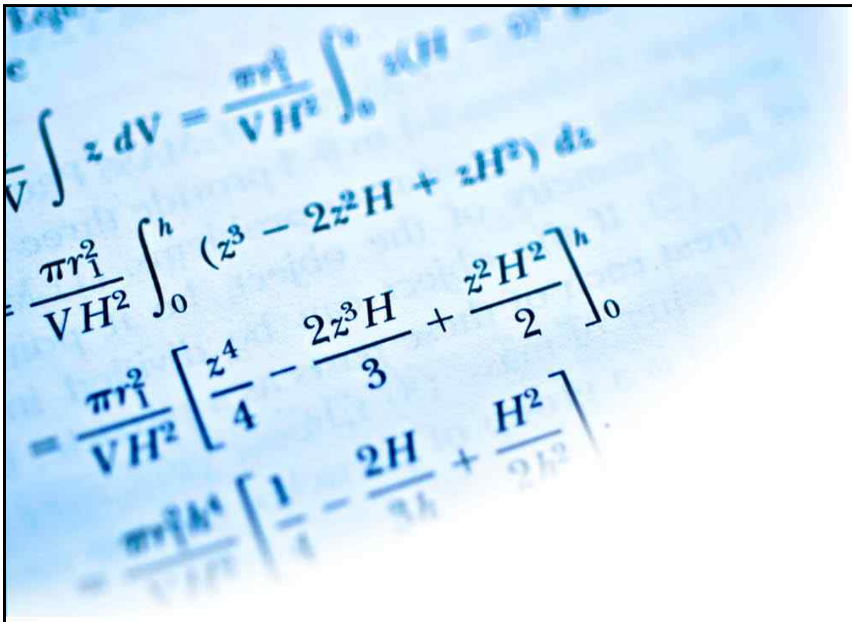
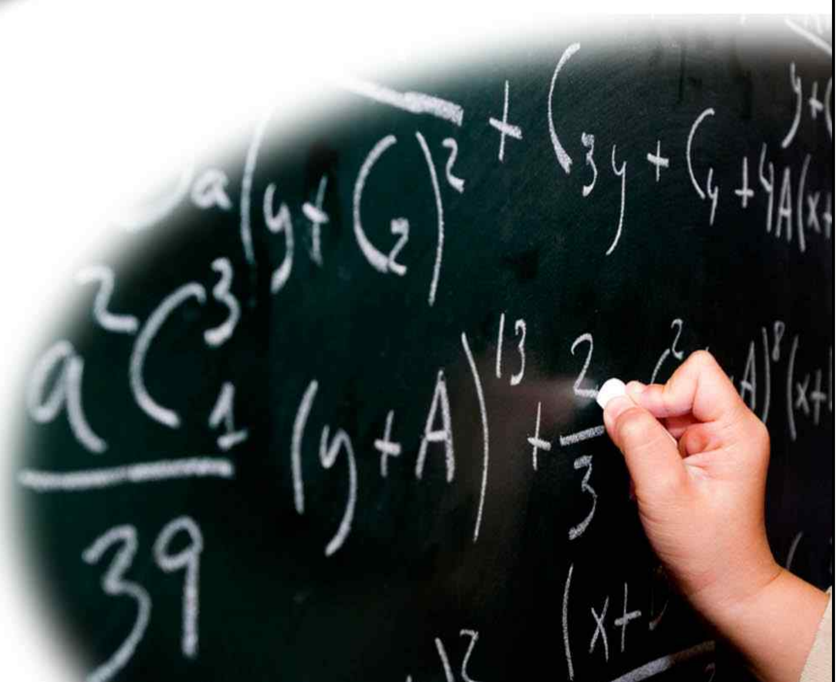


수학 시험의 기술

-3월 모의고사를 어떻게 볼 것인가?



MediVa

Intro

이제 막 고3이 된 수험생들은 정신이 없을 것이다. 그 말로만 듣던 고3이 벌써 눈앞에서 현실로 펼쳐지고 있는 것이다. 고3을 탈출한지 얼마 되지 않은 대학생의 입장에서 고3을 바라보면 추억으로 남을 시간일지도 모르겠지만, 고3에게 그렇게 말했다가는

형, 지금 저~~~얼대로 잊지 못할 추억을 하나 만들어 드릴까요?

