$ 이면 함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 차이는 $\frac{8}{3}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. $\log_2 24 - \log_2 3$ 의 값을 구하여라. [3점]

23. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{5h} = 7$ 일 때, $f'(4)$ 의 값을 구하여라. [3점]

24. 좌표평면에서 함수 $y=3^x+4$ 의 그래프의 점근선과 함수 $y=\log_3(x-2)$ 의 그래프의 점근선이 만나는 점의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [3점]

25. 함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x-1)}{x+1} = 2$ 를 만족시킬 때,
 $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2+4)f(x)$ 의 값을 구하여라. [3점]

26. 각 항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $a_5 S_7 = 49a_4$ 일 때, S_9 의 값을 구하여라. [4점]

27. 네 숫자 0, 1, 2 중에서 중복을 허락하여 다섯 개를 선택하여 일렬로 나열하여 다섯 자리의 자연수를 만들 때, 각 자리의 수 중 0, 1, 2가 각각 적어도 한 개 이상 있는 4의 배수의 개수를 구하여라. [4점]

28. 그림과 같이 일렬로 나열된 7개의 의자에 3명이 앉을 때, 3명 중 2명은 서로 이웃하고 1명은 누구와도 이웃하지 않도록 하는 방법의 수를 구하여라. [4점]



29. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 함수

$$f(x) = 6 - \frac{|x-6|}{2}$$

은 다음 조건을 만족시킨다.

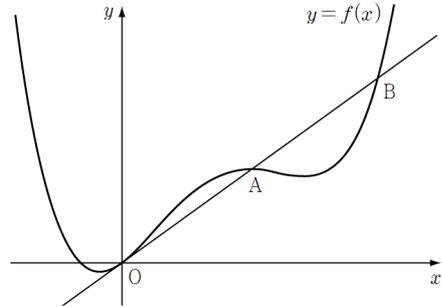
- (가) $f(a_3) = f(a_8)$
- (나) $f(a_{11}) + f(a_{12}) = 0$

$\sum_{k=1}^{14} f(a_k)$ 의 값을 구하여라. [4점]

30. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0) = 0$ 인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선이 곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 A는 선분 OB의 중점이다.
- (나) 점 A는 곡선 $y = f(x)$ 의 극대점이다.

점 A의 y 좌표가 1 이하일 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 B에서의 접선의 기울기의 최댓값을 구하여라. (단, O는 원점이고 A와 B는 모두 제1사분면 위의 점이다.) [4점]



[3월 모의고사 연습(1/2)]
가형 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	①	02	②	03	③	04	⑤	05	④
06	①	07	③	08	④	09	①	10	①
11	②	12	②	13	④	14	④	15	③
16	⑤	17	②	18	④	19	③	20	③
21	⑤	22	3	23	35	24	6	25	30
26	63	27	34	28	120	29	31	30	5

COMMENT 10

$(4n^2 + 2n)a_{2n}$ 이 2로 수렴하고 $\frac{4n^2 + 4n + 1}{b_n^2}$ 이 16으로 수렴한다. $a_{2n}(1 + b_n^2)$ 는

$$a_{2n}(1 + b_n^2) = a_{2n} + a_{2n}b_n^2 = \frac{1}{4n^2 + 2n} \times (4n^2 + 2n)a_{2n} + \frac{4n^2 + 4n + 1}{4n^2 + 2n} \times (4n^2 + 2n)a_{2n} \times \frac{b_n^2}{4n^2 + 4n + 1}$$

에서 $0 \times 2 + 1 \times 2 \times \frac{1}{16}$ 으로 수렴한다. 물론 니네는 $a_n = \frac{2}{n^2}$, $b_n = \frac{n}{2}$ 놓고 풀겠지.

COMMENT 11

$a=1$, $b=1$ 이다. 함수 $\int_0^x f(t)dt$ 의 도함수는 $f(x)$ 이므로

구간 $(0, \frac{1}{2})$ 에서 감소, 구간 $(\frac{1}{2}, \frac{7}{2})$ 에서 증가, 구간 $(\frac{7}{2}, 4)$ 에서 감소한다.

