

2018년 10월 시행 교육청 고3 수학 나형 30번.

$$f(x) = x^3 + \dots$$

{등식 $f(a)+1 = f'(a)(a-t)$ 을 만족시키는 실수 a 의 값이 6 하나뿐} $\Leftrightarrow \{-2 < t < k\}$

$f'(a)(t-a) + f(a) = -1 \rightarrow$ 형태를 보고 접선식명을 알아차릴 수 있어야 한다.

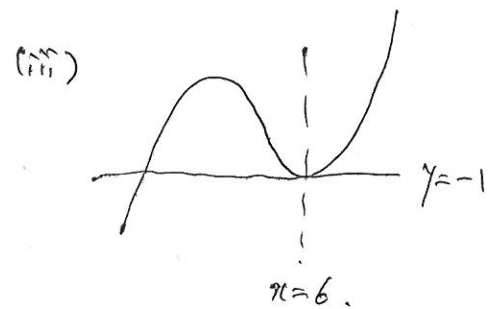
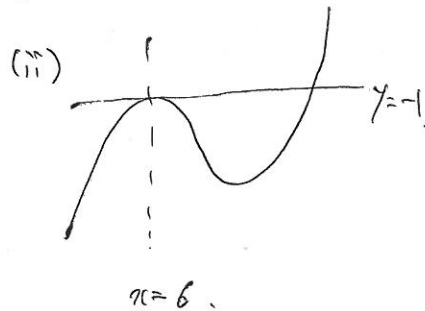
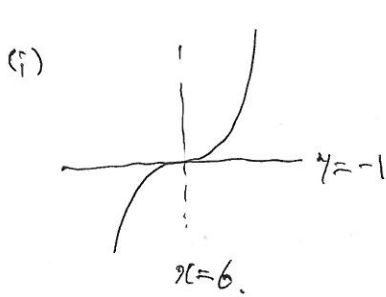
$f(x)$ 의 $(a, f(a))$ 에서의 접선 $y = f'(a)(x-a) + f(a)$ 이 $(t, -1)$ 을 지난다.

$a=6$ 하나뿐이다. $\Rightarrow (t, -1)$ 에서 이 함수 $f(x)$ 에 그 접선은 접점이 하나뿐이고, 그 접점의 x 좌표는 6이다.

$$\rightarrow f'(6)(t-6) + f(6) = -1 \text{ 에서 } f'(6) \cdot t = 6 \cdot f'(6) - f(6) - 1.$$

$\therefore f'(6) \neq 0$ 이면 t 는 유일해. $\rightarrow \times$ ($\because -2 < t < k$ 인 t 는 하나만 존재할 수 없다)

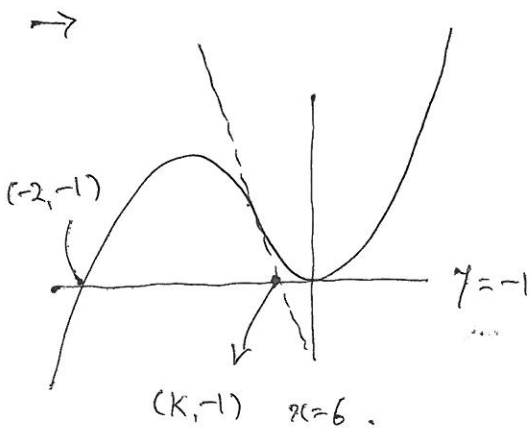
따라서 $f'(6) = 0, f(6) = -1$.



$(-2 < t)$ 에서 접선이 2개.

$(-2 < t)$ 에서 접선이 2개.

$(-2 < t)$ 에서 접선의 개수 1 가능.