라고 하면서 쏟아져 나오는 고3들의 분노를 몸으로 체감할 수 있을 것이다.

시험이 끝난 지 좀 됐지만, 꽤 어려웠다고 하는 3월 모의고사의 후유증은 아직도 몸 안에 남아서 핏속을 휘돌고 있을지도 모르겠다.

이런 말들 많이 들었을 것이다. 3월 모의고사 성적이 수능까지 간다고. 얼핏 들어서 맞는 것 같기도 한데, 내 점수를 보니 그러면 안 될 것 같고....... 수능까지는 아직 꽤 남았고 수능 범위도 아닌데 하면서 애써 마음을 다잡아 보지만, 자꾸만 기억나는 점수는 알 수 없는 불안감을 키울 뿐이다.

이렇게 생각해 보는 것은 어떨까?

내가 앞으로 틀려야 할 문제의 수가 정해져 있는데, 오늘 그 중에 일부를 틀린 것이다.

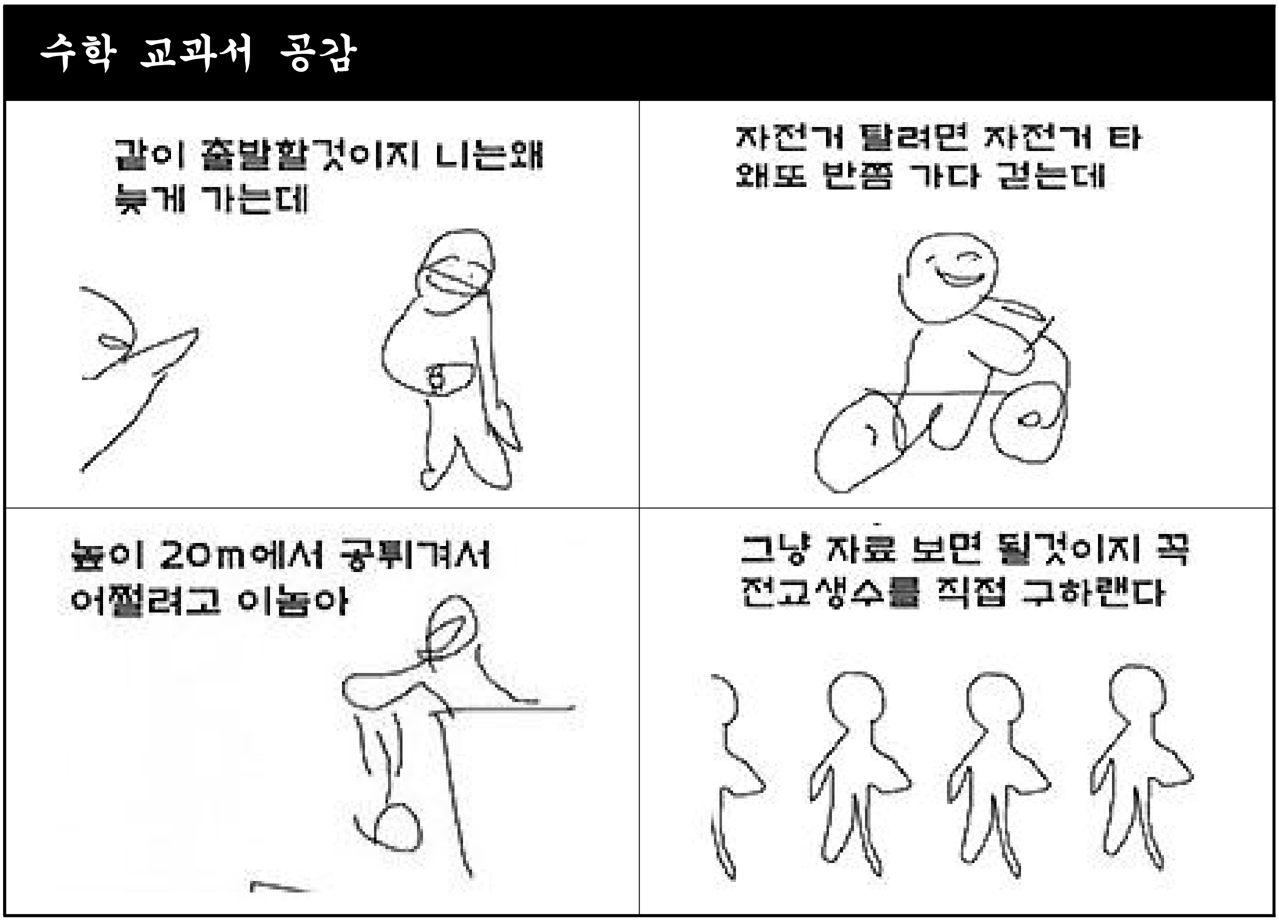
그러면 오늘 시험을 좀 말아 먹은 것은 수능 날 잘 보기 위해서 미리 액땜을 하는 것이나 다름이 없고, 오히려 몰랐던 것을 알게 되었으니 수능 때는 훨씬 더 잘 볼 것이라고.

