* 2019학년도 사관학교 수학 나형 30번.

$f(x) = x^4 + \cdots$

$f'(0) = 0$

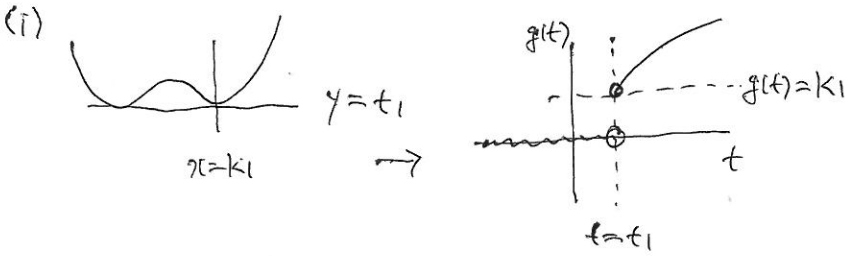
(가) 방정식 $f(x) = t$, 실근 X → $g(t) = 0$

(나) 방정식 $f(x) = t$, 실근 O → $g(t)$ = 실근의 최댓값.

$g(t)$는 $t=k$, $t=30$ 에서 불연속, $\lim_{t \to k+} g(t) = -2$, $\lim_{t \to 30+} g(t) = 1$, $k=?$ $(k<30)$

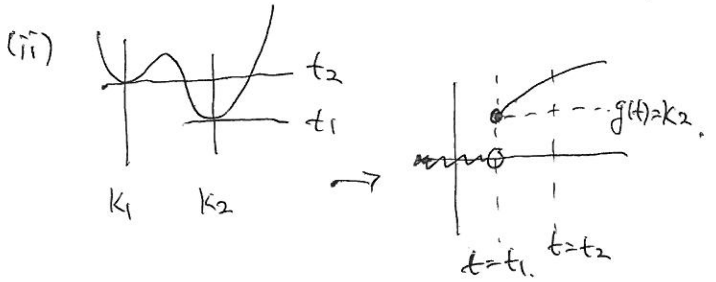
위 $f(x)$와 상관없이 $g(t)$의 의미를 정리해 보면

(i)



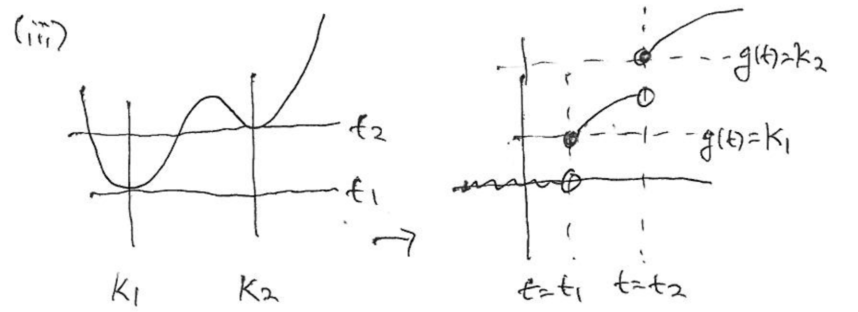
(단, t_1과 k_1의 부호에 따라 위치는 달라진다).

(ii)



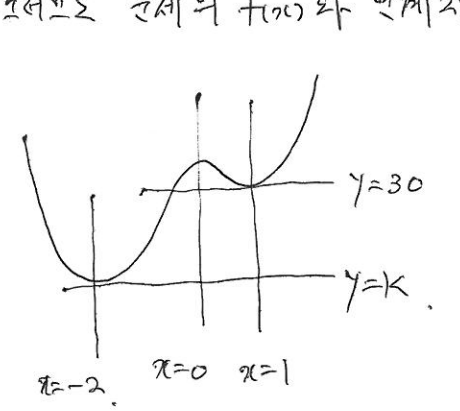
$g(t)$가 불연속인 점이 2개가 되려면 (iii)과 같이 4차함수가 극소 2곳, 극대 1곳이면서 오른쪽의 극솟값이 왼쪽의 극솟값보다 커야 한다.

(iii)



그 외 4중근, 3중근 등의 형태를 갖는 4차함수에서 파생되는 $g(t)$는 조건을 만족시키지 않는다.

그러므로 문제의 $f(x)$와 연계지은 개형은 다음과 같다.



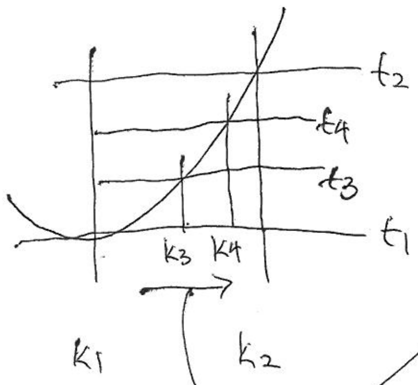
$\therefore f'(x) = 4(x+2)\cdot x\cdot(x-1) = 4x^3+4x^2-8x$

$f(x) = x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 4x^2 + C$, $f(1) = 1 + \frac{4}{3} - 4 + C = 30$.

$\therefore C = \frac{95}{3}$. $\therefore f(x) = x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 4x^2 + \frac{95}{3}$.

$k = f(-2) = 16 - \frac{32}{3} - 16 + \frac{95}{3} = \frac{63}{3} = 21$ //

* $g(t)$의 그래프의 개형이 무리함수 비슷하게 나오는 과정

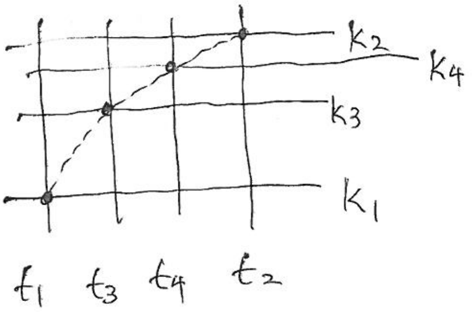


$g(t)$에서는 이 변화가 가로축 변화가 된다.

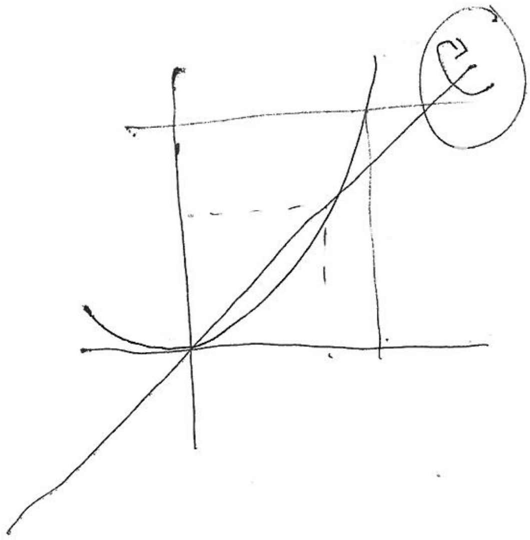
$g(t)$에서는 이 변화가 세로축 변화가 된다. k_1을 기본 세로축 값이라 하면 t값이 커짐에 따라 k값이 커지는 정도가 점점 줄어든다.

$t_3-t_1 = t_4-t_3 = t_2-t_4$: 즉, 구간 $[t_1, t_2]$를 3등분 했을 때 ($g(t)$에서의 가로축)

$k_3-k_1 > k_4-k_3 > k_2-k_4$: 나타나는 세로축 값들의 변화는 줄어든다.



위 설명이 이해되면 다음 처럼도 이해해 볼 것.



$y=x$ 기준으로 회전, 대칭이동

$\longrightarrow$