$(-2, -1)$ 과 $(k, -1)$ 사이 (정제 미분) 에서의

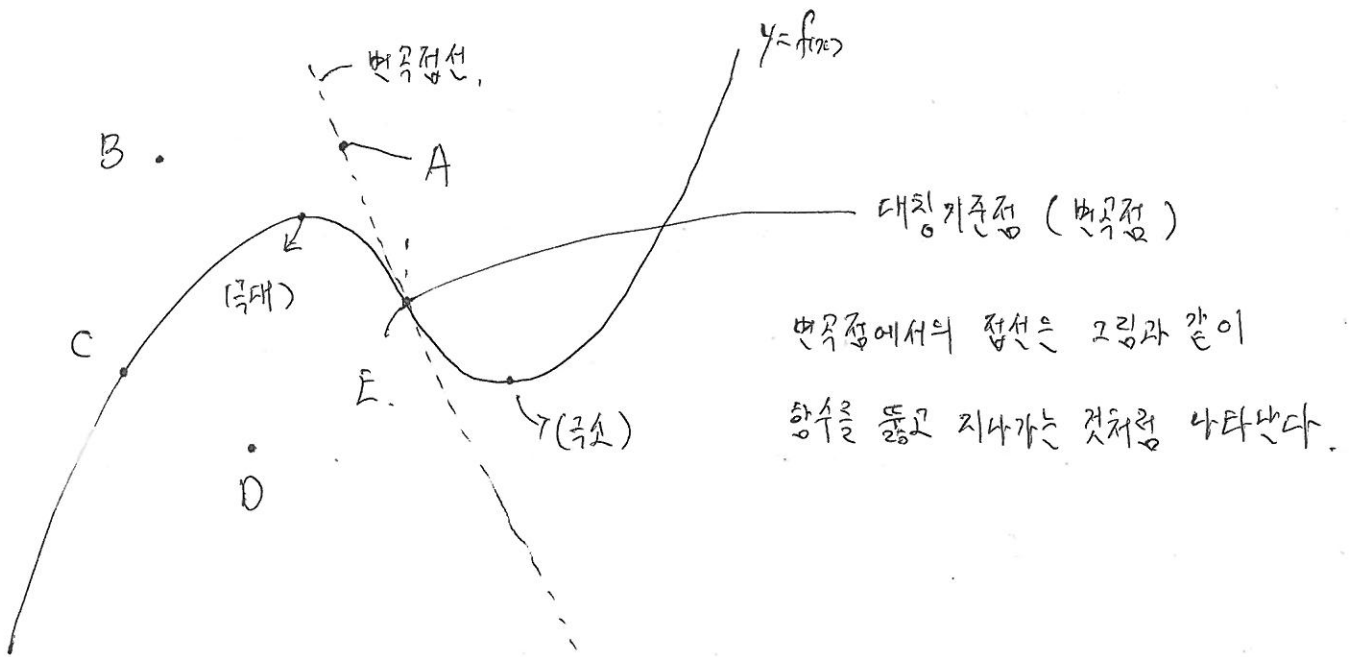
$y = -1$ 직선 위의 점들에서 $f(x)$ 의 접선은 모두

$(6, -1)$ 에서의 접선과 동일.

$$\therefore f(x) + 1 = (x+2)(x-6)^2$$

$$\therefore f(x) = (x+2)(x-6)^2 - 1 \text{ 에서 } f(8) = 10 \times 4 - 1 = 39 //$$

* 3차 함수 (그래프) 와 접선 (의 개수)



A: 변곡점선 상의 점들에서 3차함수에 그릴 수 있는 접선의 개수는 (1), (2) 이다.

→ 점 E 와 같이 변곡점 자체에서는 하나, 그 외 접선상에서는 두 개가 가능.

B. E를 $E(e, 0)$ 이라 하면, B 영역 또는 점 B가 위치하는 부분은

$f(x) < B < \text{변곡점선}$, $(x < e)$ 부분이다. 이 영역에서는 세 개 가능.

C. $y = f(x)$ 상의 점. 점 자체에서의 접선과 변곡점 건너편 부분으로 하나 더 가능.

D. $\left\{ \begin{array}{l} (x < e) \quad D < f(x) \\ (x = e) \quad D < f(x) \\ (x > e) \quad D < \text{변곡점선} \end{array} \right\}$ 점 D의 영역에서는 접선 개수는 1이다.

→ 점에다 펜을 들고 돌려가면서 생각해 볼 것.

→ 극점이 없는 3차함수도 그려놓고 생각해 볼 것.