합리화도 이런 말도 안 되는 합리화가 없겠지만, 확실한 것은 이번 시험을 보고 남는 것이 있어야 앞으로 덜 틀린다는 것이다. 시험을 봐도 아무 깨달음이 없다면 수능을 보고서야 깨달음이 생길지도 모를 일이니까.

이제 서론은 이만 하고, 바로 3월 모의고사로 들어가 보자. 지금부터 볼 내용은 곧 시중에 나올 **"수학 시험의 기술"** 의 컨셉과 내용을 그대로 가져온 것이다.

Story 1. 휴지전위가 뭐의?

인터넷에 이런 글이 있었다.



문제를_보는_우리의_기분.jpg

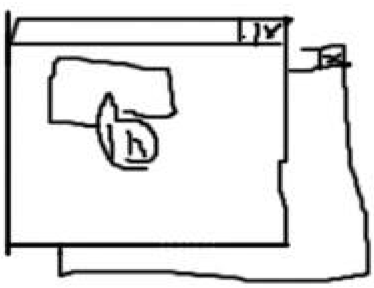
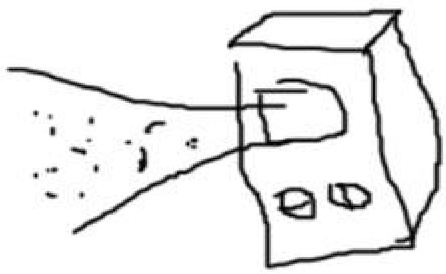
그러나 저 내용은 초딩·중딩 교과서에나 나오는 수준이다. 위대한 시험인 수능을 보는 우리 수험생들은 저런 유치한 문제를 볼 나이가 아니지 않은가?

라고 말했지만 수능에서도 실생활 문제는 나온다.

여러 가지 수학적 개념, 원리, 법칙이 복합적으로 적용되는 수학 문제, 수학을 적용하는 **다양한 실생활 문제나 다른 교과 상황을 소재로 한 문제**를 해결하는 능력을 기른다.

문제를_보는_우리의_기분_다시_욕할수도_없고_아놔.jpg

우리가 좋아하는 아이돌 가수나 게임 관련된 문제가 나온다면 모를까 나온다는 실생활 문제는 지극히 평가원스러운 문제가 아닐 수 없다.

흔한_수능_수리영역_문제.jpg	
조개는 먹으라고 있는 거지 누가 먹는 거 가지고 장난치래(2010년 수능)  	**누에나방은 본 적도 없는데 페로몬을 분비하든 말든 내가 왜 이걸 (2012년 수능)** 
웹사이트를 내가 클릭하든 말든 니가 뭔 상관이여(2012년 9월 평가원) 	**먼지제거장치 시간 구할 시간 있으면 교실 청소나 해주라고 (2007년 평가원 6월)** 

(그림판 수작업 힘들었다 격려해 주라)

그러나 수능 문제는 어떻게 나오든 일단 맞히고 봐야 하는 것이기 때문에 우리는 이런 실생활 문제에 대해서도 제대로 대처할 수 있어야 한다. 그러면 어떻게 해야 하는지 이번에 나왔던 문제를 가지고 생각해 보자.

