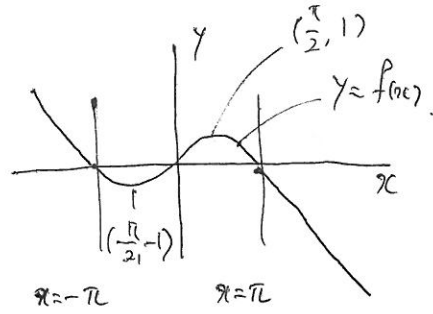


\* 2018년 10월 시행 교육청 고3 수학 기형 30번.

$$f(x) = \begin{cases} -x - \pi & (x < -\pi) \\ \sin x & (-\pi \leq x \leq \pi) \\ -x + \pi & (x > \pi) \end{cases}$$



실수  $t$ 에 대하여 부등식  $f(x) \leq f(t)$  를 만족시키는 실수  $x$ 의 최솟값을  $g(t)$ .

ex)  $(-2\pi, \pi) \rightarrow f(x) \leq f(-2\pi) = \pi$  를 만족하는  $x$  값은  $x \geq -2\pi$ .  $\therefore g(-2\pi) = -2\pi$ .

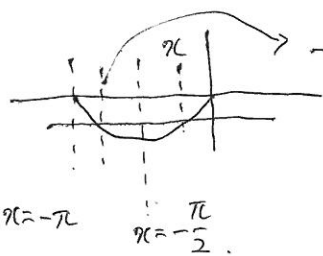
$(0, 0) \rightarrow f(x) \leq f(0) = 0$  를 만족하는  $x$  값은  $-\pi \leq x \leq 0, x \geq \pi$ .  $\therefore g(0) = -\pi$ .

$\rightarrow f(x)$  를 통해서 이와 같은  $g(t)$  함수를 추론하라는 문제이므로 기준점에 대해 생각해 봐야 한다.

(i)  $x \leq -\frac{\pi}{2} \rightarrow f(x) = f(t)$ .  $\therefore g(t) = x = t$ .

(ii)  $-\frac{\pi}{2} < x < 0$  ( $x=0$  을 기준으로 잡을 것인가? 생각할 것.  $(-\frac{\pi}{2}, 0)$  에서 실수  $x$  의

조건을 만족하는 최솟값은  $\sin x$  와 연결되고,  $(0, \frac{\pi}{2})$  에서는  $-x - \pi$  (직선) 와 연결된다.)

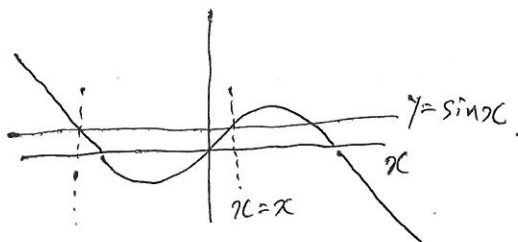


$\rightarrow -x - \pi$  ( $x=x$  와  $x=-\frac{\pi}{2}$  사이의 거리는  $x + \frac{\pi}{2}$ , 최솟값은  $x = -\frac{\pi}{2}$  에서  
크 거리만큼 더 이동.  $\therefore -\frac{\pi}{2} - (x + \frac{\pi}{2}) = -\pi - x$   
(대칭으로도 봐야 할 것))

$\therefore g(t) = -\pi - t$ .

(iii)  $g(0) = -\pi$ .

(iv)  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ .



$\Delta = x - \sin x - \pi$ .

$(x < -\pi) f(x) = -x - \pi$  이므로  $-\Delta - \pi = \sin x$  에서  $\Delta = -\sin x - \pi$ .