COMMENT 12

(가)에서 $f(x) = x^4 + 2x^2 + \dots$ 이고, (나)에서 $f(1) = 0$, $f'(1) = 12$ 이다.

$$f(x) = x^4 + 2x^2 + 4x - 7$$

COMMENT 14

$\int_0^a f(t)dt = k$ 라 하자. 준 식에 $x=2$ 를 대입하면 $k = 2a + 12$ 다.

양 변을 미분하면 $f(x) = 3x^2 + 2x + a$ 이고 $\int_0^a (3t^2 + 2t + a)dt = k$ 에서 $a^3 + 2a^2 = k$ 다.

연립하여 풀면 $a=2$, $k=16$ 이다.

※ 처음 준 식에 $x=0$ 을 대입하면 $\int_0^2 f(t)dt = \int_0^a f(t)dt$ 를 얻을 수 있지만 여기서 a 를 바로 뽑을 수는 없다.

COMMENT 15

남자A를 고정시켜두고 생각하자.

남자B와 남자C의 자리를 정하는 경우의 수는 $6 \times 2!$ 이다.

남은 자리에 여자 3명을 앉히는 경우의 수는 $5 \times 4 \times 3$ 이다.

COMMENT 16

$\log_2 s_1 = \log_2 40 + 1 + k$ 에서 $s_1 = 40 \times 2 \times 2^k$ 이고,

$\log_2 s_2 = \log_2 10 + \frac{1}{2} + k$ 에서 $s_2 = 10 \times \sqrt{2} \times 2^k$ 이다.

s_1 은 s_2 의 $4\sqrt{2}$ 배이다.

COMMENT 17

$$f(k) = 2^{k+2}, \quad g(k) = 2^{k+2} + 1$$

COMMENT 18

대충 $a_n = \frac{n^2}{3} - \left(-\frac{n^2}{2}\right)$ 이다.

COMMENT 19

$$l_n = 2n^3 + n$$

COMMENT 20

삼각형 ACD 에서 사인을 때리면 $\frac{\overline{AD}}{\sin(\angle ACD)} = 4$ 이므로 $\overline{AD} = \sqrt{6}$ 이다.

$\overline{CD} = x$ 라 두고 삼각형 ACD 에서 코사인 때리면 $6 = x^2 + 15 - 2\sqrt{15}x \times \frac{\sqrt{10}}{4}$ 이다.

$$2x^2 - 5\sqrt{6}x + 18 = 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{6})(2x - 3\sqrt{6}) = 0$$

이다. 긴 것은 점 D 가 원 밖에 떨어지는 경우이다. ($\angle ADC$ 가 예각인 경우)

COMMENT 21

니은 : 2:1 알중

디글 : 도함수는 $y = \frac{1}{4}x(x-4)$ 를 평행이동시킨 것이다.

도함수와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는 $\frac{8}{3}$ 이다.

COMMENT 26

$S_7 = 7a_4$ 이므로 준 식은 $a_5 = 7$ 이다. $S_9 = 9a_5$ 이다.

COMMENT 27

00으로 끝나는 경우 : 10가지

12로 끝나는 경우 : 10가지

20로 끝나는 경우 : 14가지

COMMENT 28

(배열) - (모두 이웃) - (모두 따로) = $\frac{7!}{4!} - (5 \times 3!) - (5 \times 4 \times 3)$

COMMENT 29

$a_{5.5} = 6$, $a_{11.5} = 18$ 이므로 공차는 2, $a_1 = -3$ 이다.

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{14} f(a_k) &= \sum_{k=1}^8 f(a_k) \\ &= f(-3) + f(-1) + 2f(1) + 2f(3) + 2f(5) \\ &= (1.5) + (2.5) + 2(3.5) + 2(4.5) + 2(5.5) \end{aligned}$$

COMMENT 30

두 양수 a , k 에 대하여 $f(x) = x^2(x-a)(x-2a) + kx$ 로 나타낼 수 있다.

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow -a^3 + k = 0 \Leftrightarrow k = a^3$$

$$f(a) \leq 1 \Leftrightarrow a^4 \leq 1 \Leftrightarrow a \leq 1$$

이다. $f'(2a) = 5a^3$ 이므로 최댓값은 5다.