[고3 3월 전국연합학력평가 수리(나)] 14번

신경세포 또는 근육세포와 같은 대부분의 세포에서는 흥분하지 않은 상태에서 세포의 외부와 내부의 전위차가 생기는데 이것을 휴지전위라고 한다. 세포의 외부와 내부의 칼륨이온 농도(단위는 mM)가 각각 $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O}$, $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}$일 때의 휴지전위(단위는 mV)를 E_K라 하면 등식

$$E_\mathrm{K} = t\left(\log[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O} - \log[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}\right) \text{ (단, } t\text{는 양의 상수이다.)}$$

가 성립한다. $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O}$, $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}$, E_K의 값이 표와 같을 때, 실수 q의 값은? [4점]

$[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O}$	$[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}$	E_K
a	b	p
$10a$	b	$p+60$
$10^2 a$	$\sqrt{10}\,b$	$p+q$

① 90 ② 120 ③ 150 ④ 180 ⑤ 210

엄청 거창해 보인다. 분명히 수리(나)형인데, 이상한 내용이 등장하고 있다. 그러나 절대 멘붕되지 말지어다.

실생활 표현 해부 제 1원칙
새로 나온 표현은 중요하다면 반드시 설명이 되어 있다.

실생활 표현은 반드시 설명이 되어 있다. 그리고

실생활 표현 해부 제 2원칙
새로 나온 표현은 한 문제 내에서 바뀌지 않는다.

새로 나온 표현은 문제에서 똑같이 써 준다.

무슨 말이냐고 물어볼 것 같은데, 문제를 살펴보면서 이야기하자.

먼저 문제에서 구하라고 하는 것이 무엇인지 살펴보자.

$[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O}$, $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}$, E_K의 값이 표와 같을 때, 실수 q의 값은? [4점]

$[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O}$	$[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}$	E_K
a	b	p
$10a$	b	$p+60$
$10^2 a$	$\sqrt{10}\,b$	$p+q$

실수 q의 값을 구하라고 했다. 실수 q가 어디있는가 봤더니 표의 마지막에 있다. 그리고 그 표에는 $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O}$, $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}$과 같은 정체불명의 용어들이 있다.

절대로 이 용어가 무엇을 의미하는지 생각하지 말자. 우리가 시험치는 것은 수학이지 과학이 아니다.

실생활 표현 해부 제 1원칙 새로 나온 표현은 중요하다면 반드시 설명이 되어 있다.

이 의미하는 것이 바로 그것이다. 모르는 것은 반드시 설명이 되어 있다. 그리고 그 표현들은 문제의 다른 부분에서 그대로 나온다. $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O}$, $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}$는

$$E_\mathrm{K} = t\left(\log[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O} - \log[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}\right)$$

라는 식에서 볼 수 있는 표현이다. 다시 말하면

실생활 표현 해부 제 2원칙 새로 나온 표현은 한 문제 내에서 바뀌지 않는다.

는 것이다.

결과적으로 문제에 나온 표에 있는 것을 그대로 식에 대입하기만 하면 되는 것이다. 휴지전위고 뭐고 생각할 필요는 전혀 없다.

일단 $E_\mathrm{K} = t\left(\log[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O} - \log[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}\right)$라는 식부터 간단히 정리할 필요가 있겠다. 문자 모양이 이상하지만 $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O}$나 $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}$는 x, y와 같은 문자나 다름이 없다. 아예 $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O}$=$x$, $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}$=$y$라고 하면, $E_\mathrm{K} = t(\log x - \log y) = tlog\frac{x}{y}$라고 쓸 수 있다. 아무것도 아닌 식이다.

