* 2019학년도 사관학교 수학 나형 28번.

$f(x)$는 3차함수.

(가) $\lim_{x\to -2} \frac{1}{x+2}\int_{-2}^{x} f(t)\,dt = 12$. $\rightarrow f(-2)=12$.

(나) $\lim_{x\to\infty} xf\left(\frac{1}{x}\right) + \lim_{x\to 0}\frac{f(x+1)}{x} = 1$. $\rightarrow f(0)=0$, $f(1)=0$,

$\lim_{x\to\infty} xf\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{t\to 0}\frac{f(t)}{t} = \triangle$ ($\triangle$는 상수)라 하면 $f'(0)=\triangle$.

$\lim_{x\to 0}\frac{f(x+1)}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{f(x+1)-f(1)}{(x+1)-1} = f'(1) = \square$ ($\square$는 상수)라 하면 $\triangle+\square=1$.

$\therefore f(x) = a\cdot x(x-1)(x-k)$ (단, $a\neq 0$)

$= ax(x^2-(k+1)x+k) = ax^3 - a(k+1)x^2 + akx$.

$f'(x) = 3ax^2 - 2a(k+1)x + ak$. $\therefore \triangle+\square = ak+3a-2ak-2a+ak = 1$.

$\therefore a=1$, $f(x) = x(x-1)(x-k)$, $f(-2) = (-2)\times(-3)\times(-2-k) = 12$.

$\therefore k=-4$. $\therefore f(x) = x(x-1)(x+4)$. $f(3) = 3\times 2\times 7 = 42$ //