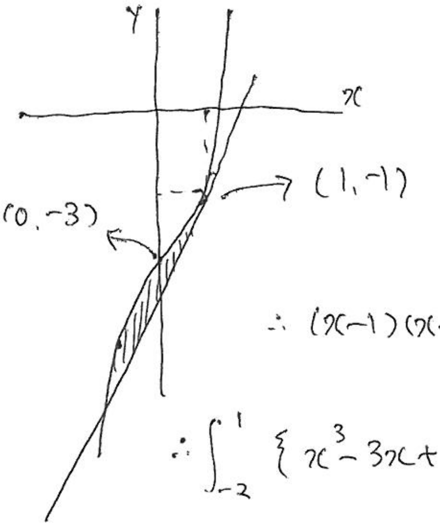
* 2019학년도 사관학교 수학 나형 27번.

$y = x^3 + x - 3$, $y' = 3x^2 + 1$ ($y' \neq 0$ 이므로 극값이 없다).



$(1, -1)$ 에서의 접선 $y_1 = 4x - 5$.

왼쪽 그림에서 빗금친 부분의 넓이가 $\frac{q}{p}$.

$y = y_1$ 에서 $x^3 - 3x + 2 = 0$

$\therefore (x-1)(x-1)(x+2) = 0$ ($y - y_1 = 0$ 의 식은 $x = 1$ 에서 접한다)

$\therefore \int_{-2}^{1} \{x^3 - 3x + 2\}\, dx$ (넓이이므로 구간에서 y(곡선) $\geq$ y_1(접선))

$= \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 2x\right]_{-2}^{1} = \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 2\right) - \left(4 - 6 - 4\right) = -\frac{5}{4} + 8 = \frac{27}{4}$ //

($\therefore p + q = 31$)

* 2019학년도 사관학교 수학 나형 14번.

다항함수 $f(x) = \frac{3}{4}x^2 + \left(\int_0^1 f(x)\,dx\right)^2$. $\int_0^1 f(x)\,dx = k$ (k는 상수)

정적분 → 상수.
부정적분 → 함수.

$\therefore f(x) = \frac{3}{4}x^2 + k^2$

$\int_0^1 f(x)\,dx = \left[\frac{1}{4}x^3 + k^2 x\right]_0^1 = \frac{1}{4} + k^2 = k$. $\therefore 4k^2 - 4k + 1 = (2k-1)^2 = 0$

$\therefore k = \frac{1}{2}$, $\therefore \int_0^2 f(x)\,dx = \left[\frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{4}x\right]_0^2 = \frac{8}{4} + \frac{2}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$ //