자, 이제 문제에 나온 것들을 그대로 대입해 보자.

x	y	E_K		$E_\mathrm{K} = tlog\frac{x}{y}$
a	b	p	$\rightarrow$	$p = t\log\frac{a}{b}$
$10a$	b	$p+60$		$p+60 = t\left(1+\log\frac{a}{b}\right) = t + t\log\frac{a}{b} = t+p$
10^2a	$\sqrt{10}\,b$	$p+q$		$p+q = t\log\frac{10^2a}{\sqrt{10}\,b} = t\left(\frac{3}{2}+\log\frac{a}{b}\right) = \frac{3}{2}t+p$

정리하면, $p = t\log\frac{a}{b}$이라는 식에서 $\rightarrow$ $p+60 = t+p$ $\rightarrow$ $t=60$이 나오고,

$p+q = t\log\frac{10^2a}{\sqrt{10}\,b} = t\left(\frac{3}{2}+\log\frac{a}{b}\right) = \frac{3}{2}t + t\log\frac{a}{b} = \frac{3}{2}t+p$에서

$q = \frac{3}{2}t = 90$이 나오는 것이다.

사실 실생활 문제는 그냥 대입만 하면 풀리는 경우가 많기 때문에, 가장 쉬운 유형이기도 하지만 정신없이 문제를 풀때는 쉽게 멘붕될 수도 있는 것이기 때문에 주의해야 한다. 다음에서 수능에 나왔던 문제를 하나 공략해 보고, 실생활 문제 해부 기술을 배워 보자.

실생활 표현 해부 기술 : 해부 대상과 해부 원칙

해부할 때는 해부할 대상부터 선정해야 한다. 의대에서는 사람들 다루기 때문에 인간의 시신을 해부 대상으로 하지만, 수의대에서는 동물을 다루기 때문에 동물의 시체를 해부 대상으로 한다. 해부할 때도 시신을 처음부터 끝까지 다 해부하는 것이 아니고, 관찰하고자 하는 부분부터 차근차근 해부를 진행한다. 아무 생각 없이 해부를 하는 것이 아니다.

마찬가지다. 실생활 표현 해부도 그 대상을 정확히 알아야 하고, 어떻게 해부를 할 것인지 공부를 하고 나서 해부를 진행해야 한다.

먼저 어떤 것을 해부할 것인지부터 생각해 보자.

<단원별 실생활 문제의 비중>

단원	등장
1. 행렬	2005년 수능에 행렬 만들기와 행렬의 곱셈이 나온 것을 제외하고는 등장하지 않았다.
2. 지수와 로그	지수·로그 계산법칙, 지수·로그 방정식·부등식 의 두 가지 유형으로 해마다 등장하고 있다.
3. 수열	과거에는 등비수열과 관련하여 가끔씩 등장했지만, 최근 수능에서는 잘 등장하지 않고 있다.
4. 수열의 극한	거의 등장하지 않았다.
5. 함수의 극한과 연속성	거의 등장하지 않았다.
6. 미분	속도와 미분을 제외하고는 거의 등장하지 않았다.
7. 적분	속도와 적분을 제외하고는 거의 등장하지 않았다.
8. 확률	단원 자체가 실생활 표현을 쓸 수밖에 없게 생겼다.
9. 통계	정규분포의 표준화, 통계적 추정의 두 가지 유형으로 등장하고 있다.

모든 단원에서 실생활 문제가 나오는 것은 아니다. 지금까지 수능과 평가원 모의고사 문제들을 살펴보면 실생활 표현은 나오는 데에서만 계속 나오고 있음을 알 수 있다. 그렇기 때문에 우리의 해부 대상은 실생활 표현이 거의 해마다 출제되고 있는 **지수와 로그, 확률, 통계** 단원이 될 것이다. 나머지 단원들은 중요한 것만 해부하도록 할 것이다.

일단 우리의 해부 대상이 뭔지 알게 되었는데, 이제 공부할 것은 이들을 어떻게 해부할 것인지가 되겠다. 해부학 실습실은 바로 이 책이 될 것이고, 해부학 조교는 내가 될 것이다. 여러분은 마음 단단히 먹고 해부학 실습실로 들어오기를 바란다.

실생활 표현 해부 제 1원칙
새로 나온 표현은 중요하다면 반드시 설명이 되어 있다.