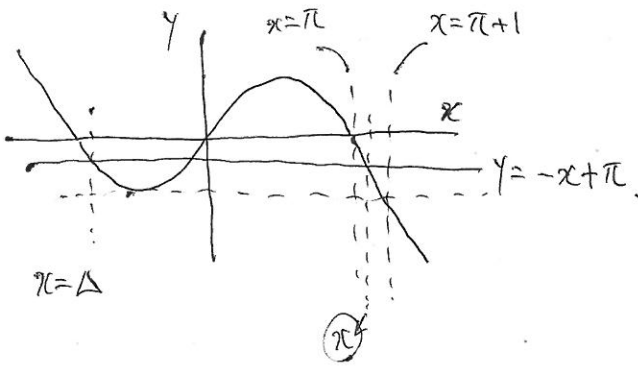
$\therefore g(t) = -\sin t - \pi$ .

(v)  $x = \frac{\pi}{2}$ ,  $g(\frac{\pi}{2}) = -1 - \pi$  ( $= -\sin\frac{\pi}{2} - \pi$ ).

(vi)  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ . (iv)와 동일.  $g(t) = -\sin t - \pi$ .

(vii)  $x = \pi$   $g(\pi) = -\pi$  ( $= -\sin\pi - \pi$ )

(viii)  $\pi < x < \pi+1$



$\Delta = g(t)$

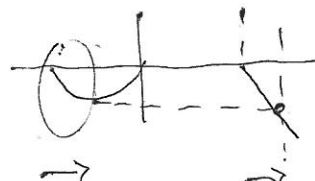
(단,  $\sin \Delta = -t + \pi$ )



$\sin^{-1}(-t + \pi) = \Delta = g(t)$ .

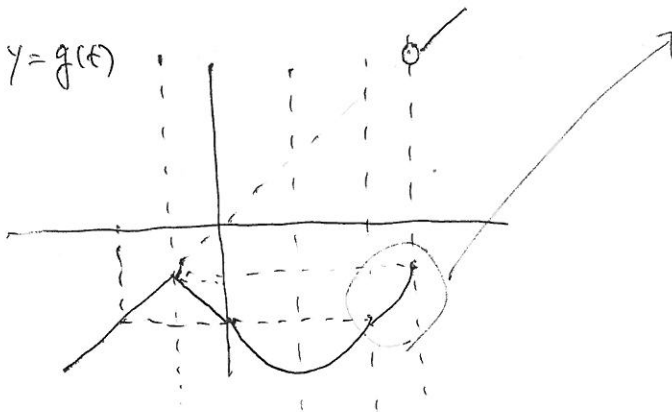
(ix)  $x = \pi + 1$ ,  $g(t) = -\frac{\pi}{2}$  ↘ 불변함.

(x)  $x > \pi + 1$ .  $g(t) = t$ . ∴  $\alpha = \pi + 1$



t 값 변화 양상.

g(t) 값 변화 양상.



∴  $y = g(t)$  그래프에서

(X) 위로 볼록

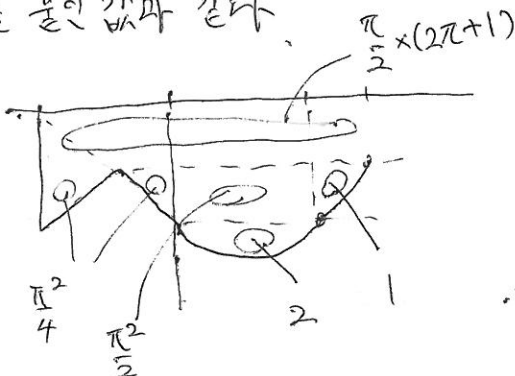
(O) 아래로 볼록

(X)

(O)

∴  $\int_{-\pi}^{\alpha} g(t) dt = \int_{-\pi}^{\pi+1} g(t) dt$  는 다음 2양의 넓이값에

음수를 붙인 값과 같다.



∴  $-\left(\pi + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi^2}{4} + \frac{\pi^2}{2} + 3\right)$

$= -\frac{7}{4}\pi^2 - \frac{\pi}{2} - 3$ . ∴  $p = -\frac{1}{2}$ ,  $q = -3$ .

∴  $100 \times |p + q| = 100 \times \frac{7}{2} = 350 //$