당연한 소리다. 우리가 시험 보는 과목은 “수리영역”이다. 수리영역에서 전파감쇄비가 무엇인지, 열전도계수가 무엇을 의미하는지 알 필요는 없다. 삼각형, 사각형같이 교과서에서 다루는 수학적 표현들에 대해서는 설명하지 않지만, 듣도 보도 못한 표현을 배경 지식으로 알 필요는 전혀 없다.

실생활 표현 해부 제 2원칙
새로 나온 표현은 한 문제 내에서 바뀌지 않는다.

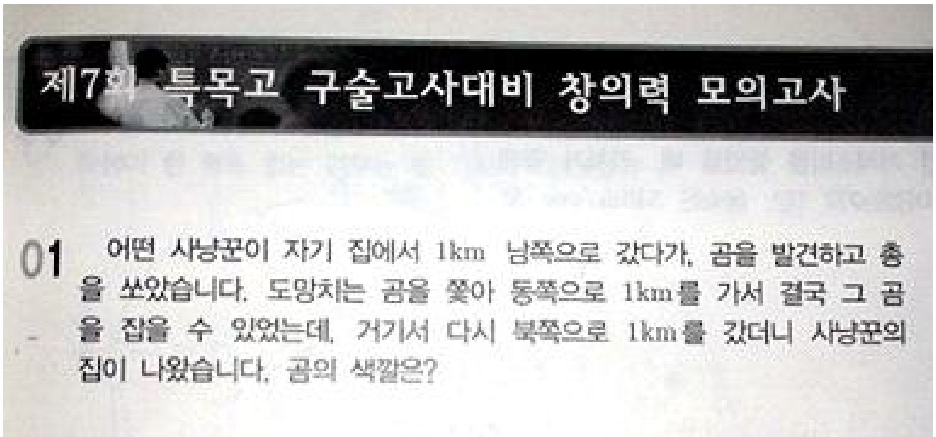
제 1원칙과 연관된 법칙이다. 비교회전도가 무엇을 의미하는지 전혀 몰라도 비교회전도를 S라는 문자로 줬으면 그 문제를 풀 때 비교회전도는 죽어도 계속 S로 나온다. 또, 비교회전도라는 말도 전혀 바뀌지 않고 그대로 설명이 된다. 그렇기 때문에 문제에서 새로 나온 말들을 그대로 연결해 가면서 대입만 잘 해주면 문제를 풀 수 있다.

실생활 표현 해부 제 3원칙
공식 적용의 실마리가 되는 표현은 거의 고정되어 있다.

확률이나 통계 단원은 실생활과 밀접한 연관이 있을 수밖에 없는 단원이다. 그렇기 때문에 수학적 표현 중에 일부는 실생활 표현처럼 되어 있는 경우가 많다. 하지만 수학을 공부하시는 분들은 말장난을 지극히 싫어하기 때문에, 공식을 적용하는 데 필요한 표현들은 거의 토씨도 잘 안 바뀐 채 그대로 나오는 경우가 많다. 그렇기 때문에 그런 표현만 기억해 둔다면 문제를 쉽게 풀어나갈 수 있을 것이다.

실생활 표현 해부 제 4원칙
문제에서 구하라는 것이 무엇인지를 살핀다.

실생활 표현뿐만 아니라 모든 문제에 해당되는 것인데, 제발 구하라는 것을 답으로 쓰자. 이 문제를 풀어 보자.


제7회 특목고 구술고사대비 창의력 모의고사

01 어떤 사냥꾼이 자기 집에서 1km 남쪽으로 갔다가, 곰을 발견하고 총을 쏘았습니다. 도망치는 곰을 쫓아 동쪽으로 1km를 가서 결국 그 곰을 잡을 수 있었는데, 거기서 다시 북쪽으로 1km를 갔더니 사냥꾼의 집이 나왔습니다. 곰의 색깔은?

답을 북극이라고 하면 넌 틀린 거다. **곰의 색깔을 물어봤잖아!** 북극이니까 **흰색**이라고 해야 한다.

실생활 표현 해부 제 1원칙
새로 나온 표현은 중요하다면 반드시 설명이 되어 있다.
실생활 표현 해부 제 2원칙
새로 나온 표현은 한 문제 내에서 바뀌지 않는다.

실생활 표현 해부 원칙을 그대로 적용하면서 기출문제를 풀어 보자.

[2010년 수능]
조개류는 현탁물을 여과한다. 수온이 $t(℃)$이고 개체중량이 $w(g)$일 때, A 조개와 B 조개가 1시간 동안 여과하는 양(L)을 각각 Q_A, Q_B라고 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$Q_A = 0.01t^{1.25}w^{0.25} \qquad Q_B = 0.05t^{0.75}w^{0.30}$$

수온이 $20℃$이고 A 조개와 B 조개의 개체중량이 각각 $8g$일 때, $\dfrac{Q_A}{Q_B}$의 값은 $2^a \times 5^b$이다. $a+b$의 값은? (단, a, b는 유리수이다.) [3점]

조개를 연구하는 사람이면 모르겠는데, 우리한테 조개의 여과량이 필요한가? 개체중량이 필요한가? 말도 어렵다. 조개가 얼마나 무거운지를 나타내는데 개체중량이라고 하네. 현탁물은 뜻도 제대로 잘 모르겠다. 하지만 그래도 문제는 풀 수 있다.

이게 가장 중요하다. 우리가 지금 시험치고 있는 과목은 수학이다. 경제, 한국지리, 근현대사, 윤리, 법과 사회, 사회문화, 세계지리, 세계사, 국사, 경제지리, 정치가 아니란 말이다. 생명과학, 화학, 물리, 지구과학도 아니라고. 다시 우리가 배우는 것은 '수학'이다.

따라서 우리가 해야 할 것은 그냥 문제를 읽고 '아 ~ 또 어디서 이상한 식을 찾아 오셨네' 이러면서 문제만 푸는 것이다. 뜻을 모르는데 어떻게 문제를 푸느냐고? 한 번 문제를 해부해 보도록 하자.

<문제 해부>

먼저 문제에는 구하라고 요구하는 것이 반드시 언급되어 있다.
① 구하는 것

$\dfrac{Q_A}{Q_B}$의 값은 $2^a \times 5^b$이다. $a+b$의 값은? (단, a, b는 유리수이다.) [3점]

$a+b$의 값을 구하라고 했고, 거기에 나온 a, b는 바로 앞에 $\dfrac{Q_A}{Q_B}$를 $2^a \times 2^b$로 나타내었을 때의 a, b라고 했다. 그럼 Q_A, Q_B는 도대체 뭔가? 우리가 생각해야 할 것인가?

노우. 당연히 문제에 나와 있다. 말했지만 우리가 배우는 것은 수학이다. 조개가 뭔지 몰라도 이 문제를 풀 수 있다.

② Q_A, Q_B

$Q_A = 0.01t^{1.25}w^{0.25} \qquad Q_B = 0.05t^{0.75}w^{0.30}$

그래. 당연히 나와 있어야지. 이 식을 만든 사람은 고생했겠지만 너희보고 만들라고 하지는 않으니까 걱정은 붙들어 매고 있자.
이 식에 보면 t하고 w라는 문자가 있다. 이건 뭐지? 구해야 되나?
이제쯤 눈치가 있으면 이것도 문제에 나와 있을 거라고 생각할 것이다. 너희 생각보다 머리 좋다. 이제 점수만 내면 된다.

③ $t,\ w$

수온이 t(℃)이고 개체중량이 $w(g)$일 때, ~ 수온이 20℃이고 A 조개와 B 조개의 개체중량이 각각 $8g$

알겠나? 수온 t, 개체중량 w라고 문제에 그.대.로. 나와 있다. 그리고 아래에도 똑.같.은. 표현으로 그대로 나와 있다. 절대 표현 안 바꾼다. 개체중량을 개체질량, 개체무게로 안 바꾼다. 바꾸면 그건 문제 잘못 낸 걸로 봐야 된다. 수학에서 질량이란 말을 가르쳐 준 것은 아니잖아.

그럼 이제 다 구할 수 있겠다. $Q_A = 0.01t^{1.25}w^{0.25}$ $Q_B = 0.05t^{0.75}w^{0.30}$ 식에 $t=20,\ w=8$을 대입하자.
$Q_A = 0.01 \times 20^{1.25} \times 8^{0.25}$, $Q_B = 0.05 \times 20^{0.75} \times 8^{0.30}$ 나온다. 길이는 길지만 아무 내용도 없다.

④ 답을 구하자.
문제에서 $\dfrac{Q_A}{Q_B}$를 구하랬다. 바로 대입하자.

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{0.01 \times 20^{1.25} \times 8^{0.25}}{0.05 \times 20^{0.75} \times 8^{0.30}} = \frac{20^{0.5}}{5 \times 8^{0.05}}$$

대충 약분했다. 그 다음에 $20 = 2^2 \times 5,\ 8 = 2^3$임을 이용해서 지수법칙으로 계산하자. 이렇게 바꾸는 이유는 문제 보면 $2^a \times 5^b$을 구하라고 해서이다. 그렇지 않아도 보통 이렇게 바꾸니 알아 두자.

$$\frac{(2^2 \times 5)^{0.5}}{5 \times (2^3)^{0.05}} = \frac{2 \times 5^{0.5}}{5 \times 2^{0.15}} = 2^{0.85} \times 5^{-0.5}$$

따라서 $a = 0.85,\ b = -0.5$가 되고, 답은 $a+b = 0.35$이다. 원래 객관식 문제니까 보기에 있는 0.35를 고르자.

설명이 꽤 길었다. 간단하게 요약해 주겠다.

[2010년 수능] 조개류는 현탁물을 여과한다. 수온이 t(℃)이고 개체중량이 $w(g)$일 때, A 조개와 B 조개가 1시간 동안 여과하는 양(L)을 각각 $Q_A,\ Q_B$라고 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다. $Q_A = 0.01t^{1.25}w^{0.25}$ $Q_B = 0.05t^{0.75}w^{0.30}$ 수온이 20℃이고 A 조개와 B 조개의 개체중량이 각각 $8g$일 때, $\dfrac{Q_A}{Q_B}$의 값은 $2^a \times 5^b$이다. $a+b$의 값은? (단, $a,\ b$는 유리수이다.) [3점]

어때? 이제 좀 알겠나? 작게 된 글씨는 일부러 작게 한 거니까 괜히 읽으려고 노력할 필요 없다.

이런 식의 문제는 지수·로그에서 거의 해마다 출제되었다. 그냥 거저먹기 문제에 가깝고 배점도 3~4점이니 꼭 풀어서 맞추자. 방금 이 문제는 3점짜리였다.

Story 1. 마무리

추리소설/만화를 생각해보자. 보는 우리로서는 즐겁지만 만약 우리가 그 현장에 있는 사람이라면 머리를 쥐어뜯고 싶을 것이다. 마찬가지다. 우리는 문제를 푸는 현장에 있는 수험생이다. 문제를 감상하는 것은 수능이 끝나고 얼마든지 할 수 있다. 시험을 볼 우리가 할 일은 시험에서 단서를 재빨리 찾아서 문제를 처리하는 것이다.

위의 원칙을 숙지하고 실생활 표현이 나온 문제들을 조금만 풀어 본다면 우리는 범인을 알고 소설을 읽는 상황이 될 것이다. 문제풀이는 지루할지 모르겠지만 수능은 재미있으려고 보는 시험은 아니니까. 실생활 표현이 나왔다고 해서 당황하지 말고 단서를 찾아서 빠르게 처리해 버리자.

덧.

앞서 말했듯이 이 내용은 곧 나올 “수학 시험의 기술”의 내용 중의 일부를 최근 여러분이 치고 있는 모의고사에 대입한 것입니다. 이제 수능을 치게 될 수험생 여러분들이 꼭 알아야 할 수리영역의 기술들을 서술하고자 합니다. 주로 수리(나)형에 대한 내용이 많을 것이고, 수리(가)형의 내용은 가끔씩 올라올 수도 있습니다.